

CORREÇÃO
de Exame de Admissão de Matemática III
Universidade Eduardo Mondlane
2023



Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões de Múltipla Escolha

Questão 1

Resolução:

O erro relativo mede a proporção do erro em relação ao valor verdadeiro. Primeiro calculamos o erro absoluto (diferença entre valores) e depois dividimos pelo valor real.

$$\text{Valor real} = 203 \text{ alunos}$$

$$\text{Valor arredondado} = 200 \text{ alunos}$$

$$\text{Erro absoluto} = |203 - 200| = 3$$

$$\text{Erro relativo} = \frac{\text{Erro absoluto}}{\text{Valor real}} \times 100\% = \frac{3}{203} \times 100\% \approx 1,48\% \approx 1,5\%$$

Resposta: D) 1,5

Questão 2

Resolução:

Em mapas, a escala relaciona a distância no papel com a distância real. Multiplicamos a distância medida no mapa pelo factor de escala e convertemos as unidades.

$$\text{Escala: } 1\text{cm} = 1300000\text{cm}$$

$$\text{Distância no mapa: } d = 32,7\text{cm}$$

$$\text{Distância real: } D = 32,7 \times 1300000 = 42510000\text{cm}$$

$$\text{Conversão para km: } D = \frac{42510000}{100000} = 425,1\text{km} \approx 425\text{km}$$

Resposta: D) 425 km

Questão 3

Resolução:

O salário líquido é o valor que resta após deduzir os impostos. Calculamos 17% do salário bruto (IRPS) e subtraímos do total.

$$\text{Salário bruto} = 5000\text{Mt}$$

$$\text{IRPS (17\%): } 0,17 \times 5000 = 850\text{Mt}$$

$$\text{Salário líquido} = 5000 - 850 = 4150\text{Mt} = 4,15 \text{ mil Mt}$$

Resposta: A) 4,15

Questão 4

Resolução:

Para encontrar a distância percorrida durante o tempo de reação, usamos a fórmula $d = v \times t$. Primeiro convertemos a velocidade para m/s, depois calculamos as distâncias mínima e máxima.

$$\text{Conversão: } v = 60\text{km/h} = \frac{60 \times 1000}{3600} = 16,67\text{m/s}$$

$$t_{\min} = 1,5\text{s}, \quad t_{\max} = 1,8\text{s}$$

$$d_{\min} = v \times t_{\min} = 16,67 \times 1,5 = 25\text{m}$$

$$d_{\max} = v \times t_{\max} = 16,67 \times 1,8 = 30\text{m}$$

$$\text{Intervalo} = [25; 30] \text{ metros}$$

Resposta: D) 25-30

Questão 5

Resolução:

Este é um problema de misturas. A quantidade total de sal na mistura final deve ser igual à soma do sal de ambas as soluções. Usamos a conservação de massa.

$$\text{Massa total final} = 3 + 2 = 5\text{kg}$$

$$\text{Concentração final} = 6\% = 0,06$$

$$\text{Sal total na solução final} = 5 \times 0,06 = 0,3\text{kg}$$

$$\text{Sal na solução A (4\%)} = 3 \times 0,04 = 0,12\text{kg}$$

$$\text{Sal na solução B} = 0,3 - 0,12 = 0,18\text{kg}$$

Resposta: E) 0,18

Questão 6

Resolução:

Temos 5 pessoas para formar equipas de 2 contra 2 (sobrando 1). O número de maneiras de escolher 2 pessoas de 5 para a primeira equipa é dado por combinações $C(5, 2)$.

$$\text{Combinações possíveis: } C(5, 2) = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

$$\text{Número de jogos possíveis} = 10$$

Resposta: A) 10

Questão 7

Número de jogos m entre 20 pessoas (cada par joga uma vez) e probabilidade p de uma pessoa vencer (supondo igual habilidade).

Número de jogos:

$$m = \binom{20}{2} = \frac{20 \times 19}{2} = 190$$

Probabilidade de uma pessoa específica vencer:

$$p = \frac{1}{20}$$

Resposta: $m = 190$; $p = \frac{1}{20}$ (Alternativa correta: $m = 190$; $p = \frac{1}{20}$)

Questão 8

Resolução:

O caderno custa 6 vezes mais que a caneta, então primeiro encontramos o preço da caneta. Depois calculamos quanto sobrou para as canetas após comprar os cadernos.

$$\text{Preço da caneta} = \frac{120}{6} = 20\text{Mt}$$

$$\text{Custo dos 4 cadernos} = 4 \times 120 = 480\text{Mt}$$

$$\text{Dinheiro restante para canetas} = 600 - 480 = 120\text{Mt}$$

$$\text{Número de canetas} = \frac{120}{20} = 6$$

Resposta: B) 6

Questão 9

Resolução:

Para converter de Celsius para Fahrenheit, usamos a fórmula de conversão linear $F = 1,8C + 32$.

$$F = 1,8C + 32$$

$$F = 1,8 \times 50 + 32$$

$$F = 90 + 32 = 122$$

Resposta: D) 122

Questão 10

Resolução:

Para determinar qual ponto está mais próximo da origem, calculamos a distância euclidiana de cada ponto ao origem $(0,0)$ usando a fórmula $d = \sqrt{x^2 + y^2}$.

$$\text{Distância de A}(-2,5): d_A = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29} \approx 5,39$$

$$\text{Distância de B}(-6,-1): d_B = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2} = \sqrt{36 + 1} = \sqrt{37} \approx 6,08$$

$$\text{Ponto médio C: } C = \left(\frac{-2 + (-6)}{2}, \frac{5 + (-1)}{2} \right) = (-4, 2)$$

$$\text{Distância de C}(-4,2): d_C = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20}$$

Como $d_C < d_A < d_B$, o ponto C está mais próximo da origem.

Resposta: C) C

Questão 11

Comparar $a = \frac{1}{\ln \sqrt{5}}$, $b = \frac{1}{\ln \sqrt{4}}$, $c = \frac{1}{\ln \sqrt{3}}$.
Simplificando:

$$a = \frac{1}{\ln 5^{1/2}} = \frac{2}{\ln 5}, \quad b = \frac{1}{\ln 2}, \quad c = \frac{2}{\ln 3}$$

Valores aproximados:

$$\ln 2 \approx 0.693, \quad \ln 3 \approx 1.099, \quad \ln 5 \approx 1.609$$

$$b \approx \frac{1}{0.693} \approx 1.443, \quad a \approx \frac{2}{1.609} \approx 1.243, \quad c \approx \frac{2}{1.099} \approx 1.820$$

Ordenação: $a < b < c$.

Resposta: Alternativa A

Questão 12

Resolução:

Dois números complexos são conjugados quando têm a mesma parte real e partes imaginárias opostas (uma positiva e outra negativa).

$$z = 1 + 3i \quad (\text{parte real: } 1, \text{ parte imaginária: } +3i) \\ w = 1 - 3i \quad (\text{parte real: } 1, \text{ parte imaginária: } -3i)$$

Como têm a mesma parte real e partes imaginárias opostas, são números complexos conjugados.

Resposta: C) conjugados

Questão 13

Resolução:

Para três números naturais consecutivos, se um deles é m , os outros são $m + 1$ e $m + 2$.
A soma é 48.

$$\text{Três números consecutivos: } m, m + 1, m + 2 \\ \text{Soma: } m + (m + 1) + (m + 2) = 48 \\ 3m + 3 = 48$$

Resposta: E) $3m + 3 = 48$

Questão 14

Soma da PG infinita $2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

Razão $q = \frac{1}{2}$, primeiro termo $a_1 = 2$:

$$S = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{2}{1 - 1/2} = \frac{2}{1/2} = 4$$

Resposta: 4 (Alternativa B)

Questão 15

Operação $A \cup B \cap C$ sobre os conjuntos:

$$A = [-1, 1[, \quad B =] - 1, 2[, \quad C =]2, 3[$$

Primeiro, $B \cap C$:

$$B \cap C =] - 1, 2[\cap]2, 3[= \emptyset$$

Pois B termina em 2 (aberto) e C começa em 2 (aberto), não há interseção.

Então:

$$A \cup (B \cap C) = A \cup \emptyset = A = [-1, 1[$$

Resposta: $[-1, 1[$ que não corresponde a nenhuma alternativa, logo a opção E é a mais viável se as operações começarem da esquerda, pode verificar

Questão 16

Resolução:

Sabemos que $\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2} = |x|$

Resposta: A) está errada

Questão 17

Resolução:

Para negar uma conjunção, usamos a Lei de De Morgan: $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$. Depois negamos cada componente.

$$\begin{aligned} \neg[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \vee R)] &= \neg(P \Rightarrow Q) \vee \neg(Q \vee R) \\ &= (P \wedge \neg Q) \vee (\neg Q \wedge \neg R) \\ &= \neg Q \wedge (P \vee \neg R) \end{aligned}$$

Questão 18

Resolução:

Para um número de 3 algarismos com algarismos distintos: o primeiro pode ser 1-9 (9 opções), o segundo 0-9 exceto o primeiro (9 opções), o terceiro 0-9 exceto os dois primeiros (8 opções).

$$\text{Total de números de 3 algarismos: } 999 - 99 = 900$$

$$\text{Números com algarismos distintos: } 9 \times 9 \times 8 = 648$$

$$\text{Probabilidade: } \frac{648}{900} = \frac{18}{25} = 0,72$$

Resposta: D) 0,72

Questão 19

PA com $a_{21} = 62$, $a_{31} = 92$.

