



FILOSCHOOL

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes! Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária

Guião de correcção do exame de Matemática 10^a classe 2024–Primeira Época

1. Usando os símbolos $>$, $<$, $=$, \subset ou \supset , complete na sua folha de resposta os espaços em branco de modo a obter afirmações verdadeiras.

(a) $\frac{1}{5}$ de 30 ___ 30% de 30

Resposta: $\frac{1}{5}$ de 30 $<$ 30% de 30

Explicação: Explicação: $\frac{1}{5} \times 30 = 6$ e $30\% \times 30 = 9$, portanto, $6 < 9$.

(b) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{R}^-$ ___ \mathbb{R}_0^+

Resposta: $\mathbb{R} \setminus \mathbb{R}^- = \mathbb{R}_0^+$ ou $\mathbb{R} \setminus \mathbb{R}^- \subset \mathbb{R}_0^+$ ou $\mathbb{R} \setminus \mathbb{R}^- \supset \mathbb{R}_0^+$

Explicação: $\mathbb{R} \setminus \mathbb{R}^-$ e \mathbb{R}_0^+ , ambas representam conjuntos de números reais não negativos. E um conjunto é sempre subconjunto dele mesmo, o que faz com que esteja contido nele mesmo.

(c) $\cos 0^\circ$ ___ $\sin 45^\circ$

Resposta: $\cos 0^\circ > \sin 45^\circ$

Explicação: $\cos 0^\circ = 1$ e $\sin \frac{\pi}{4} = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$, logo $\cos 0^\circ > \sin \frac{\pi}{4}$.

(d) $\lg 2 + \lg 5$ ___ 2

Resposta: $\lg 2 + \lg 5 < 2$

Explicação: A propriedade dos logaritmos $\lg(a) + \lg(b) = \lg(a \times b)$ nos dá $\lg 2 + \lg 5 = \lg(2 \times 5) = \lg 10 = 1$, logo $\lg 2 + \lg 5 = 1$, assim $1 < 2$.

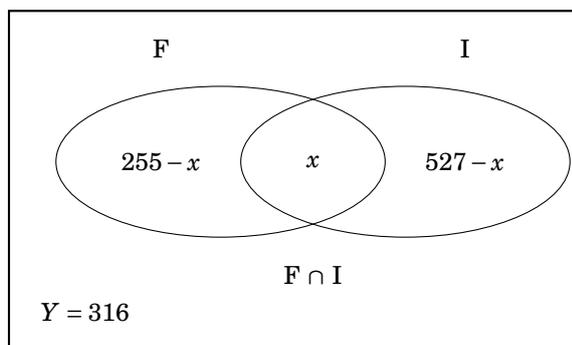
2. Num concurso para admissão de pessoal de uma empresa, foram entrevistados 970 candidatos, dos quais 527 falam a língua inglesa (I), 255 falam a língua francesa (F) e 316 não falam nenhuma dessas línguas. Determine o número de candidatos que falam ambas as línguas.

Queremos determinar o número de candidatos que falam ambas as línguas ($I \cap F$), com base nas informações fornecidas:

- Total de candidatos entrevistados: $U = 970$;
- Candidatos que falam inglês: $I = 527$;
- Candidatos que falam francês: $F = 255$;
- Candidatos que não falam nenhuma das línguas: $Y = 316$
- $I \cap F = x$ (número de candidatos que falam ambas as línguas)

Dados no diagrama de Veen

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395



Os que falam somente inglês são:

$$I - (I \cap F) = 527 - x$$

Os que falam somente francês são:

$$F - (I \cap F) = 255 - x$$

O conjunto de todos candidatos, pode ser dado pela expressão:

$$U = (I - F) + (F - I) + (I \cap F) + Y$$

Substituímos os valores conhecidos:

$$970 = (527 - x) + (255 - x) + x + 316$$

$$970 = 527 + 255 + 316 - x$$

$$970 = 1098 - x$$

$$x = 782 - 654$$

$$x = 128$$

3. Resolva em \mathbb{R} a inequação $x^2 - 9 \geq 0$

$$x^2 - 9 \geq 0$$

$$(x - 3)(x + 3) \geq 0$$

Os pontos críticos são os valores de x que anulam a expressão:

