



INSTITUTO SUPERIOR POLITÉCNICO DE TETE

## COMISSÃO DE EXAMES DE ADMISSÃO

### EXAME DE MATEMÁTICA – 2018

Duração: 120 minutos

LEIA ATENTAMENTE AS SEGUINTE INSTRUÇÕES:

1. A prova é constituída por quarenta (40) perguntas de escolha múltipla, todas com quatro (4) alternativas de resposta, estando correcta somente UMA das alternativas.
2. Preencha as suas respostas na FOLHA DE RESPOSTAS que lhe foi fornecida no início desta prova. Não será aceite qualquer folha adicional, incluindo este enunciado.
3. Não é permitido o uso de máquina de calcular e todo tipo de equipamento electrónico.

1. De duas proposições  $p$  e  $q$ , sabe-se que  $\neg (p \vee \neg q)$  é verdadeira.

Pode-se, assim, concluir que:

- A.  $p \Leftrightarrow F$  e  $q \Leftrightarrow F$  B.  $p \Leftrightarrow V$  e  $q \Leftrightarrow F$  C.  $p \Leftrightarrow F$  e  $q \Leftrightarrow V$  D.  $p \Leftrightarrow V$  e  $q \Leftrightarrow V$

2. Considere a condição  $p(x)$  definida por  $x^2 + 1 \leq 0$ .

Dada uma condição qualquer  $q(x)$ , pode concluir-se que, em  $Q$ ,  $p(x) \wedge q(x)$  é uma condição:

- A. equivalente a  $q(x)$ . B. possível (não universal). C. impossível D. universal.

3. Seja dado um polinómio  $P(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x - 2$ . Os valores que representam as raízes deste polinómio são:

- A. 1, -1/3 e 2 B. 1, -1/2 e 3 C. 1, -2 e 2/5 D. 1, -1 e 2

4. Seja dada a expressão algébrica  $\frac{10a^3b^3 + 8ab^2}{2ab^2}$ , o resultado da simplificação é:

- A.  $\frac{10a^3b^3 + 8}{2}$  B.  $5a^3b^3 + 4$  C.  $a^2b + 4$  D.  $5a^2b + 4$

5. Sendo  $k$  um número real, sabe-se que a função polinomial  $f$  definida por  $f(x) = 2x^4 + x^3 - 5x^2 + k$  é divisível pela função  $g$  definida por  $g(x) = x + 3$ . Qual é o valor de  $k$ ?

- A. -60 B. -70 C. -80 D. -90

6. No início de 2016, uma loja de desportos pôs a bola de futebol do Moçambola 2016 à venda. O dono da loja estimou que na primeira semana, conseguiria vender 30 bolas e, na quarta semana, 75 bolas. Suponha que a relação entre cada semana que passou e o número de bolas vendidas foi definida por uma função afim. Seja  $f$  a função que dá o número de bolas vendidas na semana  $x$ . Quantas bolas vendeu a loja na sexta semana (desde o início da contagem)?

- A. 100 B. 105 C. 110 D. 115

7. Para  $x > 0$ , qual das seguintes alternativas é verdadeira?

- A.  $3^x > 4^x$  B.  $7^x > 5^x$  C.  $9^{-x} > 8^{-x}$  D.  $(1/6)^x > (1/2)^x$

8. A inequação  $8^x > \frac{1}{16}$ , tem como solução a desigualdade:

- A.  $x > \frac{4}{3}$  B.  $x > \frac{3}{4}$  C.  $x > -\frac{4}{3}$  D.  $x > -\frac{3}{4}$

9. A solução da equação  $2^{3x-1} = 32$  é:

- A. 1 B. 4 C. 2 D. 11

10. A solução da equação  $\ln x = -1$  é:

- A.  $-1$       B.  $1/e$       C.  $1$       D. Não há solução possível.

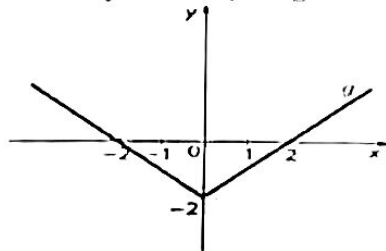
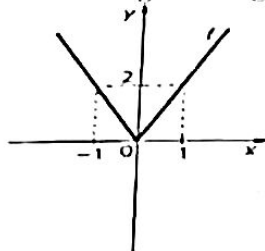
11. Se  $f(x) = x - 7$  e  $g(x) = \sqrt{4 - x}$ , então qual é o domínio da função  $\frac{f}{g}$ ?

