Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes! Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Guião de correcção do exame de Matemática II UEM 2025

1. **Resposta:** E
   Explicação: O módulo de um número real x, representado por $|x|$, é definido como:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

   O módulo é sempre positivo ou zero.

2. **Resposta:** D
   Explicação: A distância entre dois números x e 4 ser igual a 7 pode ser expressa como:

$$|x - 4| = 7$$

   Isso ocorre porque a definição de módulo é usada para representar distâncias.

3. **Resposta:** B
   Explicação: A desigualdade do módulo pode ser transformada em uma desigualdade composta $|x| < a \implies x < a$ **e** $x > -a$:

$$-3 \leq x \leq 3$$

4. **Resposta:** C
   Explicação: A raiz quadrada de 3, é um número irracional. Ele é um pouco maior do que 1, Isso significa que:

5. **Resposta:** B
   Explicação: Aplicando o conceito de módulo de um número real teremo:

$$|x - 5| = 3$$

$$x - 5 = 3 \quad \vee \quad x - 5 = -3$$

$$x = 3 + 5 \quad \vee \quad x = -3 + 5$$

$$x = 8 \quad \vee \quad x = 2$$

   Somando as raízes teremos soma igual a 10.

6. **Resposta:** B
Explicação: A desigualdade do módulo pode ser transformada em uma desigualdade composta $|x| < a \implies x < a$ **e** $x > -a$, logo:

$$|x - 5| < 3$$

$$x - 5 < 3 \quad \wedge \quad x - 5 > -3$$

$$x < 3 + 5 \quad \wedge \quad x > -3 + 5$$

$$x < 8 \quad \wedge \quad x > 2$$

Assim, a solução é dada como a interceção. $x \in]2; 8[$ ou ainda $2 < x < 8$.

7. **Resposta:** C
Explicação: Aplicação do conceito de módulo de um número real

$$|4 - x| = \begin{cases} 4 - x, & \text{se } 4 - x \geq 0 \\ -(4 - x), & \text{se } 4 - x < 0 \end{cases}$$

$$|4 - x| = \begin{cases} 4 - x, & \text{se } 4 \geq x \\ -4 + x, & \text{se } 4 < x \end{cases}$$

$$|4 - x| = \begin{cases} 4 - x, & \text{se } x \leq 4 \\ x - 4, & \text{se } x > 4 \end{cases}$$

8. **Resposta:** E
Explicação: Aplicação do conceito de módulo de um número real

$$\frac{|2 - x|}{2 - x} = \begin{cases} \dfrac{2 - x}{2 - x}, & \text{se } 2 - x \geq 0 \\ \dfrac{-(2 - x)}{2 - x}, & \text{se } 2 - x < 0 \end{cases}$$

$$\frac{|2 - x|}{2 - x} = \begin{cases} 1, & \text{se } 2 \geq x \\ -1, & \text{se } 2 < x \end{cases}$$

9. **Resposta:** B
Explicação: Esta é a afirmativa falsa pois não satizfaz o conceito de combinção, que no caso é dado por:

$$C_p^n = \frac{n!}{(n - p)!p!}$$

No caso $n = 5$ e $p = 3$ substituindo:

$$C_3^5 = \frac{5!}{(5 - 3)!3!}$$

$$C_p^n = \frac{5!}{2! \cdot 3!}$$

10. **Resposta:** A
Explicação:

$$\frac{7!}{8!n + 2 \times 8!}$$

$$= \frac{7!}{8!(n + 2)}$$

$$= \frac{7!}{8 \cdot 7!(n + 2)}$$

$$= \frac{\cancel{7!}}{8 \cdot \cancel{7!}(n + 2)}$$

$$= \frac{1}{8(n + 2)}$$

11. **Resposta:** B
Explicação: Para o caso vamos usar arranjos para poder encontrar o número de possilidades, sendo que a ordem de colocação importa. Vamos usar a fórmula de arranjos:

$$A_p^n = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Onde n é número de elementos disponíveis e no caso são 9 e p é o número de elementos que queremos escolher que são 3. Substituindo teremos:

$$A_3^9 = \frac{9!}{(9-3)!}$$

$$A_3^9 = \frac{9!}{6!}$$

$$A_3^9 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!}$$

Simplificando

$$A_3^9 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!}}$$

$$A_3^9 = 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$\boxed{A_3^9 = 504}$$

12. **Resposta:** A

13. **Resposta:**
Explicação: Para determinar o número de possibilidades de 5 pessoas têm de sentar numa mesa com 5 lugares, podemos usar o conceito de permutação. A permutação de n elementos destintos é:

$$\mathrm{P}(n) = n!$$

No caso de 5 pessoas temos:

$$\mathrm{P}(5) = 5!$$

$$\mathrm{P}(n) = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\mathrm{P}(5) = 120$$

