



FILOSCHOOL

Guião de correcção do exame de Matemática 12ª classe 2012–2ª Época

1. Qual é a proposição equivalente

$$\sim (a \vee b) \\ = \sim a \wedge \sim b$$

R: **B**

2. R: **D**

3. Qual é o valor de $\log_2 32 - \log_3 \left(\frac{1}{27}\right) - 2\log_{\sqrt{32}} 32$?

$$\begin{aligned} & \log_2 32 - \log_3 \left(\frac{1}{27}\right) - 2\log_{\sqrt{32}} 32 \\ &= \log_2 2^5 - \log_3 3^{-3} - 2\log_{32^{\frac{1}{2}}} 32 \\ &= 5\log_2 2 + 3\log_3 3 - 2 \cdot \frac{1}{2} \log_{32} 32 \\ &= 5 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - 1 \\ &= 5 + 3 - 1 \\ &= 8 - 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

4. Qual é a equação cujas raízes são $-\frac{7}{2}$ e 1?

$$f(x) = (x - x_1)(x - x_2)$$

$$f(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)(x - 1)$$

$$f(x) = x^2 - x + \frac{7}{2}x - \frac{7}{2}$$

$$f(x) = 2x - 2x + 7x - 7$$

$$f(x) = 2x + 5x - 7$$

R: **A**

5.

$$x^3 + 3x^2 - 4x = 0$$

$$x(x^2 + 3x - 4) = 0$$

$$x = 0 \vee x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x = 0 \vee x = -4 \vee x = 1$$

$$s = 0 - 4 + 1$$

$$s = -3$$

R: **B**

6. Considere a equação.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ k & 2 & 2 \end{vmatrix} = 4 \quad \text{Calcula o valor de K?}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ K & 2 & 2 \end{vmatrix} = 4$$

$$(2 + 3k + 6) - (K + 6 + 6) = 4$$

$$3K + 8 - K + 12 = 4$$

$$2K - 4 = 4$$

$$2K = 4 + 4$$

$$2K = 8$$

$$K = \frac{8}{2}$$

$$K = 4$$

R: **D**

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

7. Qual é o valor numérico da expressão $\frac{2}{2-2\operatorname{sen}30^\circ} + \frac{3}{3+3\cos 60^\circ}$?

$$\begin{aligned} & \frac{2}{2-2\operatorname{sen}30^\circ} + \frac{3}{3+3\cos 60^\circ} \\ &= \frac{2}{2-2\cdot\frac{1}{2}} + \frac{3}{3+3\cdot\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2}{2-1} + \frac{3}{3+\frac{3}{2}} \\ &= 2 + \frac{3}{\frac{9}{2}} \\ &= 2 + \frac{6}{9} \\ &= 2 + \frac{2}{3} \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

R: B

8. Qual é a expressão simplificada de $\frac{1}{\cos x(\operatorname{tg} x + 1)}$?

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\cos x(\operatorname{tg} x + 1)} \\ &= \frac{1}{\cos x \cdot \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} + \cos x} \\ &= \frac{1}{\cos x + \operatorname{sen} x} \end{aligned}$$

R: A

9. Que valores, K pode tomar , para que a equação $\left| 3x - 2 \right| = 4 - K$

$$4 - K < 0$$

$$-K < -4 / (-1)$$

$$K > 4$$

$$\text{sol : } k \in]4; +\infty[$$

R: C

10. Qual é a solução da inequação $3|x| \geq 2$?

R: **A**

11. $A_p^n = n! / (n-p)!$

$$A_n^2 = 110 \Leftrightarrow n(n-1) = 110 \Leftrightarrow n^2 - n = 110 \Leftrightarrow n^2 - n - 110 = 0 \Leftrightarrow (n-11)(n+10) = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 11 \vee n = -10$$