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3,$$

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3.$$

Esses pontos críticos dividem a recta real em três intervalos:

$$(-\infty, -3), \quad (-3, 3), \quad (3, +\infty).$$

Agora, analisamos o sinal de cada fator em cada intervalo. A tabela de sinais fica:

Intervalos	$x < -3$	$-3 < x < 3$	$x > 3$
$x - 3$	-	-	+
$x + 3$	-	+	+
$(x - 3)(x + 3)$	+	-	+

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

Queremos os intervalos onde:

$$(x-3)(x+3) \geq 0,$$

ou seja, onde o produto é **positivo ou nulo**.

Da tabela, vemos que:

$$(x-3)(x+3) \geq 0 \text{ nos intervalos } \boxed{x \in]-\infty, -3] \cup [3, \infty[}$$

4. Calcule o valor da expressão $\log_2 32$ Queremos calcular o valor de $\log_2 32$. Pela definição de logaritmo, sabemos que:

$$\log_b a = x \text{ se, e somente se, } b^x = a$$

Neste caso:

$$\log_2 32 = x \text{ tal que } 2^x = 32$$

Portanto:

$$2^x = 2^5 \implies x = 5$$

$$\boxed{\log_2 32 = 5}$$

5. Simplifique a expressão $\frac{2 \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3}}{3 \tan 45^\circ}$

Resposta: $\frac{1}{2}$

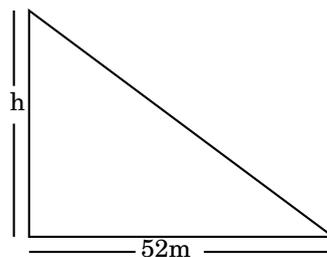
Tendo em conta a tabela de ângulos especiais

	0°	$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$
<i>seno</i>	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
<i>coseno</i>	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
<i>tangente</i>	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	\notin

Podemos substituir e simplificar:

$$\begin{aligned} & \frac{2 \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3}}{3 \tan 45^\circ} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{3 \cdot 1} \\ &= \frac{\frac{2+1}{2}}{3} \\ &= \frac{\frac{3}{2}}{3} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} \\ &= \boxed{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

6. Determine a altura de uma torre, sabendo que o comprimento da sombra projetada pela mesma torre num plano horizontal é de 52 m e a inclinação dos raios solares é de 60° .



Resposta: $h = \sqrt{52} \cdot 3$

Explicação: Para a resolução deste exercício podemos optar pelas razões trigonométricas sabendo que:

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. Aguardo o seu contato! 879369395

- h : altura da torre (cateto oposto);
- 52m: comprimento da sombra (cateto adjacente);
- 60° : ângulo entre o solo e os raios solares.

Usamos a tangente do ângulo 60° , que é dada por:

$$\tan(60^\circ) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{h}{52}$$

Sabemos que:

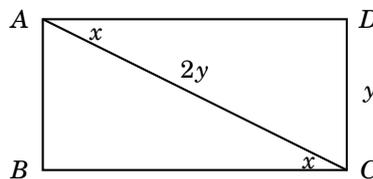
$$\tan(60^\circ) = \sqrt{3}$$

Substituímos na equação:

$$\sqrt{3} = \frac{h}{52}$$

$$h = 52 \cdot \sqrt{3}$$

7. Dado o retângulo $[ADBC]$, calcule o valor do ângulo x



Resposta: $x = 30^\circ$

Explicação: Consideremos triângulo rectângulo $\triangle ACD$, onde o ângulo recto está em D , considerando o ângulo x temos:

- A hipotenusa $AC = 2y$,
- O cateto oposto ao ângulo x é $DC = y$.

