



Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes! Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

## Guião de correcção do exame de Matemática UP 2024

1. Qual é a expressão equivalente a  $\sim p \vee q$ ?

- A.  $p \iff q$
- B.  $p \implies q$
- C.  $p \wedge q$
- D.  $p \vee q$

**Resposta: B**

A expressão  $\sim p \vee q$  está na forma de uma disjunção ( $\vee$ ) entre  $\sim p$  e  $q$ . Existe uma equivalência importante na lógica proposicional:

$$p \implies q \equiv \sim p \vee q$$

Essa é uma das formas padrão de definir uma implicação. A expressão equivalente a  $\sim p \vee q$  é:

$$p \implies q$$

2. Considere a afirmação: "Se hoje é sábado, amanhã não trabalharei." Qual é a negação dessa afirmação?

- A. Se hoje não é sábado, amanhã trabalharei.
- B. Hoje não é sábado ou amanhã trabalharei.
- C. Se hoje não é sábado, amanhã não trabalharei.
- D. Hoje é sábado e amanhã trabalharei.

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

**Resposta: D**

Para encontrar a negação da afirmação "Se hoje é sábado, amanhã não trabalharei", precisamos aplicar a negação da implicação lógica. A frase "Se hoje é sábado, amanhã não trabalharei" pode ser representada como:

$$p \implies \sim q$$

Onde:

- $p$ : "Hoje é sábado"
- $q$ : "Amanhã trabalharei"

A negação de uma implicação  $p \implies \sim q$  é dada pela seguinte equivalência:

$$\neg(p \implies \sim q) \equiv p \wedge q$$

Isso vem da equivalência lógica:

$$p \implies \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$$

Negando a expressão, usamos a Lei de De Morgan:

$$\neg(\sim p \vee \sim q) \equiv p \wedge q$$

A negação de "Se hoje é sábado, amanhã não trabalharei" é:

$$p \wedge q$$

Ou seja:

- $p$ : "Hoje é sábado"
- $q$ : "Amanhã trabalharei"

Logo, a negação é: **"Hoje é sábado e amanhã trabalharei."**

3. Qual é o valor de  $\log_2 \sqrt{8} - \log_{\sqrt{8}} 2$ ?

- A.  $-\frac{5}{6}$
- B.  $\frac{5}{6}$
- C.  $-\frac{6}{5}$
- D.  $\frac{6}{5}$

**Resposta: B**

$$\log_2 \sqrt{8} - \log_{\sqrt{8}} 2 = \frac{1}{2} \log_2 8 - \frac{\log_2 2}{\log_2 \sqrt{8}} = \frac{1}{2} \cdot 3 - \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{9}{6} - \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$$

4. Em qual das equações a soma das raízes é  $-\frac{5}{2}$ ?

- A.  $-2x^3 + 5x^2 - 7 = 0$
- B.  $2x^3 - 5x^2 - 7 = 0$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

C.  $2x^3 - 5x^2 + 7 = 0$

D.  $2x^3 + 5x^2 - 7 = 0$

**Resposta: D**

$$2x^3 + 5x^2 - 7x = 0$$

Aplicando a lei de anulação do produto, colocamos  $x$  em evidência:

$$x(2x^2 + 5x - 7) = 0$$

Agora, resolvemos a equação quadrática  $2x^2 + 5x - 7 = 0$  utilizando a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(-7)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{4} \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{4} \Rightarrow x = \frac{-5 \pm 9}{4}$$

As duas raízes são:

$$x = \frac{-5 + 9}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-5 - 9}{4} = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2}$$

Portanto, as três raízes da equação  $2x^3 + 5x^2 - 7x = 0$  são:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = -\frac{7}{2}$$

A soma das raízes é:

$$0 + 1 + \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{-7}{2} + 1 = \frac{-7}{2} + \frac{2}{2} = \frac{-5}{2}$$

5. Qual é a soma dos zeros da função  $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ ?

A. 0

B. 5

C. 4

D. -5

**Resposta: A**

A função dada é  $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ .

I. Substituindo  $y = x^2$ , então a equação se torna  $y^2 - 5y + 4 = 0$

II. Resolvendo a equação quadrática  $y^2 - 5y + 4 = 0$  utilizando a fórmula de Bhaskara:

$$y = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

Então,  $y_1 = 4$  e  $y_2 = 1$ .