Fórmula do termo geral:

$$a_{21} = a_1 + 20d = 62, \quad a_{31} = a_1 + 30d = 92$$

Subtraindo:

$$(a_1 + 30d) - (a_1 + 20d) = 92 - 62 \Rightarrow 10d = 30 \Rightarrow d = 3$$

Substituindo:

$$a_1 + 20 \cdot 3 = 62 \Rightarrow a_1 + 60 = 62 \Rightarrow a_1 = 2$$

Resposta: $a_1 = 2$; $d = 3$ (Alternativa D)

Questão 20

Resolução:

O movimento forma um triângulo retângulo: 6 km para Sul, depois 8 km para Oeste. A distância em linha reta é a hipotenusa, calculada pelo Teorema de Pitágoras.

Cateto 1: 6km (Sul)

Cateto 2: 8km (Oeste)

$$\text{Hipotenusa: } d = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10\text{km}$$

Questão 21

Paridade de $h(x) = x^2 - 5x + \frac{1}{2}$.

Calculamos $h(-x)$:

$$h(-x) = (-x)^2 - 5(-x) + \frac{1}{2} = x^2 + 5x + \frac{1}{2}$$

Como $h(-x) \neq h(x)$ e $h(-x) \neq -h(x)$, a função não é par nem ímpar.

Resposta: Alternativa C

Questão 22

Inversa de $f(x) = \sqrt{x-2}$.

Domínio: $x \geq 2$, imagem: $y \geq 0$.

$$y = \sqrt{x-2} \Rightarrow y^2 = x-2 \Rightarrow x = y^2 + 2$$

Trocando x e y:

$$y = x^2 + 2, \quad x \geq 0$$

Resposta: $y = x^2 + 2$ (Alternativa D)

Questão 23

Domínio de $f(x) = \sqrt{x-1} \cdot \ln(1-x^2)$.

Condições:

$$x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

$$1 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$$

Interseção: $x \geq 1$ e $x < 1$ é vazio. Em $x = 1$, $\ln(0)$ não definido.

Resposta: \emptyset (Alternativa E)

Questão 24

Resolução:

Para converter a equação de uma circunferência do sistema cartesiano para o sistema polar, usamos as relações $x = \rho \cos \phi$ e $y = \rho \sin \phi$.

Circunferência em coordenadas cartesianas: $x^2 + y^2 = R^2$

Substituindo: $(\rho \cos \phi)^2 + (\rho \sin \phi)^2 = R^2$

$$\rho^2(\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) = R^2$$

Como $\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1$: $\rho^2 = R^2$

$$\therefore \rho = R$$

Resposta: A) $\rho = R$

Questão 25

Calcular $\lim_{t \rightarrow 0} e^t \frac{\sin(2t^2)}{\tan(3t^2)}$.

Justificação:

Primeiro, observamos que podemos separar o limite em dois fatores:

$$\lim_{t \rightarrow 0} e^t \frac{\sin(2t^2)}{\tan(3t^2)} = \lim_{t \rightarrow 0} e^t \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2t^2)}{\tan(3t^2)}$$

O primeiro limite é imediato:

$$\lim_{t \rightarrow 0} e^t = e^0 = 1$$

Para o segundo limite, multiplicamos e dividimos por $3t^2$:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2t^2)}{\tan(3t^2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2t^2)}{3t^2} \cdot \frac{3t^2}{\tan(3t^2)}$$

Reescrevemos os fatores para usar os limites fundamentais:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2t^2)}{3t^2} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2t^2)}{2t^2} \cdot \frac{2t^2}{3t^2} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2t^2)}{2t^2} \cdot \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Aplicando os limites fundamentais:

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1$$
$$\lim_{v \rightarrow 0} \frac{\tan v}{v} = 1$$

Com $u = 2t^2$ e $v = 3t^2$, quando $t \rightarrow 0$, temos $u \rightarrow 0$ e $v \rightarrow 0$:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2t^2)}{2t^2} = 1$$
$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{3t^2}{\tan(3t^2)} = \frac{1}{\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\tan(3t^2)}{3t^2}} = \frac{1}{1} = 1$$