Usamos a razão seno, que é dada por:

$$\sin(x) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{DC}{AC} = \frac{y}{2y} = \frac{1}{2}$$

$$\sin(x) = \left(\frac{1}{2}\right)$$

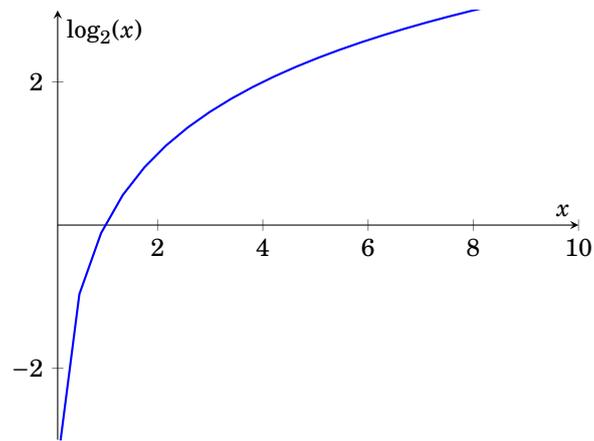
$$\sin(x) = \sin(30^\circ)$$

$$x = 30^\circ$$

8. Considere a função $f(x) = \log_2 x$

- (a) Represente graficamente a função $f(x)$.

Resposta :



(b) Qual é o domínio da função $f(x)$

Resposta: $x \in]0; +\infty[$

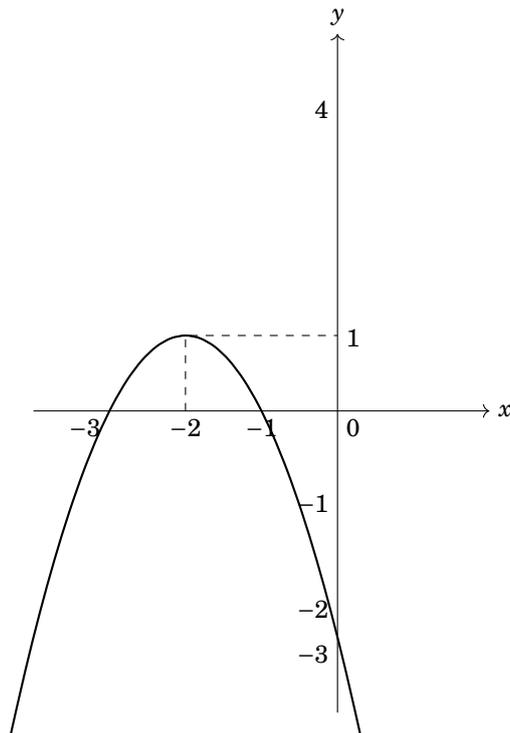
Explicação: O domínio da função $\log_2 x$ é o conjunto de valores de x para os quais a função está definida.

A função logaritmo $\log_b(x)$ (onde b é a base do logaritmo) está definida apenas para $x > 0$, porque não é possível calcular o logaritmo de números não positivos (ou seja, $x \leq 0$).

Logo, o **domínio** da função $\log_2 x$ é:

$x > 0$ ou seja $x \in]0, +\infty[$

9. O gráfico abaixo representa a função $g(x)$. Determine a :



(a) a equação de eixo de simetria da parábola.

Resposta: $x = -2$ A equação do eixo de simetria é a recta que divide uma parábola em duas partes simétricas. Esse eixo é uma linha vertical que passa pelo vértice da parábola e é paralelo ao eixo y . O vértice da parábola está no ponto $(-2, 1)$. Isso significa que, a nossa equação da recta é $x = -2$.

(b) expressãp analítica da função.