III. Agora, substituindo  $y = x^2$ :

-  $x^2 = 4$  dá  $x = 2$  e  $x = -2$

-  $x^2 = 1$  dá  $x = 1$  e  $x = -1$ .

IV. A soma dos zeros é  $2 + (-2) + 1 + (-1) = 0$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

6. Qual é o produto das raízes da equação  $\sqrt{2x-4} = x-2$ ?

- A. 6
- B. 8
- C. 4
- D. 2

**Resposta: B**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x-4} &= x-2 \\ (\sqrt{2x-4})^2 &= (x-2)^2 \\ 2x-4 &= (x-2)^2\end{aligned}$$

$$2x-4 = x^2-4x+4$$

$$x^2-6x+8=0$$

Agora, temos a equação quadrática  $x^2-6x+8=0$ . Para encontrar o **produto das raízes**, usamos a fórmula:

$$P = \frac{c}{a}$$

Para a equação  $x^2-6x+8=0$  temos:

- $a = 1$
- $c = 8$

Logo:

$$P = \frac{8}{1} = 8$$

7. Qual é o valor numérico da expressão

$$\frac{\frac{1}{2} - \tan 45^\circ}{1 - \cos 30^\circ} + \frac{1 - \sin 30^\circ}{1 + \sin 60^\circ}$$

- A.  $-2\sqrt{3}$
- B.  $-4$
- C. 4
- D.  $2\sqrt{3}$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

**Resposta: A**

Ângulo	$\sin(\theta)$	$\cos(\theta)$	$\tan(\theta)$
$0^\circ$	0	1	0
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$90^\circ$	1	0	$\nexists$

$$\frac{\frac{1}{2} - \tan 45^\circ}{1 - \cos 30^\circ} + \frac{1 - \sin 30^\circ}{1 + \sin 60^\circ}$$

Pela tabela  $\tan 45^\circ = 1$ ,  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ , e  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Substituindo esses valores na expressão, temos:

$$\frac{\frac{1}{2} - 1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} + \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}} + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2 + \sqrt{3}}{2}}$$

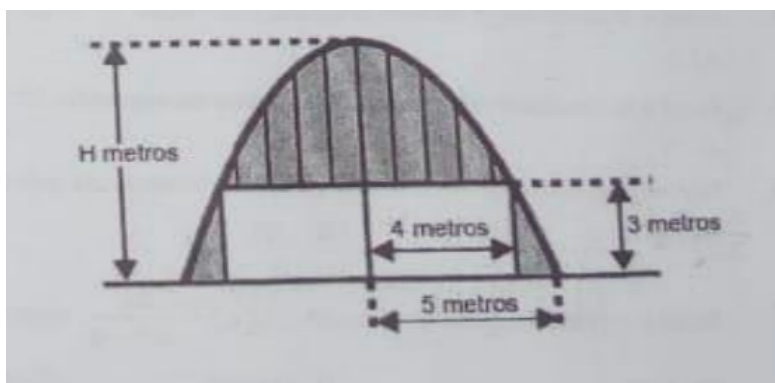
$$\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}} + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2 + \sqrt{3}}{2}} = \frac{-1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\frac{-1}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{-(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} + \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$

A expressão do denominador  $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$ , então a expressão fica:

$$-(2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = -2 - \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

8. Um armazém tem cobertura com formato de parábola. A figura ao lado mostra uma vista frontal da cobertura com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos. Qual é a medida da altura H, em metros?



- A.  $\frac{16}{3}$   
B.  $\frac{25}{4}$   
C.  $\frac{31}{5}$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

D.  $\frac{25}{3}$

**Resposta: D**

I. A equação da parábola é da forma  $y = ax^2 + c$ , pois ela tem simetria em relação ao eixo vertical.

II. Sabemos que a parábola passa pelo ponto  $(5, 0)$ , logo, quando  $x = 5$ ,  $y = 0$ :

$$0 = 25a + c \implies c = -25a$$

III. Quando  $x = 4$ ,  $y = 3$ , substituímos na equação:

$$3 = 16a + c \implies 3 = 16a - 25a \implies 3 = -9a \implies a = -\frac{1}{3}$$