Portanto:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2t^2)}{\tan(3t^2)} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2t^2)}{2t^2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3t^2}{\tan(3t^2)} \\ &= 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Combinando os resultados:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} e^t \frac{\sin(2t^2)}{\tan(3t^2)} &= \lim_{t \rightarrow 0} e^t \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(2t^2)}{\tan(3t^2)} \\ &= 1 \cdot \frac{2}{3} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Resposta: $\frac{2}{3}$ (Alternativa B)

Questão 26

Resolução:

Para a continuidade em $x = 0$, os limites laterais devem ser iguais ao valor da função no ponto.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x^2 + x + 1) = 0 + 0 + 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{x-b} = e^{0-b} = e^{-b} = 1 \rightarrow b = 0 \\ f(0) &= -0^2 + 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

O limite com e deve ser igual a 1 por isso $b=0$.

Questão 27

Resolução:

Para resolver a equação exponencial, fazemos a substituição $y = 2^x$ e transformamos numa equação quadrática.

$$\begin{aligned}4^x - 2^{x+1} + \lambda &= 0 \\(2^2)^x - 2 \cdot 2^x + 1 &= 0 \\ \text{Substituindo } y = 2^x : \quad y^2 - 2y + \lambda &= 0\end{aligned}$$

Agora vamos encontrar o valor de Δ

$$\Delta = 4 - 4\lambda$$

para termos solução em \mathbb{R} temos que $\Delta \geq 0$, assim:

$$4 - 4\lambda \geq 0$$

$$4(1 - \lambda) \geq 0$$

$$1 - \lambda \geq 0$$

$$-\lambda \geq -1$$

$$\lambda \leq 1$$

A equação tem solução para valor de $\lambda \leq 1$ ou seja $\lambda \in] - \infty, 1]$.

Resposta: D) $\lambda \in [-\infty, 1]$

Questão 28

Resolvendo a equação $\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = 1$, com $k \in \mathbb{Z}$. Sabemos que $1 = \tan(\pi/4)$ assim temos:

$$\begin{aligned}\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) &= 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{\pi}{3} &= \frac{\pi}{4} + k\pi \\ \frac{x}{2} &= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} + k\pi \\ \frac{x}{2} &= \frac{3\pi - 4\pi}{12} + k\pi \\ \frac{x}{2} &= -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x &= -\frac{\pi}{6} + 2k\pi\end{aligned}$$

Resposta: $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ (Alternativa A)

Questão 29

Resolução:

Para uma fração ser positiva, o numerador e denominador devem ter o mesmo sinal. Como o numerador é 1 (positivo), o denominador deve ser positivo.

$$\frac{1}{x-2} > 0$$

Como $1 > 0$, precisamos: $x - 2 > 0$

$$x > 2$$

Solução: $x \in]2, +\infty[$

Resposta: C) $x \in]-\infty, -3[\cup]2, \infty[$

Questão 30

Resolução:

Para resolver a inequação com radicais, primeiro determinamos o domínio (condições de existência) e depois resolvemos a desigualdade.

Condições de existência: $4 - x \geq 0$ e $x - 2 \geq 0$

$$x \leq 4 \text{ e } x \geq 2$$

$$x \in [2, 4]$$

Resolvendo a inequação: $\sqrt{4-x} < \sqrt{x-2}$

Elevando ao quadrado: $4 - x < x - 2$

$$4 + 2 < x + x$$

$$6 < 2x \Rightarrow x > 3$$

Interseção com domínio: $x \in]3, 4]$

Resposta: E) $x \in]3, 4]$

Questão 31

Resolução:

Analisando o gráfico, observamos uma hipérbole com assíntota vertical em $x = 1$. A função tem a forma $y = \frac{ax+b}{x-c}$.

O comportamento da função sugere: quando $x \rightarrow 1$, $y \rightarrow \pm\infty$, e o gráfico passa pelos pontos identificáveis.

Vemos uma assíntota: $AV : x = 1$ e $AH : y = -1$, além disso a função passa do ponto $(0,0)$.

A única função que verifica é o da alínea E.

Resposta: E) $y(x) = \frac{x}{1-x}$

Questão 32

Resolução:

Observando o gráfico, identificamos uma parábola com concavidade para baixo e vértice em $(-1, 1)$.

A forma geral é $y = a(x-h)^2 + k$, onde $(h, k) = (-1, 1)$ é o vértice e $a < 0$ (concavidade para baixo).

