



FILOSCHOOL

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes! Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

## Guião de correcção do exame de Matemática 10<sup>a</sup> classe 2022–Primeira Época

1. Assinale com (V) verdadeira ou com (F) falsa as afirmações que se seguem:

(a)  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{R}_0^+ = \mathbb{R}^-$

**Resposta:** V

O conjunto  $\mathbb{R}_0^+$  representa os números reais não-negativos, ou seja,  $[0, +\infty[$ . Quando retiramos esses elementos de  $\mathbb{R}$ , restam apenas os números reais negativos, representados por  $\mathbb{R}^- = ]-\infty, 0[$

(b)  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$

**Resposta:** V

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \text{e} \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

(c)  $\log_2(8 \times 16) = 7$

**Resposta:** V Utilizamos a propriedade do logaritmo do produto:

$$\log_a(b \times c) = \log_a(b) + \log_a(c).$$

Assim, temos:

$$\log_2(8 \times 16) = \log_2(8) + \log_2(16).$$

Calculamos:

$$\log_2(8) = 3 \quad (\text{pois } 2^3 = 8), \quad \log_2(16) = 4 \quad (\text{pois } 2^4 = 16)$$

$$\log_2(8 \times 16) = 3 + 4 = 7.$$

(d)  $0,2 = 20\%$

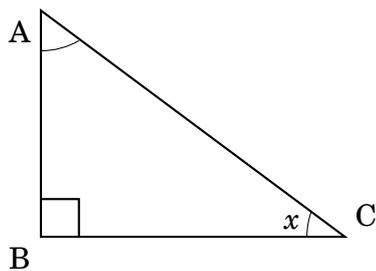
**Resposta:** V

O número decimal 0,2 é equivalente à fração:  $0,2 = 20\% = \frac{20}{100}$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

2. Considere o triângulo [ABC]. Determine o valor de  $x$  sabendo que :  $\overline{AB} = \sqrt{2}cm$  e  $\overline{AC} = 2cm$



Usando razão trigonométrica:

$$\cos x = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = \cos 45^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

3. Resolva as seguintes equações em  $\mathbb{R}$ :

(a)  $\sin x = 1$  para  $x \in [0^\circ; 90^\circ]$

**Resposta:**  $x = 90^\circ$

$$\sin x = 1$$

Sabendo que a função seno atinge o valor máximo de 1 no ângulo  $90^\circ$ , então:

$$\sin x = \sin 90^\circ$$

$$x = 90^\circ$$

(b)  $7x^4 - 567 = 0$

**Resposta:**  $x = -3$  ou  $x = 3$

$$7x^4 - 567 = 0 \implies 7x^4 = 567 \implies x^4 = \frac{567}{7} = 81$$

$$x = \pm \sqrt[4]{81}$$

$$x = \pm 3$$

$$x = 3 \text{ ou } x = -3$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

(c)  $x^2 - 9 \geq 0$

$$x^2 - 9 \geq 0$$

Resolvemos a equação  $x^2 - 9 = 0$ :

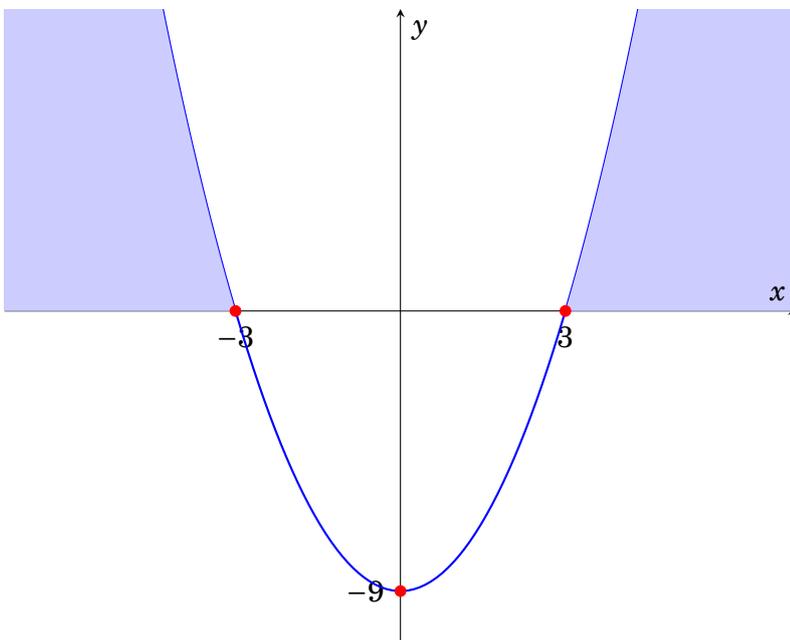
$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Portanto, as raízes da equação são  $x = -3$  e  $x = 3$ .