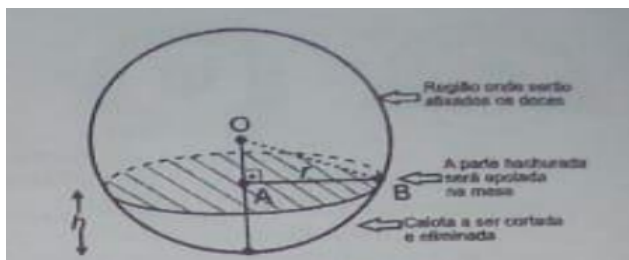
Iv. Agora, substituímos  $a = -\frac{1}{3}$  em  $c = -25a$ :

$$c = \frac{25}{3}$$

V. A altura  $H$  da cobertura é igual a  $c$ , então:

$$H = \frac{25}{3}$$

9. Um chefe de cozinha planeja decorar a mesa da festa infantil com uma melancia esférica de 10cm de diâmetro. Ele pretende cortar uma calota com raio mínimo de 3cm, para garantir a estabilidade e não rolar na mesa. O objectivo é maximizar a área dessa superfície para dispor doces. Para atingir todos os seus objectivos, qual deverá ser a altura  $h$ , em centímetro, de acordo com a figura?



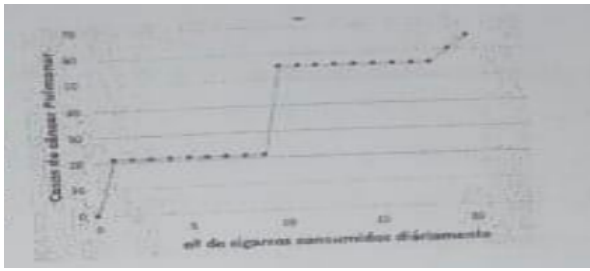
- A.  $5 - \sqrt{91}$   
 B.  $10 - \sqrt{91}$   
 C. 1  
 D. 4

**Resposta: C**

10. A hipótese de que o tabagismo causa câncer de pulmão surgiu de observações clínicas e foi posteriormente investigada através de estudos epidemiológicos. Um desses estudos, que correlacionou a incidência de câncer de pulmão, com a quantidade de cigarros fumados diariamente, é representado no gráfico ao lado. De acordo com as informações do gráfico, qual das afirmações é verdadeira?

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395



- A. O consumo diário de cigarros e o número de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.
- B. O consumo diário de cigarros e o número de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.
- C. O consumo diário de cigarros e o número de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.
- D. O consumo diário de cigarros e o número de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

**Resposta: D**

11. Qual das alternativas é equivalente à expressão

$$\frac{\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\tan(\pi - x)}?$$

- A.  $-2\sin(x)$
- B. 0
- C.  $-2\cos(x)$
- D.  $2\cos(x)$

**Resposta: B**

$$\frac{\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\tan(\pi - x)}$$

Usando as identidades trigonométricas, temos que  $\sin(\pi + x) = -\sin x$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ , e  $\tan(\pi - x) = -\tan x$ . Substituindo essas identidades, o numerador fica  $-\sin x + \sin x = 0$  e o denominador é  $-\tan x$ . Assim, a expressão se simplifica para:

$$\frac{0}{-\tan x} = 0$$

12. Que valores  $k$  pode tomar, para que a equação  $|3 - 2x| = 5 - k$  **não** tenha solução?

- A.  $]5, +\infty[$
- B.  $[5, +\infty[$
- C.  $] -\infty, 5]$
- D.  $] -\infty, 5[$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

---

**Resposta: A**

A equação  $|3 - 2x| = 5 - k$  não terá solução quando  $5 - k$  for negativo, pois o valor absoluto é sempre não-negativo.

Portanto, temos  $5 - k < 0$ , o que resulta em  $k > 5$  ou seja  $k \in ]5, \infty[$ .

13. Qual é a soma das raízes da equação  $|3 - 2x| = 5$ ?

- A. 2
- B. 3
- C. 0
- D. 1

A equação é  $|3 - 2x| = 5$ . Isso dá duas equações (pela definição de módulo):

I.  $3 - 2x = 5 \Rightarrow x = -1$

II.  $3 - 2x = -5 \Rightarrow x = 4$

A soma das raízes é  $-1 + 4 = 3$ .