14. **Resposta:** D
Explicação:

$$\frac{(n-1)!}{(n-3)!} = 0$$

$$\frac{(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = 0$$

$$\frac{(n-1)(n-2)\cancel{(n-3)!}}{\cancel{(n-3)!}} = 0$$

$$(n-1)(n-2) = 0$$

$$n-1 = 0 \quad \vee \quad n-2 = 0$$

$$n = 1 \quad \vee \quad n = 2$$

15. **Resposta:** C
Explicação: O cardinal de um espaço amostral é o número de elementos (ou resultados possíveis) que compõem o espaço amostral. No lançamento do dado temos como espaço amostral $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e o cardinal é $|\Omega| = 6$.

16. **Resposta:** B
Explicação: Sair 7 no lançamento do dado é um acontecimento impossível, pois o número 7 não faz parte do espaço amostral ou seja não é um resultado possível.

17. **Resposta:** A

18. **Resposta:** E
Explicação: Para o evento "sair um número par" os resultados possíveis são $\{2,4,6\}$, no caso temos 3 casos favoráveis e 6 casos possíveis. Aplicando a fórmula do conceito de probabilidades:

$$\text{P} = \frac{\text{casos favoravéis}}{\text{casos possíveis}}$$

Substituindo os valores:

$$\text{P} = \frac{3}{6}$$
$$\text{P} = \frac{1}{2}$$

19. **Resposta:**A
Explicação: O saco contém 3 bolas azuis (resultados favoráveis), 4 vermelhas e 1 amarela totalizando 8 bolas (resultados possíveis). Aplicando a fórmula do conceito de probabilidades:

$$\text{P} = \frac{\text{casos favoravéis}}{\text{casos possíveis}}$$

Substituindo os valores:

$$\text{P} = \frac{3}{8}$$

20. **Resposta:** E
Explicação: Analisando os termos:
- $\frac{4}{3} = \frac{2^2}{2\times2-1}$
- $\frac{9}{5} = \frac{3^2}{2\times3-1}$
- $\frac{16}{7} = \frac{4^2}{2\times4-1}$
- $\frac{25}{9} = \frac{5^2}{2\times5-1}$
- $\frac{36}{11} = \frac{6^2}{2\times6-1}$

O termo geral é $\frac{(n+1)^2}{2n+1}$.

21. **Resposta:** A
Explicação: Calculando b_{n+1}:

$$b_{n+1} = \frac{2-(n+1)}{(n+1)+1} = \frac{1-n}{n+2}$$

Agora, calculando $b_{n+1} - b_n$:

$$\begin{aligned} b_{n+1} - b_n &= \frac{1-n}{n+2} - \frac{2-n}{n+1} \\ &= \frac{(1-n)(n+1) - (2-n)(n+2)}{(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{(1-n^2-n+n) - (2n+4-n^2-2n)}{(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{1-n^2-2n-4+n^2+2n}{(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{-3}{(n+1)(n+2)} \end{aligned}$$

22. **Resposta:** A
Explicação: Calculando o limite de $b_n = \frac{2-n}{n+1}$ quando $n \to \infty$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2-n}{n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2}{n}-1}{1+\frac{1}{n}} = \frac{0-1}{1+0} = -1$$

23. **Resposta:** C
Explicação: A fórmula do termo geral de uma PG é $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$.
Dado $a_1 = 8$ e $a_6 = \frac{1}{4}$:

$$8 \cdot r^5 = \frac{1}{4}$$
$$r^5 = \frac{1}{32}$$
$$r = \frac{1}{2}$$

24. **Resposta:** D
Explicação:A fórmula do termo geral de uma PA é $a_n = a_1 + (n-1)d$.
Dado $a_{12} = -16$ e $a_5 = 12$:

$$a_{12} = a_1 + 11d = -16$$
$$a_5 = a_1 + 4d = 12$$

Subtraindo as duas equações:

$$(a_1 + 11d) - (a_1 + 4d) = -16 - 12$$
$$7d = -28$$
$$d = -4$$

Substituindo $d = -4$ na equação de a_5:

$$a_1 + 4(-4) = 12$$
$$a_1 - 16 = 12$$
$$a_1 = 28$$

25. **Resposta:** D

26. **Resposta:** E

27. **Resposta:** B
Explicação: O valor de $f(-1)$ é 2, pois queremos fazer a correspondência o seja qual é o valor que y assume quando o x é -1.