$$f(x) = x^2 - 9$$

A função  $f(x)$  é uma parábola para com concavidade virada para cima (coeficiente de  $x^2$  positivo) e tem raízes em  $x = -3$  e  $x = 3$ . A parábola é positiva  $f(x) \geq 0$  fora do intervalo entre as raízes, ou seja, a parte sombreada no gráfico a seguir:



Sol :  $x \in ]-\infty; -3] \cup [3; +\infty[$

(d)  $\log_8(x - 2) = \frac{4}{3}$

$$\log_8(x - 2) = \frac{4}{3}$$

$$x - 2 = 8^{\frac{4}{3}}$$

$$x - 2 = (2^3)^{\frac{4}{3}}$$

$$x - 2 = 2^4$$

$$x - 2 = 16$$

$$x = 16 + 2$$

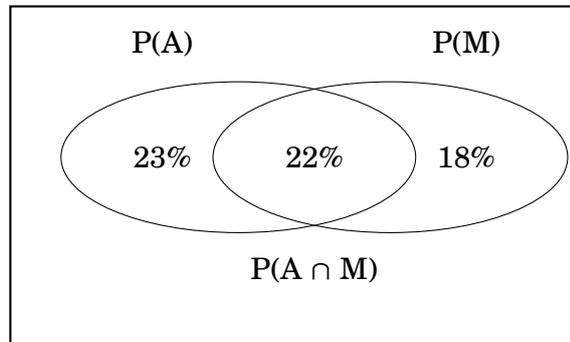
Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

$$x = 18$$

4. Numa vila de uma província, 45 % dos habitantes sabe conduzir automóvel, 40 % sabe conduzir motorizada e 22 % sabe conduzir os dois tipos de veículos.

(a) Represente a situação no diagrama de Veen.



- (b) Qual é a percentagem de habitantes que não sabe conduzir nem automóvel nem motorizada?

Dados fornecidos:

- $P(A) = 45\%$  (habitantes que sabem conduzir automóvel)
- $P(M) = 40\%$  (habitantes que sabem conduzir motorizada)
- $P(A \cap M) = 22\%$  (habitantes que sabem conduzir os dois tipos de veículos)

A fórmula para calcular a percentagem de habitantes que sabem conduzir pelo menos um dos dois tipos de veículos é:

$$P(A \cup M) = P(A) + P(M) - P(A \cap M)$$

Substituindo os valores fornecidos:

$$P(A \cup M) = 45\% + 40\% - 22\% = 63\%$$

Ou seja, 63% dos habitantes sabem conduzir pelo menos um dos veículos.

A percentagem de habitantes que não sabem conduzir nem automóvel nem motorizada é dada por:

$$P(\text{nenhum}) = 100\% - P(A \cup M) = 100\% - 63\% = 37\%$$

Portanto, 37% dos habitantes não sabem conduzir nem automóvel nem motorizada.

- (c) Qual é a percentagem de habitantes que sabe conduzir somente automóvel?  
Podemos observar à partir do diagrama da alínea a) e podemos ver que 23% sabe conduzir somente automóvel.
- (d) Qual é a percentagem de habitantes que sabe conduzir apenas motorizada?  
Podemos também observar à partir do diagrama da alínea a) e podemos ver que 18% sabe conduzir apenas motorizada.

5. Seja dada uma função  $f(x) = \log_2(x)$  :

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

(a) Represente graficamente a função  $f(x)$ .

$x$	$y = \log_2(x)$
0.0625	-4
0.125	-3
0.25	-2
0.5	-1
1	0
2	1
4	2
8	3

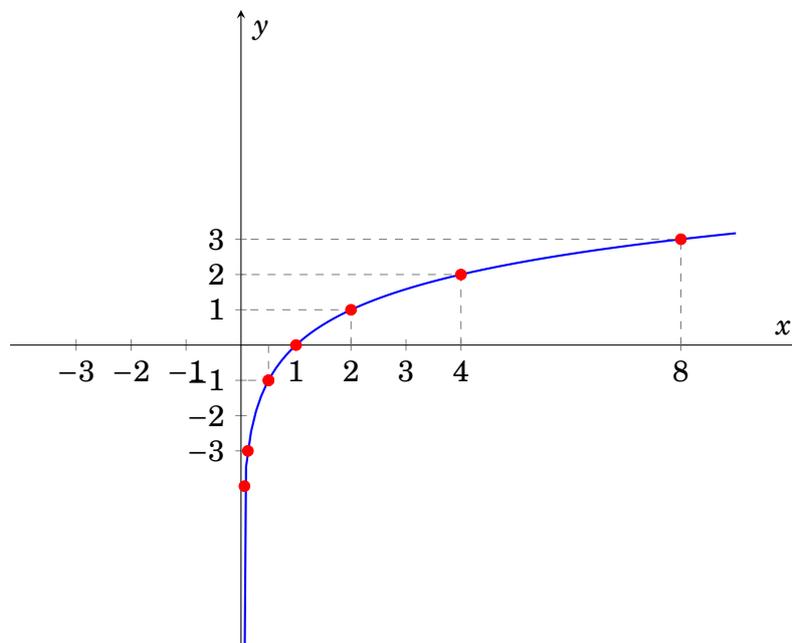


Figura 1: Gráfico da função  $\log_2(x)$

(b) Qual é o contradomínio da função  $f(x)$ .