14. Qual é o valor de  $m$  de modo que o polinômio  $x^2 + 2x + 3 - m$  seja divisível por  $x + 1$ ?

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

**Resposta: C**

Para que o polinômio  $x^2 + 2x + 3 - m$  seja divisível por  $x + 1$ , o valor  $x = -1$  deve ser uma raiz do polinômio. Ou seja, substituímos  $x = -1$  na expressão  $x^2 + 2x + 3 - m$  e igualamos a zero.

Substituindo  $x = -1$ :

$$(-1)^2 + 2(-1) + 3 - m = 0$$

$$1 - 2 + 3 - m = 0$$

$$2 - m = 0$$

$$m = 2$$

15. Qual é o resultado da soma da solução da equação  $2^{x+3} - 2^{x+2} - 2^{x+1} = 1$  com 6?

- A. 3
- B. 4
- C. 7
- D. 5

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395



**Resposta: D**

A equação é  $2^{x+3} - 2^{x+2} - 2^{x+1} = 1$

Fatorando  $2^{x+1}$ , temos:

$$(4 - 2 - 1) \cdot 2^{x+1} = 1$$

Ou seja:

$$1 \cdot 2^{x+1} = 1$$

Logo,  $2^{x+1} = 1$ , e isso implica  $x + 1 = 0$ , então  $x = -1$

A soma com 6 é:

$$-1 + 6 = 5$$

16. No conjunto dos números reais, qual é o domínio de existência de uma expressão racional inteira?

- A.  $\mathbb{R}$
- B.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- C.  $\mathbb{R}^+$
- D.  $\mathbb{R}_0^+$

**Resposta: A**

17. Qual é a classificação da função  $f(x) = \frac{2x}{x^2-4}$  quanto à paridade?

- A. par
- B. ímpar
- C. não é par nem ímpar
- D. par e ímpar

**Resposta: B**

Para verificar a paridade de uma função, basta analisar se  $f(-x) = f(x)$  (função par) ou  $f(-x) = -f(x)$  (função ímpar).

Calculando  $f(-x)$ :

$$f(-x) = \frac{2(-x)}{(-x)^2 - 4} = \frac{-2x}{x^2 - 4}$$

Observa-se que  $f(-x) = -f(x)$ , o que caracteriza a função como **ímpar**.

18. Que valores  $k$  pode tomar, para que a equação  $\begin{vmatrix} 0 & 1 & k \\ 1 & k & 0 \\ 0 & k & 1 \end{vmatrix} = 3$  seja verdadeira?

- A. 3

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

- B. 2  
C. -2 e 2  
D. -3 e 3

**Resposta: C**

Usando o método de Sarrus (baseia-se na soma e subtração de produtos de diagonais principais e secundárias) para calcular a determinante teremos:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & k & 0 & 1 \\ 1 & k & 0 & 1 & k \\ 0 & k & 1 & 0 & k \end{vmatrix} = 3$$

$$(0 \cdot k \cdot 1 + 1 \cdot 0 \cdot 0 + k \cdot 1 \cdot k) - (0 \cdot k \cdot k + k \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \cdot 1) = 3$$

$$k^2 - 1 = 3$$

$$k^2 = 3 + 1$$

$$k = \pm\sqrt{4}$$

$$k = \pm 2$$

19. Qual é a expressão equivalente a

$$\frac{(n+1)! - n!}{(n+1)!}?$$

- A.  $\frac{n}{n-1}$   
B.  $\frac{n}{n+1}$   
C.  $\frac{n+1}{n}$   
D.  $\frac{n-1}{n}$

**Resposta: B**

$$\frac{(n+1)! - n!}{(n+1)!}$$

$$= \frac{(n+1) \cdot n! - n!}{(n+1) \cdot n!}$$

$$= \frac{n! \cdot n}{(n+1) \cdot n!}$$

$$= \frac{n! \cdot n}{(n+1) \cdot n!}$$

$$= \frac{n}{n+1}$$

20. Qual das alternativas é equivalente à expressão

$$C_{n-p}^n?$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

- A.  $A_p^n$
- B.  $P_n$
- C.  $A_{n-p}^n$
- D.  $C_p^n$

**Resposta: D**

Para mostrar a igualdade  $C_{n-p}^n = C_p^n$ , vamos usar a definição do coeficiente binomial. O coeficiente binomial  $C_k^n$  é dado por:

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Agora, substituindo  $k = n - p$  e  $k = p$  nas duas expressões:

1. Para  $C_{n-p}^n$ , temos:

$$C_{n-p}^n = \binom{n}{n-p} = \frac{n!}{(n-p)!(p)!}$$

2. Para  $C_p^n$ , temos:

$$C_p^n = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

21. A ementa de um restaurante oferece duas variedades de sopa, quatro opções de pratos principais (peixe ou carne) e três escolhas de sobremesas. Considerando uma sopa, um prato principal e uma sobremesa por refeição, quantas combinações distintas de refeições podem ser servidas?
- A. 168
  - B. 3
  - C. 60.480
  - D. 504

**Resposta: NENHUMA ALTERNATIVA CORRECTA**

Para calcular o número de combinações distintas de refeições que podem ser servidas, basta multiplicar o número de opções de cada item do cardápio.

- **Sopas:** 2 opções
- **Pratos principais:** 4 opções
- **Sobremesas:** 3 opções

Portanto, o número total de combinações distintas de refeições é:

$$2(\text{sopas}) \times 4(\text{pratos principais}) \times 3(\text{sobremesas}) = 24$$

22. Várias pessoas encontraram-se numa festa, tendo cada uma delas cumprimentado cada uma das outras com um aperto de mão. Alguém fez a previsão de que o número de cumprimentos foi exatamente 36 apertos de mãos. Quantas pessoas estavam na festa?

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

- A. 6
- B. 8
- C. 9
- D. 10

**Resposta: C**

**I. Número de apertos de mão:** O número total de apertos de mão é o número de maneiras que se pode escolher 2 pessoas de um grupo de  $n$  pessoas para se cumprimentarem. Isso é representado pela combinação  $C(n, 2)$ , que calcula quantas maneiras podemos escolher 2 pessoas de um total de  $n$ .

**II. Fórmula da combinação:** A fórmula para calcular combinações de 2 pessoas entre  $n$  é dada por:

$$C(n, 2) = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 36$$

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n-9)(n+8) = 0$$

$$n-9 = 0 \vee n+8 = 0$$

$$n = 9 \vee n = -8$$

Como o número de pessoas não pode ser negativo, a única solução válida é  $n = 9$ .

23. Dentro de uma caixa, há um total de 20 bolas, distribuídas da seguinte forma: 8 são vermelhas, 3 são brancas e 9 são pretas. Ao extrair uma bola aleatoriamente desta caixa, qual é a probabilidade de que a bola selecionada não seja vermelha?

- A.  $\frac{9}{20}$
- B.  $\frac{3}{5}$
- C.  $\frac{2}{5}$
- D.  $\frac{3}{20}$

**Resposta: B**

Dado que há um total de 20 bolas na caixa, distribuídas da seguinte forma:

- 8 bolas vermelhas,
- 3 bolas brancas,
- 9 bolas pretas,

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

I. **Número total de bolas:** O total de bolas é 20, que é a soma das bolas vermelhas, brancas e pretas:

$$8(\text{vermelhas}) + 3(\text{brancas}) + 9(\text{pretas}) = 20$$

II. **Número de bolas que não são vermelhas:** As bolas que não são vermelhas são as brancas e pretas, totalizando:

$$3(\text{brancas}) + 9(\text{pretas}) = 12$$

III. **Probabilidade de não ser vermelha:** A probabilidade de selecionar uma bola que não seja vermelha é dada pela razão entre o número de bolas não vermelhas e o número total de bolas:

$$P(\text{não vermelha}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

24. Sendo  $f(2x - 3) = 4x + 1$ , qual é o valor de  $f(5)$ ?

- A. 15
- B. 16
- C. 17
- D. 18

**Resposta:** C

$$f(2x - 3) = 4x + 1$$

Definindo  $u = 2x - 3$ , então  $x = \frac{u+3}{2}$ . Substituindo na equação, obtemos:

$$f(u) = 4\left(\frac{u+3}{2}\right) + 1 = 2(u+3) + 1 = 2u + 7$$

Portanto, a função  $f(x) = 2x + 7$ .