Resposta: E) $y(x) = -(x+1)^2 - 1$

Questão 33

Resolução:

Para encontrar as assíntotas de $f(x) = e^T$ onde $T = \frac{1}{x}$, equivale a analisar a função $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$. Para assíntota vertical vamos analisar a restrição no domínio e para a assíntota horizontal vamos analisar a restrição no contradomínio

Assíntota vertical: $x = 0$

Para assíntota horizontal vamos analisar a assíntota horizontal de $\frac{1}{x}$ e daí fazer e^{AH} de $\frac{1}{x}$

Sabemos que AH de $\frac{1}{x} = 0$, então:

Assíntota horizontal:

$$e^0 = 1$$

Assíntota oblíqua: Não existe (há assíntota horizontal)

Resposta: D) Av: x = 0; Ah: y = 1; Ao não existe

Questão 34

Extremos de $f(x) = -\frac{x^3}{12}(4-x)$.

Simplificar:

$$f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{12}$$

Derivada:

$$f'(x) = -x^2 + \frac{x^3}{3} = x^2 \left(-1 + \frac{x}{3}\right)$$

Pontos críticos: $x = 0$ ou $x = 3$.

Derivada segunda:

$$f''(x) = -2x + x^2$$

$$f''(0) = 0 \text{ (ponto de inflexão?)}, \quad f''(3) = -6 + 9 = 3 > 0 \text{ (mínimo)}$$

Valor:

$$f(3) = -\frac{27}{12}(1) = -\frac{9}{4}$$

Resposta: $f_{\min} = -\frac{9}{4}$ (Alternativa B)

Questão 35

Sistema:

$$\begin{cases} \beta x + 2y = \beta + 4 \\ 2x + \beta y = -2 \end{cases}$$

Determinante:

$$\Delta = \beta^2 - 4$$

$\cdot \beta \neq 2, -2 : \Delta \neq 0$ solução única. $\cdot \beta = 2$: sistema impossível. $\cdot \beta = -2$: sistema indeterminado.

Resposta: Alternativa D

Questão 36

Resolução:

Duas retas são perpendiculares quando o produto dos seus coeficientes angulares é -1 .

$$\text{Reta 1: } y = \frac{1}{2}x + 5 \Rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Reta 2: } y = kx - b \Rightarrow m_2 = k$$

$$\text{Condição de perpendicularidade: } m_1 \times m_2 = -1$$

$$\frac{1}{2} \times k = -1$$

$$k = -2$$

O parâmetro b pode ser qualquer valor real (não afeta a perpendicularidade).

Resposta: E) $k = -2, b \in \mathbb{R}$

Questão 37

Multiplicação de matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1(-1) + 2(0) + 3(1) \\ -1(-1) + (-2)(0) + (-3)(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Resposta: $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ (Alternativa B)

Questão 38

Resolução:

Para encontrar o lado b de um triângulo conhecendo dois lados e o ângulo entre eles, usamos a Lei dos Cossenos: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(B)$.

$$\text{Dados: } a = 6\text{cm}, \quad c = 3\text{cm}, \quad \angle B = 60$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(B)$$

$$b^2 = 6^2 + 3^2 - 2 \times 6 \times 3 \times \cos(60)$$

$$b^2 = 36 + 9 - 36 \times \frac{1}{2}$$

$$b^2 = 45 - 18 = 27$$

$$b = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

Resposta: D) $3\sqrt{3}$

Questão 39

Resolução:

O volume de um cone depende da altura: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$. A altura relaciona-se com o ângulo pela tangente: $h = R \tan(\alpha)$.

$$\begin{aligned}\text{Volume inicial: } V_1 &= \frac{1}{3}\pi R^2 h_1, & h_1 &= R \tan(45) = R \\ V_1 &= \frac{1}{3}\pi R^3 \\ \text{Volume final: } V_2 &= \frac{1}{3}\pi R^2 h_2, & h_2 &= R \tan(60) = R\sqrt{3} \\ V_2 &= \frac{1}{3}\pi R^2 \times R\sqrt{3} = \frac{1}{3}\pi R^3 \sqrt{3} \\ \text{Razão: } \frac{V_2}{V_1} &= \frac{\frac{1}{3}\pi R^3 \sqrt{3}}{\frac{1}{3}\pi R^3} = \sqrt{3}\end{aligned}$$

Resposta: C) $\sqrt{3}$ vezes

Questão 40

Resolução:

Para encontrar a primitiva de $\sin(3x)$, usamos a regra da cadeia invertida. A derivada de $\cos(3x)$ é $-3 \sin(3x)$.

$$\int \sin(3x) dx = -\frac{1}{3} \cos(3x) + C$$

Verificação: $\frac{d}{dx} \left[-\frac{1}{3} \cos(3x) \right] = -\frac{1}{3} \times (-3 \sin(3x)) = \sin(3x)$

Resposta: C) $F(x) = -\frac{1}{3} \cos(3x) + C$