Como a função  $\log_2(x)$  pode gerar qualquer valor real, o contradomínio da função é o conjunto dos números reais  $\mathbb{R}$  (CD:  $y \in \mathbb{R}$ ).

(c) Para que valores de  $x$   $f(x)$  é negativa?

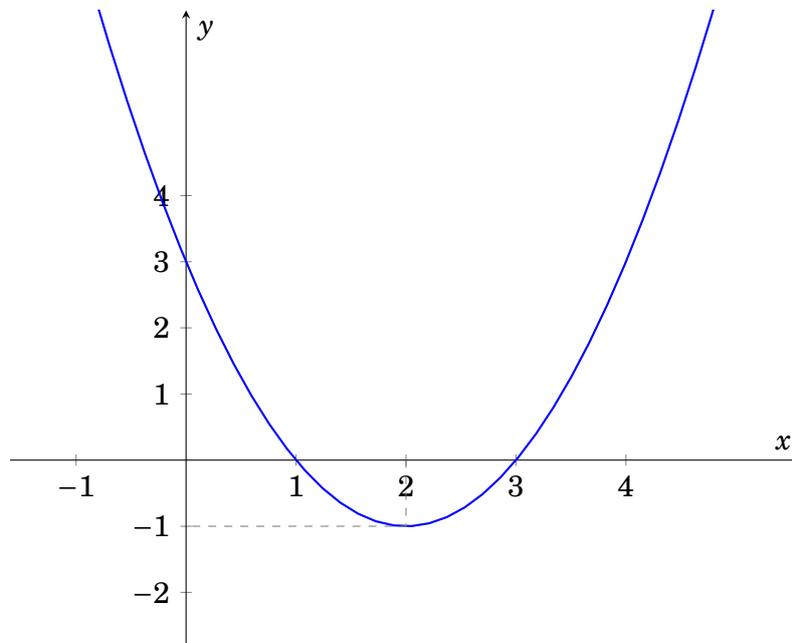
A função logarítmica  $f(x) = \log_2(x)$  é negativa quando  $x$  está entre 0 e 1. Ou seja:

$$x \in ]0, 1[$$

6. Considere o gráfico da função  $g(x)$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395



(a) Quais são os zeros da função?

Os zeros da função são:  $x = 1$  ou  $x = 3$

(b) Para que valores de  $x$ ,  $g(x) \leq 0$ ?

A função  $g(x)$  é uma parábola com concavidade voltada para cima, e para  $g(x) \leq 0$  temos a solução:

$$x \in [1, 3]$$

(c) Para que valores de  $x$ ,  $g(x)$  é crescente?

A função  $g(x)$  é crescente para  $x > 2$ , ou seja:

$$x \in (2, \infty)$$

(d) Determine a expressão analítica da função.

- Os zeros da função quadrática são  $x_1 = 1$  e  $x_2 = 3$ .
- O vértice da função é  $V(2, -1)$ .

A equação da função quadrática é dada por:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Substituindo  $x_1 = 1$  e  $x_2 = 3$ :

$$f(x) = a(x - 1)(x - 3)$$

Sabemos que o vértice ocorre quando  $x = 2$ , e  $f(2) = -1$ . Substituímos esses valores na equação:

$$-1 = a(2 - 1)(2 - 3)$$

$$-1 = a(1)(-1)$$

$$-1 = -a$$

$$a = 1$$

Agora que sabemos que  $a = 1$ , a expressão analítica da função quadrática é:

$$f(x) = 1(x - 1)(x - 3)$$

$$f(x) = 1(x^2 - 4x + 3) = x^2 - 4x + 3$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

---

7. As idades dos avós maternos de nove alunos de uma escola são: 67, 75, 63, 72, 77, 78, 81, 77, 80. Determine:

(a) a moda

**Resposta:** Moda é 77.

**Explicação:** A moda de um conjunto de valores corresponde ao valor que ocorre mais vezes ou ainda o valor que aparece mais ou mesmo o mais repetido, nesse caso o valor que aparecem mais é **77**.

(b) a média aritmética.

**Resposta:** Média  $\approx 74,44$

A média aritmética é uma medida de tendência central que representa o valor típico ou central de um conjunto de números. Ela é calculada somando todos os valores do conjunto e dividindo essa soma pelo número total de valores.

$$Média = \frac{67 + 75 + 63 + 72 + 77 + 78 + 81 + 77 + 80}{9} = \frac{670}{9} \approx 74,44$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395