- A.  $]-\infty, 4[$       B.  $]-\infty, 4]$       C.  $]4, +\infty[$       D.  $[4, +\infty[$

12. Se  $k^a = b$ , então  $\log_k b^2$  é igual:

- A.  $3a$       B.  $2a$       C.  $a$       D.  $\frac{a}{2}$

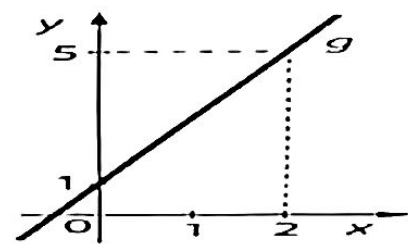
13. Nas figuras seguintes estão representações gráficas de duas funções  $f$  e  $g$ .



Qual das igualdades seguintes é verdadeira?

- A.  $g(x) = f(2x) - 2$       B.  $g(x) = 2f(x) - 2$       C.  $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$       D.  $g(x) = \frac{1}{2}f(x) + 2$

14. Considera a função  $f$ , de domínio  $R_0^+$ , definida por  $f(x) = \sqrt{x} + 2$  e a função afim  $g$ , representada graficamente na figura abaixo.



Indique o valor de  $f((g \circ f)(4))$ .

- A.  $1$       B.  $2$       C.  $4$       D.  $5$

15. Num triângulo rectângulo,  $\alpha$  é a amplitude de um ângulo agudo e  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$ .

Qual é o valor de  $\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha$ ?

- A.  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{6}$       C.  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}$

16. A expressão  $255^\circ$  corresponde a:

- A.  $\frac{12\pi}{17}$       B.  $\frac{17\pi}{12}$       C.  $\frac{11\pi}{17}$       D.  $\frac{16\pi}{12}$

17. Se o perímetro de um sector é 4 vezes seu raio, então a medida em radianos do ângulo central do sector é:

- A.  $\frac{2}{\pi}$                       B.  $\frac{4}{\pi}$                       C. 4                      D. 2

18. Se  $\cos \theta = -\frac{5}{13}$  e  $\operatorname{tg} \theta > 0$ , então  $\operatorname{sen} \theta$  é?

- A.  $-\frac{12}{13}$                       B.  $-\frac{5}{12}$                       C.  $\frac{5}{13}$                       D.  $\frac{5}{12}$

19. A função  $y = 3 \cos \frac{x}{2}$ , tem o seu máximo em:

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

20. A função  $f$ , de domínio  $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$ , está definida por  $f(x) = 2 \cos x - \sqrt{3}$ .

Qual é o conjunto de zeros de  $f$ ?

- A.  $\left\{\frac{\pi}{6}\right\}$                       B.  $\left\{\frac{7\pi}{6}\right\}$                       C.  $\left\{-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$                       D.  $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$

21. A função  $g$  está definida, em  $\mathbb{R}$ , por  $g(x) = \cos(kx)$ ,  $k \neq 0$ .

Esta função é periódica, sendo o seu período igual a  $\frac{\pi}{2}$ . Qual pode ser o valor de  $k$ ?

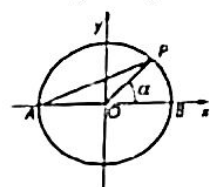
- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

22. Indique, no intervalo  $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ , o conjunto solução da inequação  $\cos(3x) > \frac{1}{2}$

- A.  $\left[-\frac{\pi}{9}, 0\right[$                       B.  $\left]-\frac{\pi}{9}, 0\right]$                       C.  $\left[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{9}\right[ \cup \left]0, \frac{\pi}{2}\right]$                       D.  $\left]-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{9}\right] \cup \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$

23. Na figura estão representados, num referencial o.n.  $xOy$ , a circunferência trigonométrica e o triângulo [OPA]. Os pontos A e B têm coordenadas  $(-1, 0)$  e  $(1, 0)$ , respectivamente. P é um ponto da circunferência e  $\alpha$  é a amplitude do ângulo BOP, sendo

$$\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$



Qual das expressões seguintes representa a medida da área do triângulo [OPA] em função de  $\alpha$ ?

A.  $\frac{(1 + \cos \alpha) * \operatorname{sen} \alpha}{2}$       B.  $\frac{\cos \alpha * \operatorname{sen} \alpha}{2}$       C.  $\frac{\operatorname{sen} \alpha}{2}$       D.  $\frac{\cos \alpha}{2}$

24. Sobre a sucessão  $(U_n)$  sabe-se que  $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} - U_n = \frac{n-3}{n+1}$ .

Então, podemos afirmar que  $(U_n)$  é:

A. limitada.      B. não monótona.      C. crescente.      D. decrescente.

25. Considere a sucessão  $(a_n)$  tal que  $\forall n \in \mathbb{N}, -5 < a_n \leq -1$ .

Qual é a afirmação necessariamente falsa?