Como $n > 2$, tem-se: $n = 11$

R: **D**

12

$$\begin{aligned} \frac{n! + (n+1)!}{(n-1)!} &= \frac{n(n-1)! + (n+1)n(n-1)!}{(n-1)!} \\ &= \frac{\cancel{(n-1)!} \cdot [n + (n+1)n]}{\cancel{(n-1)!}} \\ &= n + (n+1)n = n + n^2 + n = n^2 + 2n \end{aligned}$$

R: **A**

13. De quantas maneiras diferentes três amigos podem se posicionar numa fila para tirar uma fotografia?

$$P_3 = 3! = 6$$

R: **B**

14. Uma bola é retirada de uma sacola contendo 5 bolas verdes e 7 amarelas. **Qual é a probabilidade da bola retirada ser de cor verde?**

$$5+7 = 12$$

São no total 12 bolas

$$\frac{C_5^1}{C_{12}^1} = \frac{5}{12}$$

R: **D**

15. Qual é o termo geral da sucessão 1;-5;-11;-23;...?

$$a_n = a_1 + (n-1).d$$

$$a_n = 1 + (n-1).(-6)$$

$$a_n = 1 + 6 - 6n$$

$$a_n = 7 - 6n$$

R: **B**

16. Qual é a ordem do termo 4 na sucessão dada por $a_n = 2n - 6$?

$$f'(x) = \frac{(x^2-1)'}{x^2-1}$$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2-1}$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

17. Os extremos de uma progressão aritmética de 5 termos são 1 e 13. **Qual é a soma de todos os termos dessa sucessão?**

$$a_1 = 1 \text{ e } a_5 = 13$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \Leftrightarrow S_5 = \frac{5(1 + 13)}{2} = 35$$

R: C

18. Quais são os três primeiros termos de uma progressão geométrica em que o sétimo termo é 192 e o segundo é 6?

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$\begin{cases} a_1 q^6 = 192 \Leftrightarrow a_1 q \cdot q^5 = 192 \dots \textcircled{1} \\ a_1 q = 6 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

Substituindo 2 em 1 teremos:

$$6q^5 = 192 \Leftrightarrow q^5 = 32 \Leftrightarrow q^5 = 2^5 \Leftrightarrow q = 2$$

Substituindo q por 2 em 2, tem-se:

$$a_1 \cdot 2 = 6 \Leftrightarrow a_1 = 3$$

$$a_n = a_1 q^{n-1} \Leftrightarrow a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$$

$$a_3 = 3 \cdot 2^{3-1} = 3 \cdot 4 = 12$$

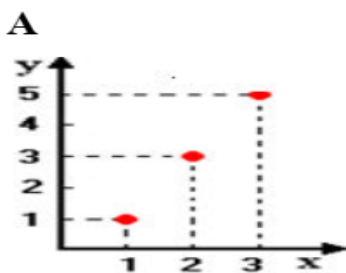
R: D

$$19. \quad S = \frac{a_1}{1 - q}.$$

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

R: C

20.



R: A

21.

$$f(-2) = a \cdot (-2) + b = -2a + b$$

$$f(-1) = a \cdot (-1) + b = -a + b$$

$$\begin{cases} -2a + b = 8 \dots \textcircled{1} \\ -a + b = 2 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$a = -6$$

$$b = -4$$

R: **B**

22.

$$f(1) = (1 - 1)(1 - 5) = 0 \cdot (-4) = 0$$

$$f(2) = (2 - 1)(2 - 5) = 1 \cdot (-3) = -3$$

$$f(3) = (3 - 1)(3 - 5) = 2 \cdot (-2) = -4$$

$$f(4) = (4 - 1)(4 - 5) = 3 \cdot (-1) = -3$$

$$f(5) = (5 - 1)(5 - 5) = 4 \cdot 0 = 0$$

R: **A**

23.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} &= \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} \cdot \frac{\sqrt{x+2} + 2}{\sqrt{x+2} + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2) - 4}{(x-2)(\sqrt{x+2} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{x-2}}{(\cancel{x-2})(\sqrt{x+2} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{\sqrt{4} + 2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

R: **B**

24

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 2x}{-3x^4 + 2x^3 - x^2} &= \left[-\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5x^2 - 2x}{x^4}}{\frac{-3x^4 + 2x^3 - x^2}{x^4}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{x^2} - \frac{2}{x^3}}{-3 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} \\ &= \frac{0 - 0}{-3 + 0 - 0} = 0 \end{aligned}$$

25R: Sem nenhuma resposta correcta.