Agora, para  $f(5)$ , temos:

$$f(5) = 2(5) + 7 = 10 + 7 = 17$$

25. Qual é o domínio de existência da função  $y = \sqrt{1-x^2} - \frac{1}{x-1}$ ?

- A.  $x \in [-1, 1[$
- B.  $x \in [-1, 1]$
- C.  $x \in ]-\infty, -1] \cup ]1; +\infty[$
- D.  $x \in ]-\infty, -1] \cup [1; +\infty[$

**Resposta:** A

$$y = \sqrt{1-x^2} - \frac{1}{x-1}$$

I. Domínio da expressão  $\sqrt{1-x^2}$ :

A expressão dentro da raiz quadrada precisa ser maior ou igual a zero:

$$1-x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

Logo,  $x$  deve estar no intervalo  $[-1, 1]$

II. Domínio da expressão  $\frac{1}{x-1}$ :

A função  $\frac{1}{x-1}$  não é definida para  $x = 1$ , pois isso causaria divisão por zero. Logo, devemos excluir  $x = 1$ .

O domínio de  $y$  é:

$$x \in [-1, 1[$$

26. Se  $f$  são funções reais dadas por  $f(x) = 3x + 1$  e  $g(x) = \log_2(x + 1) - 5$ , qual é o valor da expressão  $f \circ g(0)$ ?

- A. 14
- B. 0
- C. 16
- D. -14

**Resposta: D**

I. Calcular  $g(0)$ : A função  $g(x)$  é dada por:

$$g(x) = \log_2(x + 1) - 5$$

Substituindo  $x = 0$  em  $g(x)$ :

$$g(0) = \log_2(0 + 1) - 5 = \log_2(1) - 5$$

Sabemos que  $\log_2(1) = 0$ , então:

$$g(0) = 0 - 5 = -5$$

II. Calcular  $f(g(0)) = f(-5)$ : Agora, aplicamos a função  $f(x) = 3x + 1$  ao valor  $g(0) = -5$ :

$$f(-5) = 3(-5) + 1 = -15 + 1 = -14$$

27. Consider o termo geral  $u_n = \frac{6n-1}{n+5}$ . Qual é a ordem do termo 5?

- A. 24
- B. 26
- C. 28
- D. 22

**Resposta: B**

Para encontrar a ordem do termo  $u_n = \frac{6n-1}{n+5}$  quando  $u_n = 5$ , basta resolver a equação:

$$\frac{6n-1}{n+5} = 5$$

$$6n - 1 = 5(n + 5)$$

$$6n - 1 = 5n + 25$$

$$n - 1 = 25$$

$$n = 26$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

28. Numa progressão aritmética, sabe-se que  $a_5 = 10$ ,  $a_8 = 16$ . Qual é a razão?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**Resposta: B**

Sabemos que:

$$- a_5 = 10$$

$$- a_8 = 16$$

O termo geral da progressão aritmética é:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Substituímos para  $a_5$  e  $a_8$ :

$$1. a_5 = a_1 + 4d = 10 \quad 2. a_8 = a_1 + 7d = 16$$

Agora, subtraímos a primeira equação da segunda:

$$(a_1 + 7d) - (a_1 + 4d) = 16 - 10$$

$$3d = 6$$

$$d = 2$$

29. Numa progressão geométrica, sabe-se que  $u_1 = -1$ ,  $a_{n+1} = 2 \cdot u_n$ . Qual é a soma dos 10 primeiros termos da P.G.?

- A. -1024
- B. -1023
- C. 1023
- D. 1024

**Resposta: C**

1. O primeiro termo  $u_1 = -1$ .

2. A relação  $u_{n+1} = 2 \cdot u_n$  indica que a razão  $q = 2$ , pois a razão de uma P.G é dada por  $q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$

A fórmula para a soma dos primeiros  $n$  termos de uma progressão geométrica é:

$$S_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (\text{para } q \neq 1)$$

Agora, substituímos os valores para  $u_1$ ,  $q$  e  $n = 10$ :

$$S_{10} = -1 \cdot \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2}$$

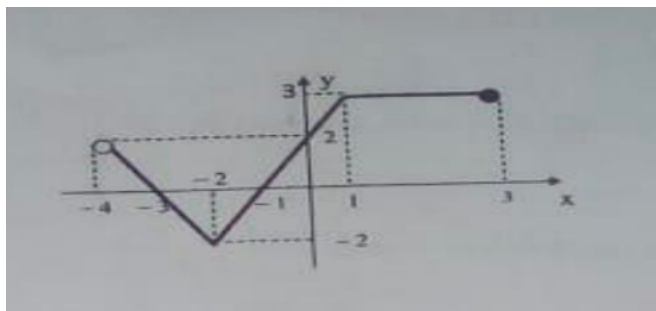
Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

$$S_{10} = -1 \cdot \frac{1 - 1024}{-1}$$

$$S_{10} = 1023$$

30. Considere a função ao lado representada pela figura ao lado. Quais são as abscissas dos pontos em que a função NÃO é derivável?



