



Exame de Admissão de Matemática – 2009

Duração: 120 minutos

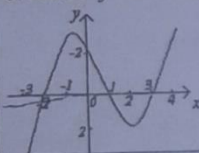
Leia atentamente as seguintes instruções:

1. A prova é constituída por quarenta (40) questões, todas com cinco (5) alternativas de resposta, estando apenas correcta uma (1) das alternativas ou nenhuma delas (nda-nenhuma das alternativas).
2. Para cada questão assinale na sua folha de respostas, através de um círculo, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
Exemplo: A. B. C. D. **E.**
3. Se apresentar mais do que uma (1) resposta, a questão será anulada.
4. Não apresente cálculos.
5. Preencha a lápis, pois contrariamente ao preenchido por esferográfica, os erros podem ser totalmente apagados. Se tiver certeza de que as respostas assinaladas a lápis são as definitivas, passe-as à esferográfica de tinta azul ou preta.
6. Não é permitido o uso de máquina calculadora e de telemóveis.

1. O ponteiro das horas de um relógio rodou 1890° desde o dia 1 de Janeiro às 12 horas até ao momento em que parou. O ponteiro dos minutos, quer no início, quer no momento de paragem, apontava o 12. Então o relógio parou:
- A. no dia 5 de Janeiro às 12 horas. B. no dia 4 de Janeiro às 3 horas.
C. no dia 3 de Janeiro às 15 horas. D. no dia 3 de Janeiro às 24 horas.
E. nda

2. Considere um rectângulo cujo perímetro é 20 unidades lineares. Qual das seguintes expressões representa a área desse rectângulo em função do comprimento x , de um dos seus lados?
- A. $x(10-x)$ B. $x(x-10)$ C. $(10-x)^2$ D. $(x-10)^2$ E. nda

3. Sendo f uma função cuja representação gráfica é



O domínio da função $g(x) = \frac{5}{\sqrt{-f(x)}}$ é:

- A. $]-\infty, -2[\cup]1, 3[$ B. $]-2, 1[\cup]2, +\infty[$ C. $\mathbb{R} \setminus \{-2, 1, 3\}$
D. \mathbb{R}^* E. nda

4. O conjunto solução da equação $2|x-1| > \frac{1}{3}$ é:

- A. \emptyset B. $]-\infty, \frac{5}{6}[\cup]\frac{7}{6}, +\infty[$ C. $]\frac{5}{6}, \frac{7}{6}[$ D. \mathbb{R} E. nda

5. O conjunto solução da equação $\log_3(1-x) \leq 1$ é:

- A. $[-2, 1[$ B. $[-1, 2[$ C. $]-\infty, -2[$ D. $[-2, +\infty[$ E. nda

6. A solução da equação $2^{x-2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ é:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$ E. nda

7. O conjunto dos números reais que são soluções da inequação $\frac{x^2+1}{x-2} < 0$ é:

- A. $]-1, 2[$ B. $]1, 2[$ C. $]-\infty, 2[$ D. $]2, +\infty[$ E. nda

8. Seja f uma função de domínio \mathbb{R}^* definida por $f(x) = \log_a x$, com $a > 1$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- A. $f(c+d) = f(c) + f(d)$ B. $f(c+d) = f(c) \cdot f(d)$ C. $f(c \cdot d) = f(c) + f(d)$
D. $f(c \cdot d) = f(c) \cdot f(d)$ E. nda

9. Sabe-se que $\log_2 a = \frac{1}{5}$. Qual é o valor de $\log_2 \left(\frac{a^5}{8}\right)$? A. -1 B. -2 C. -3 D. -4 E. nda

10. Considere a equação $1 + 3\operatorname{tg}(2x) = 4$. Qual dos seguintes valores é solução desta equação?

- A. $-\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{3\pi}{8}$ C. $\frac{5\pi}{8}$ D. $\frac{7\pi}{8}$ E. nda

11. Considere a figura na qual se representa:

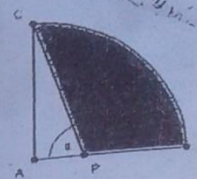
• um quarto de circunferência de centro em A , e raios $[AB]$ e $[AC]$

• $\overline{AB} = 2$

• α é a medida do ângulo de lados \overline{AP} e \overline{PC} , $\alpha \in \left] \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right[$.

