

Método de indução matemática

1. Prove pela indução finita que são verdadeiras as proposições para $\forall n \in \mathbb{N}$:

a) $\sum_{k=1}^n (2 + 3k) = \frac{3n^2 + 7n}{2}$

b) $3^{2n} - 2^n = \text{múltiplo de } 7$

c) $n! \leq n^n$

2. Seja $S_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

a) Calcule S_1, S_2, S_3 .

b) Determine uma expressão geral para S_n .

c) Prove por indução matemática que a expressão que encontrou se aplica a todo o n natural.

3. Mostre por indução que $1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ para todo e qualquer natural n .

4. Nos casos que se seguem, determine a expressão geral (descreva os procedimentos matemáticos usados para obtenção da fórmula geral) e demonstre por indução matemática que a expressão encontrada é válida para todo natural n :

a) $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^n$

b) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + n^2$.