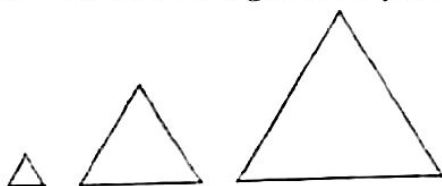
A: -1 é o primeiro termo de  $(a_n)$ .      B:  $(a_n)$  é sempre negativa.      C.  $(a_n)$  é majorada e minorada  
D.  $(a_n)$  é majorada mas não minorada

26. Seja  $(U_n)$  a sucessão definida por  $U_n = \frac{e^n}{8}$  ( $e$  é o número de Neper).

Então,  $(U_n)$  é uma:

A: progressão aritmética crescente.      B. progressão aritmética decrescente  
C: progressão geométrica crescente.      D. progressão geométrica decrescente.

27. Considere a seguinte sequência de triângulos equiláteros.



Sabe-se que o comprimento do lado do primeiro triângulo é igual a uma unidade e o lado de cada triângulo mede duas unidades a mais do que o lado do triângulo imediatamente anterior.

Qual é o termo geral da sucessão dos perímetros dos triângulos?

A.  $3^n$       B.  $2^n + 1$       C.  $6n - 3$       D.  $3n + 2$

28. O termo geral da sucessão  $\left(\frac{3}{7}, \frac{8}{11}, \frac{13}{15}, \dots\right)$  é:

A.  $a_n = \frac{5n-2}{4n+3}$       B.  $a_n = \frac{4n+3}{5n-2}$       C.  $a_n = \frac{5n-2}{4n+2}$       D.  $a_n = \frac{5n-2}{8n-1}$

29. A, B e C são três corredores de fórmula 1.

Na disputa de uma corrida, é duas vezes mais provável que vença B do que vença C e de que vença A do que B.

Qual é a probabilidade de que B ou C vença?

A.  $\frac{4}{7}$       B.  $\frac{2}{7}$       C.  $\frac{1}{7}$       D.  $\frac{3}{7}$

30. Consideremos um segmento com o comprimento de 2 metros e sobre ele marquemos outro segmento de comprimento 40 cm.

Sobre o segmento maior marquemos à sorte um ponto. Qual a probabilidade que o ponto marcado se situe sobre o segmento menor?

- A.  $\frac{1}{40}$                       B.  $\frac{1}{5}$                       C.  $\frac{1}{10}$                       D.  $\frac{1}{100}$

31. Seja  $f$  uma função contínua de domínio  $\mathbb{R}$ .

Qual dos seguintes conjuntos não pode ser o contradomínio de  $f$ ?

- A.  $[0,1]$                       B.  $[-1,1] \setminus \{0\}$                       C.  $]0,+\infty[$                       D.  $]0,1[$

32. Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4}$ ?

- A. 0                      B. 2                      C.  $+\infty$                       D.  $-\infty$

33. Dada a função  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \Leftarrow x < 1 \\ x+1 & \Leftarrow x \geq 1 \end{cases}$ . A assíntota vertical é:

- A.  $-\infty$                       B.  $-\infty$                       C. 1                      D. -1

34. Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$ ?

- A. 2                      B.  $+\infty$                       C. 0                      D. 1

35. Seja dada a função  $f(x) = (e^{-x})^2$ , o valor do  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  é:

- A. 0                      B.  $e$                       C.  $\frac{1}{e}$                       D. 1

36. Seja dada a função  $y = \frac{\cos x}{x}$ , então  $y'$  será igual a:

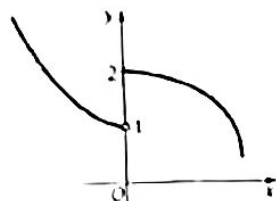
- A.  $\frac{-x \sin x + \cos x}{x^2}$                       B.  $\frac{-x \sin x - \cos x}{x^2}$                       C.  $\frac{-x \sin x + \cos x}{x}$                       D.  $\frac{-x \sin x - \cos x}{x}$

37. Considere a função  $g$ , definida em  $\mathbb{R}$ , por  $g(x) = \ln(4^x)$ .

Qual é o valor de  $g'(1)$

- A.  $\frac{1}{\ln 4}$                       B. 4                      C.  $4 \ln 4$                       D.  $\ln 4$

38. Na figura está parte da representação gráfica de uma função  $f$ .



Indique o valor de  $f'(0^-)$ , derivada lateral esquerda de  $f$  no ponto 0.

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D.  $+\infty$

39. Considere uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , tal que a derivada de  $f$  é dada por  $f'(x) = (x - 5)^4$ .

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- A. a função  $f$  tem um extremo relativo para  $x = 5$   
 B. a função  $f$  tem um extremo relativo para  $x = -5$   
 C. o gráfico da função  $f$  tem um ponto de inflexão para  $x = 5$   
 D. o gráfico da função  $f$  tem um ponto de inflexão para  $x = -5$

40. De todos triângulos isósceles de perímetro igual a 3, qual é o de área máxima?

- ~~A.~~ é equilátero de lado 1.      B. é equilátero de lado 3      C. é isóscele de lado 1  
 D. é isóscele de lado 3.