• O ponto P desloca-se sobre o segmento $[AB]$ (fazendo variar o ângulo α).

Qual das seguintes expressões dá a área da zona sombreada em função de α ?



- A. $\frac{\pi-2}{\operatorname{tg}\alpha}$ B. $\frac{\pi\operatorname{tg}\alpha-2}{\operatorname{tg}\alpha}$ C. $\pi-2\cos\alpha$ D. $\pi-\frac{2}{\cos\alpha}$ E. nda

12. De quantas maneiras se podem sentar 3 raparigas e 4 rapazes, num banco de 7 lugares, sabendo que em cada um dos extremos fica uma rapariga?

- A. 120 B. 240 C. 720 D. 5040 E. nda

13. A soma dos 100 primeiros múltiplos naturais de 5 é:

- A. 5250 B. 25005 C. 25250 D. 50500 E. nda

14. Seja f uma função definida por $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$. Sabendo que $f(a) = 2$, então o valor de a é:

- A. 5 B. $-\frac{1}{7}$ C. $\frac{5}{7}$ D. -13 E. nda

15. Alguns tipos de células reproduzem-se por bipartição, isto é, cada uma delas divide-se em duas partes, dando origem a duas metades que originam uma nova célula completa. Em condições ideais a bipartição dá-se de 4 em 4 horas. Sabendo que inicialmente existiam 50 células, no fim de 24 horas existirão:

- A. 1600 células B. 3200 células C. 1200 células D. 3000 células E. nda

16. O valor do $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[1 + \ln \left(1 - \frac{2}{n} \right)^n \right]$ é: A. 2 B. -1 C. $1 + \frac{1}{e^2}$ D. $2 + e^{-2}$ E. nda

17. O termo geral da sucessão (u_n) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$ é:

- A. $u_n = \frac{n+1}{n}$ B. $u_n = \frac{1}{n+1}$ C. $u_n = \frac{n}{n+1}$ D. $u_n = \frac{1}{2n}$ E. nda

18. Seja (u_n) uma sucessão de números reais cujo termo geral é $u_n = \frac{1}{2} - n$. Então:

- A. (u_n) é uma progressão aritmética de razão -1 B. (u_n) é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$

C. (u_n) não é uma progressão (nem geométrica nem aritmética)

E. nda

D. (u_n) é simultaneamente uma progressão aritmética e geométrica

19. Um reservatório cheio de água começa a ser esvaziado às 12 horas de um certo dia. Admita que a altura de água no reservatório, t horas após este ter começado a ser esvaziado, é dada por $h(t) = 2 - \sqrt[3]{t}$. O reservatório fica vazio às:

- A. 16 horas B. 18 horas C. 20 horas D. 22 horas E. nda

20. Considere a recta $ax + y + k = 0$. Os valores de a e k para os quais a recta tem inclinação de 45° e intersecta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada 3, são respectivamente:

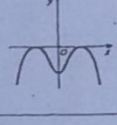
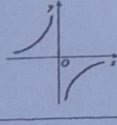
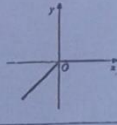
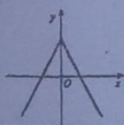
- A. -1 e 3 B. 1 e -3 C. -1 e -3 D. 1 e 3 E. nda

21. Quantos pontos são comuns aos gráficos das funções definidas por $f(x) = x^2$ e $g(x) = |x|$?

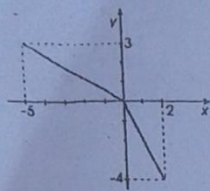
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. nda

22. Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico de uma função par, de domínio \mathbb{R} e contradomínio $]-\infty, 0]$

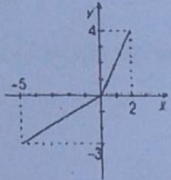
- A. B. C. D. E. nda



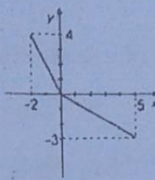
23. A figura é a representação gráfica de uma função g . Então o gráfico de g^{-1} será:



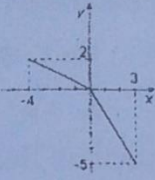
A.