28. **Resposta:** A
Explicação: Para achar o coeficiente da recta, podemos usar dois pontos do gráfico e usar a seguinte expressão para a determinar tal coeficiente:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Com os pontos $P_1(0, 4)$ e $P_2(0, -2)$ podemos substitur e achar

$$a = \frac{0 - 4}{-2 - 0}$$
$$a = \frac{-4}{-2}$$
$$\boxed{a = 2}$$

29. **Resposta:** C
Explicação: A derivada da função é igual ao declive da rexta tangente, no caso o declive da nossa recta é 2.

30. **Resposta:** B
Explicação: O vértice da parábola é o ponto de máximo ou mínimo da função quadrátiva, dependendo da concavidade da parbóla no nosso caso a parábola é voltada para cima o nosso vértice é o mínimo que nesse caso é o ponto V$-2, 1$.

31. Para detereminar a expressão analitica, podemos usar a fórmula $y = a(x - x_v)^2 + y_v$ onde x_v e y_v são as coordenadas do ponto de vértice. Escolhi esse meio para facilitar uma vez que já temos o vértice obtido na questão anterior que é o ponto V$-2, 1$, substituindo esse ponto na fórmula de expreesão analitica teremos:

$$y = a(x - (-2))^2 + 1$$

$$y = a(x + 2)^2 + 1$$

Para achar o valor de a podemos usar o ponto de ordena na origem $(0, 5)$.

$$5 = a(0 + 2)^2 + 1$$

$$a \cdot 4 = 5 - 1$$

$$a = \frac{4}{4}$$

$$a = 1$$

Substituindo na expressão anterior teremos

$$y = 1(x + 2)^2 + 1$$

$$\boxed{y = (x + 2)^2 + 1}$$

32. **Resposta:** C
Explicação:

$$y = \left(x^3 - 5x^2 + 4\right)^2$$

$$y = 2\left(x^3 - 5x^2 + 4\right) \cdot \left(x^3 - 5x^2 + 4\right)'$$

$$y = 2\left(x^3 - 5x^2 + 4\right) \cdot \left(3x^2 - 10x\right)'$$

33. **Resposta:** D
Explicação: Os zeros da função também conhecidos como raízes, são valores de x para os quais a função $f(x)$ é igual a zero, logo:

$$-x^3 + 27x = 0$$

$$x(-x^2 + 27) = 0$$

Aplicando a lei de anulamento de produto teremos:

$$x = 0 \quad \vee \quad -x^2 + 27 = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x^2 = 27$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = \pm\sqrt{27}$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = -\sqrt{27} \quad \vee \quad x = \sqrt{27}$$

34. **Resposta:**A
Explicação: Os extremos são encontrados aplicando a derivada. Para tal achemos primeiro a primeira da função $y = -x^3 + 27x$:

$$y' = -3x^2 + 27$$

Agora achemmos os pontos criticos, que são os zeros da derivada:

$$-3x^2 + 27 = 0$$

$$3x^2 = 27$$

$$x^2 = \frac{27}{3}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

Substituindo os pontos críticos na função original para encontrar valores de y.
Para $x = -3$

$$f(-3) = -(-3)^3 + 27(-3)$$

$$f(-3) = -54$$

Para $x = 3$

$$f(3) = -(3)^3 + 27(3)$$

$$f(3) = 54$$

Assim temos como máximo local o ponto $(3; 54)$ e mínimo local $(-3; -54)$.

35. **Resposta:** E
Explicação: A função cresce no intervalo $]-3; 3[$, para achar esse intervalo usamos o mesmo procedimento do exercício anterior onde devemos achar a derivada e depois dividir em intervalos com base nos pontos criticos e por fim escolher valores nesses intervalos para saber se a derivada é negativa ou positiva. Caso a derivada for negativa a função é decrescente e crescente quando a derivada for positiva.

36. **Resposta:** A
Explicação: Aplicação da derivada.

37. **Resposta:** B
Para achar o ponto em que a concavidade é voltada para cima é usada a segunda derivada.

38. **Resposta:** C
Explicação: O ponto de inflexão é achado com a segunda derivada, então uma vez achada a primeira ($y' = -3x^2 + 27$) derivada podemo encontrar a segunda derivada:

$$y'' = -6x$$

O ponto de inflexão ocorre onde a segunda derivada é zero, assim :

$$-6x = 0$$

$$x = 0$$

Substituindo esse ponto na função original teremos:

$$f(0) = -(0)^3 + 27(0)$$

$$y = 0$$

Logo, o ponto de inflexão é $(0; 0)$.

39. **Resposta:** C
Explicação: Sendo o ponto C um extremo, então naquele ponto a derivada é nula e sabemos que o coeficiente angular é a derivada no ponto.

40. **Resposta:** D
Explicação: No ponto indicado, a função não admite máximo mas sim um mínimo.