- A. -2
- B. 1
- C. -2 e 1
- D. ]1, 3[

**Resposta: C**

31. Qual a derivada da função  $f(x) = \ln \sqrt{x^2 + 2}$ ?

- A.  $f'(x) = \frac{x}{x^2+2}$
- B.  $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+2}}$
- C.  $f'(x) = x\sqrt{x^2+2}$
- D.  $f'(x) = \frac{2x}{x^2+2}$

**Resposta: C**

1. A função dada é  $f(x) = \ln \sqrt{x^2 + 2}$

2. Usamos a propriedade do logaritmo para simplificar:

$$\ln \sqrt{x^2 + 2} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2)$$

3. Agora, derivamos a função  $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 2)$ . A derivada de  $\ln(u)$  é  $\frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dx}$ , onde  $u = x^2 + 2$ .

4. A derivada de  $x^2 + 2$  é  $2x$ .

5. Assim, a derivada de  $f(x)$  é:

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2 + 2} \cdot 2x = \frac{x}{x^2 + 2}$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395



32. Sendo  $f(x) = 2^{x-1} + 3$ , uma função de  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Qual é a sua função inversa?

A.  $f^{-1}(x) = \log_2(x + 3) + 1$

B.  $f^{-1}(x) = \log_2(x - 3) - 1$

C.  $f^{-1}(x) = \log_2(x + 3) - 1$

D.  $f^{-1}(x) = \log_2(x - 3) + 1$

**Resposta: B**

Dada a função  $f(x) = 2^{x-1} + 3$ , para encontrar a inversa temos:

$$y = 2^{x-1} + 3$$

$$y - 3 = 2^{x-1}$$

$$\log_2(y - 3) = x - 1$$

$$x = \log_2(y - 3) + 1$$

$$f^{-1}(x) = \log_2(x - 3) + 1$$

33. Qual o valor de  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$ ?

A. 4

B. 0

C. -4

D.  $\infty$

**Resposta: A**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} \cdot \frac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(\sqrt{x+2})^2 - 2^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x+2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x+2} + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+2} + 2) = \sqrt{4} + 2 = 2 + 2 = 4$$

34. Qual o valor de  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5+3x+7x^3}{2x^2-3}$ ?

A.  $-\frac{2}{7}$

B. 0

C.  $\infty$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

D.  $\frac{2}{7}$

**Resposta: C**

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + 3x + 7x^3}{2x^2 - 3} \\&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5}{x^3} + \frac{3}{x^2} + 7}{\frac{2}{x} - \frac{3}{x^3}} \\&= \frac{0 + 0 + 7}{0 - 0} = \frac{7}{0} = \infty\end{aligned}$$

35. Qual o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$ ?

- A. 2
- B.  $\frac{1}{2}$
- C. 0
- D.  $\infty$

**Resposta: B**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \left[ \frac{0}{0} \right]$$

Aplicando a regra L'Hospital

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos(x))'}{(x^2)'} \\&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 - (-\sin(x))}{(2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{2x} = \left[ \frac{0}{0} \right]\end{aligned}$$

Aplicando a regra L'Hospital de novo:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin(x))'}{(2x)'} \\&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)}{2} \\&= \frac{\cos(0)}{2} \\&= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

36. Considere a função  $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ \frac{1-x}{x-2}, & \text{se } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$ . Qual é a afirmação correta?  $f(x)$  é...

- A. contínua em  $x = 2$
- B. descontínua eliminável em  $x = 2$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

- C. descontínua da 1ª espécie em  $x = 2$
- D. descontínua da 2ª espécie em  $x = 2$

**Resposta: D**

37. Quais são as equações da assíntota vertical da função  $f(x) = \frac{1-2x^2}{x^2-4}$ ?

- A.  $x = -2$
- B.  $x = 0$
- C.  $x = 2$
- D.  $x = -2$  e  $x = 2$

I. A função é  $f(x) = \frac{1-2x^2}{x^2-4}$ . Encontramos as assíntotas verticais verificando onde o denominador é zero:

$$\begin{aligned}x^2 - 4 &= 0 \\x &= 2 \text{ e } x = -2\end{aligned}$$

II. Verifica-se o numerador  $1 - 2x^2$  é diferente de zero nesses pontos:

- Para  $x = 2$  e  $x = -2$ , o numerador é diferente de zero.