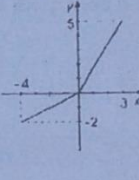
B.



C.

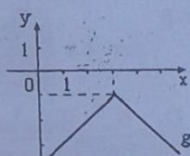
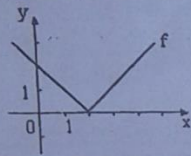


D.



E. nda

24. Na figura estão representadas graficamente duas funções f e g . Qual das igualdades seguintes é verdadeira?



A. $g(x) = -f(x+1) - 1$

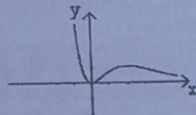
B. $g(x) = f(x-1) + 1$

C. $g(x) = f(x+1) - 1$

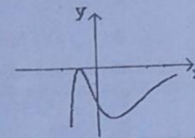
D. $g(x) = -f(x-1) - 1$

E. nda

25. Na figura seguinte está a representação gráfica da função f .



Qual das seguintes transformações da função f permite obter o gráfico seguinte:



A. $f(-3x) + 1$

B. $-3f(x+1)$

C. $f(-3x+1)$

D. $-3f(x) + 1$

E. nda

26. Considere a recta r de equação $y = -3x + 2$. Quais das seguintes equações representa a recta que contém o ponto $A(0, -4)$ e é perpendicular à recta r dada?

A. $y = -3x + 4$

B. $y = \frac{1}{3}x + 5$

C. $y = \frac{1}{3}x - 4$

D. $y = -\frac{1}{3}x + 2$

E. nda

27. Em qual dos seguintes pares, os vectores não são colineares e nem têm a mesma norma (comprimento)?

A. $\vec{a} = (2, 4)$ e $\vec{b} = (-2, -4)$

B. $\vec{a} = (1, 0)$ e $\vec{b} = (2, 0)$

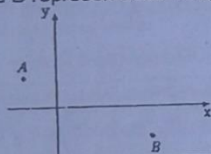
C. $\vec{a} = (3, 4)$ e $\vec{b} = (0, 5)$

D. $\vec{a} = (-1, 2)$ e $\vec{b} = (3, 0)$

E. nda

28. Considere os pontos A e B representados na figura ao lado.

Qual das seguintes pode ser a equação da mediatriz do segmento de recta [AB]?



A. $y = 2x + 2$

B. $y = 2x - 2$

C. $y = -2x + 2$

D. $y = -2x - 2$

E. nda

29. Considere a função de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = 2^x + k$. Sabendo que o ponto de coordenadas $(2, 7)$ pertence ao gráfico da função h , indique a ordenada do ponto em que o mesmo gráfico intersecta o eixo das ordenadas.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. nda

30. Considere as funções $f(x) = \frac{1}{x-3}$ e $g(x) = \sqrt{x-1}$, definidas nos domínios $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ e $D_g = [1, +\infty[$, respectivamente. Qual dos seguintes valores pertence ao domínio de $(g \circ f)(x)$?

A. -1

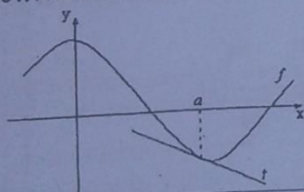
B. 0

C. 3

D. 4

E. nda

31. A recta t é tangente ao gráfico da função f no ponto $P(a, f(a))$.



Sabendo que a função f admite primeira derivada no ponto a , $f'(a)$, então pode-se concluir que:

A. $f(a) \times f'(a) < 0$

B. $f(a) \times f'(a) > 0$

C. $f(a) \times f'(a) = 0$

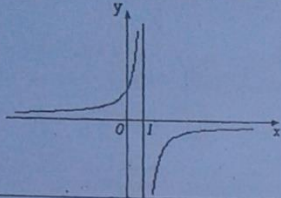
D. $f(a) \times f'(a)$ não existe

E. nda

32. O valor de k de modo que o polinómio $P(x) = kx^3 + 5x^2 + 2x - 3$ seja divisível por $x + 1$ é:

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 2 E. nda

33. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função g , real de variável real. Tal como a figura sugere, a recta de equação $x = 1$ é assíntota do gráfico da função g .