Resposta: $g(x) = y = -x^2 - 4x - 3$

Temos aqui uma função do segundo grau, que é uma parábola e equação de uma parábola pode ser

escrita como:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Outra forma equivalente, quando conhecemos as raízes da parábola (x_1 e x_2) é:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Pelo gráfico, a parábola corta o eixo x nos pontos $x = -3$ e $x = -1$. Logo, as raízes são:

$$x_1 = -3 \quad \text{e} \quad x_2 = -1$$

Substituímos na forma fatorada da equação:

$$y = a(x + 3)(x + 1)$$

Podemos usar o vértice para determinar a . O vértice da parábola está no ponto $(-2, 1)$. Isso significa que, quando $x = -2$, temos $y = 1$. Substituímos o ponto $(-2, 1)$ na equação para determinar a :

$$1 = a(-2 + 3)(-2 + 1)$$

Simplificando os termos dentro dos parênteses:

$$1 = a(1)(-1)$$

$$1 = -a$$

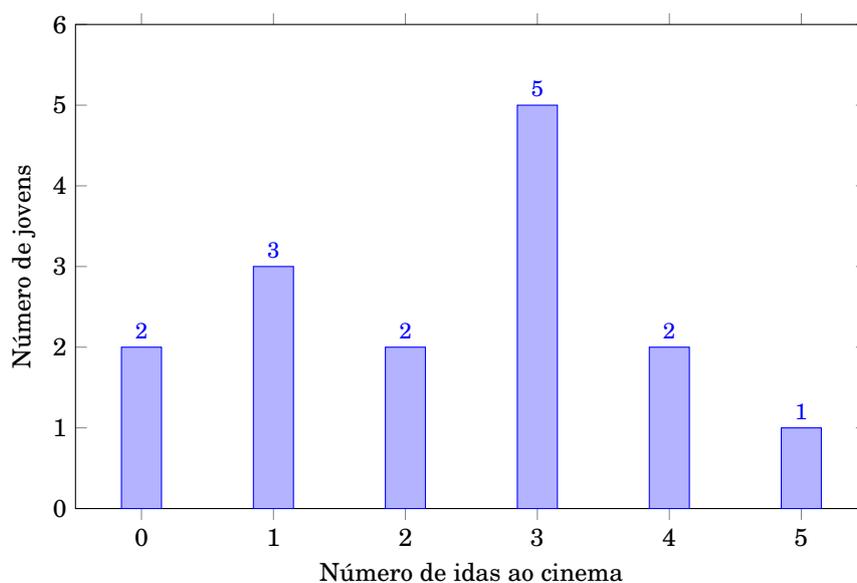
$$a = -1$$

Substituímos $a = -1$ na equação fatorada:

$$y = -1(x + 3)(x + 1)$$

$$y = -x^2 - 4x - 3$$

10. Fez-se um inquérito a um grupo de 15 jovens sobre as idas ao cinema no mês de Janeiro do ano corrente. Os resultados estão sintetizados no gráfico de barras abaixo.



(a) Qual é a moda do número de idas ao cinema?

A **moda** é uma medida de tendência central que representa o valor mais frequente em um conjunto de dados. Em outras palavras, é o valor que ocorre com maior frequência.

Nesse caso a moda correspondente ao número de idas ao cinema que ocorre mais vezes no gráfico. Observando os valores das barras, podemos ver que a barra correspondente a **3 idas ao cinema** tem a maior altura, com **5 jovens** que fizeram essa quantidade de idas ao cinema.

Portanto, a **moda** do conjunto de dados é **3**.

(b) Qual é a mediana?

A **mediana** é uma medida de tendência central que representa o valor que separa a metade inferior da metade superior de um conjunto de dados. Para calcular a mediana, os dados precisam ser ordenados em ordem crescente. Quando o número de elementos é ímpar, a mediana é o valor que está no meio. Quando o número de elementos é par, a mediana é a média dos dois valores centrais.

Agora, vamos organizar todos os dados de forma crescente:

0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5

A **mediana** é **3**.