26.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2 + 1) = -1^2 + 1 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x + m) = 2 \cdot 1 + m = 2 + m$$

O valor de $f(x)$ no ponto $x = 1$ é: $f(1) = 2 \cdot 1 + m = 2 + m$

Como estes são iguais, tem-se: $2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -2$

R: **A**

27. R: **C**

Explicação: a função não é derivável em $x = -1$ e $x = 3$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

$$\begin{aligned}
 28. \quad f'(x) &= [(x^2 + 1)(x^2 - 1)]' \\
 &= (x^2 + 1)'(x^2 - 1) + (x^2 + 1)(x^2 - 1)' \\
 &= 2x(x^2 - 1) + (x^2 + 1) \cdot 2x \\
 &= 2x^3 - 2x + 2x^3 + 2x = 4x^3
 \end{aligned}$$

R: **B**

29. Qual é a primeira derivada da função $f(x) = \frac{e^x}{x}$?

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{e^x}{x} \\
 f'(x) &= \frac{(e^x)' \cdot x - (e^x) \cdot x'}{x^2} \\
 f'(x) &= \frac{e^x \cdot x - e^x}{x^2} \\
 f'(x) &= \frac{e^x(x-1)}{x^2}
 \end{aligned}$$

R: **C**

$$\begin{aligned}
 30. \quad f'(x) &= \left(\sqrt{2x^4 + 2} \right)' = \frac{1}{2\sqrt{2x^4 + 2}} \cdot (2x^4 + 2)' \\
 &= \frac{2 \cdot 4x^3}{2\sqrt{2x^4 + 2}} = \frac{4x^3}{\sqrt{2x^4 + 2}} \\
 \text{Logo, tem-se: } f'(1) &= \frac{4 \cdot 1^3}{\sqrt{2 \cdot 1^4 + 2}} = \frac{4}{\sqrt{4}} = \frac{4}{2} = 2
 \end{aligned}$$

R: **B**

31. Qual é a primeira derivada de $f(x) = \ln(x^2 - 1)$?

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \frac{(x^2 - 1)'}{x^2 - 1} \\
 f'(x) &= \frac{2x}{x^2 - 1}
 \end{aligned}$$

R: **D**

32. Qual é a segunda derivada de $\sin x$?

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \sin x \\
 f'(x) &= x' \cos x \\
 f'(x) &= \cos x \\
 f''(x) &= x'(-\sin x) \\
 f''(x) &= -\sin x
 \end{aligned}$$

R: **B**

33. A diferença entre dois números é 4. Quais são esses números se o produto dos mesmos for mínimo?

$$x - y = 4 \Leftrightarrow y = x - 4$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

$$p = x \cdot y = x(x - 4) = x^2 - 4x$$

$$p = (x - 2)^2 - 4$$

$$X_1 = -2$$

$$X_2 = 2$$

R: **A**

34. Qual é a equação da recta tangente ao gráfico da função $f(x) = x^3 - 3x + 5$

$$f(x) = x^3 - 3x + 5$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2 + 5 = 7$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 3 = 9$$

$$y - 7 = 9(x - 2)$$

$$y - 7 = 9x - 18$$

$$y = 9x - 18 + 7$$

$$y = 9x - 11$$

$$9x - y - 11 = 0$$

R: **D**

35. Em que intervalo a função $f(x) = x^3 - 12x$ é decrescente?

$$f(x) = x^3 - 12x$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0$$

$$3x^2 = 12$$

$$x^2 = \frac{12}{3}$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$x = \pm 2$$

$$x_1 = -2 \vee x_2 = 2$$

R: **D**

Somente para a secção de letras

36. R: **B** $M \setminus N = \{c; d; e\}$

Explicação: $M \setminus N$ significa M diferente de N ou seja, os elementos que o conjunto M tem e o outro conjunto não tem.