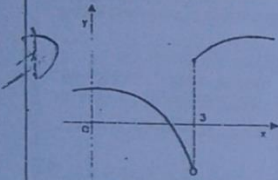
Seja $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por $h(x) = 3 - x$. O valor do $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x)}{g(x)}$ é:

- A. $-\infty$ B. $+\infty$ C. 0 D. 1
E. nda

34. Considere a função g , definida em \mathbb{R} por $g(x) = \begin{cases} 2^x + k & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\sin 2x}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$, com $k \in \mathbb{R}$.

Qual deve ser o valor de k para que a função seja contínua? A. -1 B. 0 C. 1 D. 2 E. nda

35. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função f , real de variável real.

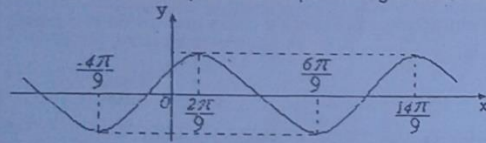


Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- A. $f(x)$ é contínua no ponto $x = 3$
B. $f(x)$ tem uma descontinuidade eliminável no ponto $x = 3$
C. $f(x)$ tem uma descontinuidade não eliminável de 1ª espécie no ponto $x = 3$
D. $f(x)$ tem uma descontinuidade não eliminável de 2ª espécie no ponto $x = 3$
E. nda

36. Na figura está representada parte do gráfico de uma função periódica.

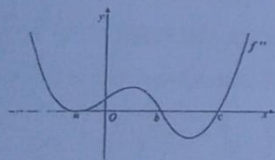
Qual dos valores seguintes poderá ser período desta função?



- A. $\frac{\pi}{9}$ B. $\frac{2\pi}{9}$ C. $\frac{2\pi}{3}$
D. $\frac{4\pi}{3}$ E. nda

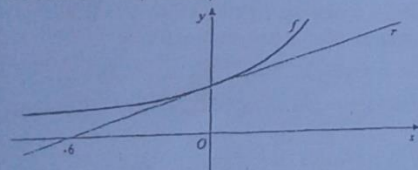
37. Seja f uma função de domínio \mathbb{R} . Na figura está representada parte do gráfico de f' , 1ª derivada da função f .

Relativamente ao gráfico da função f , qual das afirmações seguintes é verdadeira?



- A. $f(x)$ é crescente para $x \in]a, b[$ B. $f(x)$ tem um mínimo no ponto $x = a$
C. $f(x)$ é decrescente para $x < a$ D. $f(a) = 0$
E. nda

38. Na figura está representada parte do gráfico da função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = e^{\alpha x} + 1$ (α é uma constante real positiva).



Na figura está também representada a recta r , que é tangente ao gráfico de f no ponto em que este intersecta o eixo das ordenadas. A recta r intersecta o eixo das abcissas no ponto de abcissa -6 . Qual é o valor de α ?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$ E. nda

39. De uma função f , de domínio \mathbb{R} , sabe-se que a sua derivada é definida por $f'(x) = x^3 - 3x + 1$. Em qual dos conjuntos seguintes o gráfico de f tem a concavidade virada para baixo?

- A. $] -1, 1[$ B. $] -\infty, -1[$ C. $] 0, 3[$ D. $] -\infty, 0[$ E. nda

40. Considere a função definida por $f(x) = \sin(x^2)$. Indique qual das expressões seguintes define $f'(x)$:

- A. $2x \cos(x^2)$ B. $\cos(x^2)$ C. $2x \cos(2x)$ D. $-\cos(x^2)$ E. nda