III. Logo, as assíntotas verticais são  $x = 2$  e  $x = -2$ .

38. Em que intervalo a função  $f(x) = x^3 - 12x + 4$  é decrescente?

- A.  $[2, +\infty[$
- B.  $] -\infty, -2]$
- C.  $] -\infty, -2] \cup [2, +\infty[$
- D.  $] -2, 2[$

A função é decrescente onde sua derivada é negativa, ou seja,  $f'(x) < 0$ .

i. Primeiro calcula-se a derivada de  $f(x)$ :

$$f'(x) = 3x^2 - 12.$$

ii. Para determinar os pontos críticos, iguala-se a derivada a zero:

$$3x^2 - 12 = 0 \implies x^2 = 4 \implies x = \pm 2.$$

ii. Isso divide a recta real em três intervalos:  $] -\infty, -2]$ ,  $] -2, 2[$ ,  $[2, +\infty[$ . Analisaremos o sinal de  $f'(x)$  em cada intervalo.

- Para  $x \in ] -\infty, -2]$ : Escolha  $x = -3$ :

$$f'(-3) = 3(-3)^2 - 12 = 27 - 12 = 15 > 0 \quad (\text{crescendo}).$$

- Para  $x \in ] -2, 2[$ : Escolha  $x = 0$ :

$$f'(0) = 3(0)^2 - 12 = -12 < 0 \quad (\text{decrescendo}).$$

- Para  $x \in [2, +\infty[$ : Escolha  $x = 3$ :

$$f'(3) = 3(3)^2 - 12 = 27 - 12 = 15 > 0 \quad (\text{crescendo}).$$

iv. Portanto, a função  $f(x)$  é decrescente no intervalo  $] -2, 2[$ .

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

39. Um fazendeiro tem 200 metros de rede e deseja vedar um terreno retangular que está ao lado de um rio. O terreno deve ser vedado nos três lados, pois o rio fará o limite do quarto lado. Considere  $C$  o comprimento do terreno (paralelo ao rio) e  $L$  a largura do terreno (perpendicular ao rio). Quais devem ser as dimensões do terreno para que se tenha a área máxima?

- A.  $C = 50$  m e  $L = 100$  m
- B.  $C = 20$  m e  $L = 10$  m
- C.  $C = 100$  m e  $L = 50$  m
- D.  $C = 10$  m e  $L = 20$  m

**Resposta: C**

**I. Equação da restrição:**

$$2L + C = 200$$

$$C = 200 - 2L$$

**II. Equação da área:**

$$A = C \cdot L = (200 - 2L) \cdot L = 200L - 2L^2$$

**III. Derivada da área para maximizar:**

$$\frac{dA}{dL} = 200 - 4L$$

$$200 - 4L = 0 \Rightarrow L = 50$$

**IV. Valor de C:**

$$C = 200 - 2(50) = 100$$

$$C = 100, \quad L = 50$$

40. Em que ponto do gráfico da função  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$  muda de sentido de concavidade?

- A.  $P\left(1, \frac{1}{3}\right)$
- B.  $P\left(-1, \frac{1}{3}\right)$
- C.  $P\left(-1, \frac{1}{3}\right)$
- D.  $P\left(1, -\frac{1}{3}\right)$

**Resposta: A**

Para determinar o ponto em que a concavidade muda, precisamos encontrar os pontos de inflexão da função. Isso ocorre onde a segunda derivada se anula e muda de sinal.

$$f'(x) = x^2 - 2x$$

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395

---

$$f''(x) = 2x - 2$$

$$2x - 2 = 0 \implies x = 1$$

O ponto de inflexão ocorre em  $x = 1$ . Para encontrar o ponto no gráfico, calculamos  $f(1)$ :

$$f(1) = \frac{1^3}{3} - 1^2 + 1 = \frac{1}{3} - 1 + 1 = \frac{1}{3}$$

A concavidade muda no ponto  $(1, \frac{1}{3})$ .

Olá! Estou aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário.

Aguardo o seu contato! 879369395