$$3.7. \overline{M \cap (M \cup N)} = \overline{(M \cap M) \cup (M \cap N)}$$

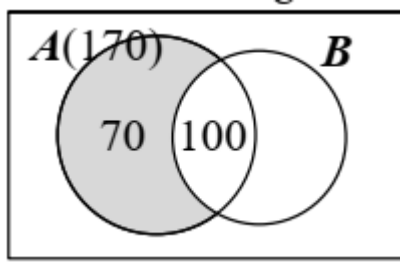
$$= \overline{\emptyset \cup (M \cap N)}$$

$$= \overline{M \cap N}$$

R: **D**

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

38.



$$n(A \cap B) = 100 \text{ e } n(A) = 170$$

$$170 - 100 = 70$$

R: **B**

39. Qual é a abscissa do vértice do gráfico da função $g(x) = x^2 - 2x$?

$$g(x) = x^2 - 2x$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = -\frac{(-2)}{2 \cdot 1}$$

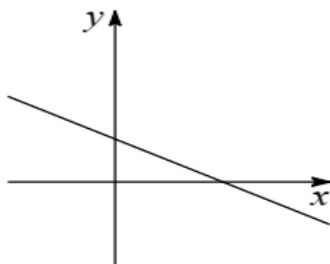
$$x_v = \frac{2}{2}$$

$$x_v = 1$$

R: **A**

40.

B.



Explicação: Se cada uma das rectas paralelas ao eixo de xx cortar o gráfico uma função em um ou mais pontos, então a função é sobrejectiva.

Como a função da opção B é bijectiva, então é sobrejectiva.

Somente para Secção de Ciências

36. Qual é a equação geral da recta que passa pelo ponto P (-3;2) e tem coeficiente angular igual a 2?

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = 2(x+3)$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

$$y - 2 = 2x + 6$$

$$2x - y + 8 = 0$$

R: C

37. seja $f(x) = x^3$ com $x \in \mathbb{R}$. Qual é o valor de $f^{-1}(8) = ?$

$$f(x) = x^3$$

$$y = x^3$$

$$x = y^3$$

$$y^3 = x$$

$$y = \sqrt[3]{x}$$

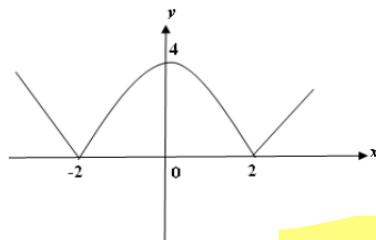
$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$$

$$f^{-1}(8) = \sqrt[3]{8}$$

$$f^{-1}(8) = 2$$

R: B

38. Qual é a expressão analítica da função cujo gráfico está representado na figura?



A $y = |x^2 - 2|$

B $y = |x^2| - 2$

C $y = |x^2 - 4|$

D $y = |x^2| - 4$

39. Qual é a solução de $\int (e^x - 1)dx$?

$$\int (e^x - 1)dx$$

$$= \int e^x dx - \int dx$$

$$= e^x - x + c$$

R: D

40. Qual é a expressão equivalente a i^{13}

$$x^3 + 3x^2 - 4x = 0$$

$$x(x^2 + 3x - 4) = 0$$

$$x = 0 \vee x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x = 0 \vee x = -4 \vee x = 1$$

$$s = 0 - 4 + 1$$

$$s = -3$$

R: C