Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o ”Guião de Exames Resolvidos”: a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes! Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Guião de correcção do exame de Matemática 12ª classe 2024–Segunda Época

1. **Resposta:** C $|x| = \begin{cases} -x \text{ se } < 0 \\ x \text{ se } sex \geq 0 \end{cases}$
   Explicação: Definição de módulo de um número real.

2. B $-1 + \sqrt{3}$
   Explicação: Ao resolver o módulo $|1 - \sqrt{3}|$, obtemos exatamente $\sqrt{3} - 1 = -1 + \sqrt{3}$, que é a expressão equivalente.

3. **Resposta:** B 15 unidades
   A distância entre os pontos de abscissas -12 e 3 é calculada pela fórmula:

   $$d = |a - b|$$

   Substituímos os valores $a = -12$ e $b = 1$:

   $$d = |-12 - 3| = |-15| = 15$$

   Portanto, a distância entre os pontos é:

   $$\boxed{\text{15 unidades}}$$

4. **Respposta:** D 9 unidades de 4
   Explicação: A equação $|x - 4| = 9$ representa a distância constante de 9 unidades do ponto 4 no eixo x.

5. A $x = \{-3, 1\}$
   Explicação: Aqui é aplicado o definição de módulo

   $$|4x + 4| = 8$$

   Sabemos que pela definição:

   $$|A| = B \quad \Rightarrow \quad A = B \text{ ou } A = -B$$

   Aplicando isso:

   $$4x + 4 = 8 \quad \text{ou} \quad 4x + 4 = -8$$

   $$4x = 8 - 4 \quad \text{ou} \quad 4x = -8 - 4$$

   $$4x = 4 \quad \text{ou} \quad 4x = -12$$

$$x = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-12}{4} = -3$$

$$\boxed{x = \{-3, 1\}}$$

6. **Resposta:** D $k \in]+\infty; -3]$
   Explicação: Aplicação da definição de módulo. A equação $|x| = -3 - k$ só possui solução se:

$$-3 - k \geq 0$$

   Isso ocorre porque o valor absoluto ($|x|$) nunca pode ser negativo.

$$-3 - k \geq 0 \quad \Rightarrow \quad -k \geq 3 \quad (-1) \Rightarrow \quad k \leq -3$$

   Logo, k pertence ao intervalo:

$$\boxed{k \in]+\infty; -3]}$$

7. C $4! + 4! = 2 \cdot 4!$

   Explicação: Por definição de factorial temos:

$$4! + 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 + 24 = 48$$

   E :

$$2 \cdot 4! = 2 \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 2 \cdot 24 = 48$$

   O que faz com que a afirmação seja verdadeira.

8. **Resposta:** C
   Explicação: Aplicação do conceito de factorial.

$$2(n-1)! = n!$$

   Sabendo que o fatorial de k pode ser expresso como:

$$k! = k \times (k-1)!$$

$$n = n(n-1)!$$

   Substituindo teremos:

$$2(n-1)! = n(n-1)!$$

$$2 = \frac{n(n-1)!}{(n-1)!}$$

$$2 = \frac{n\cancel{(n-1)!}}{(n-1)!}$$

$$\boxed{n = 2}$$

9. **Resposta:** C $n = 6$
   Explicação: Para encontrar o valor de n no desenvolvimento de $(x+y)^n$ onde a soma dos coeficientes é 64, podemos usar a propriedade de que a soma dos coeficientes de um binômio é dada por 2^n.

   Dado que essa soma é igual a 64, temos a equação:

$$2^n = 64$$

$$2^n = 2^6$$

$$n = 6$$

10. NENHUMA ALTERNATIVA CORRECTA
Para saber quantos anagramas podemos aplicar o conceito de permutações, mas tendo em conta que temos a letra E repetida. E a formula para calcular os anagramas é:

$$P_n^{(a,b,c)} = \frac{n!}{a! \cdot b! \cdot c!}$$

Onde n é numero total de letras e a, b, c são as repeticões. Assim temos como $n = 5$ e $a = 2$ (letra E), $b = 1$ (letra X), $c = 1$ (letra A) e $d = 1$ (letra M) substituindo:

$$P_5^{(2,1,1,1)} = \frac{5!}{2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!}$$
$$P_5^{(2,1,1,1)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!}$$
$$P_5^{(2,1,1,1)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}}$$
$$P_5^{(2,1,1,1)} = 60$$

11. **Resposta:** 168
Explicação: Para calcular quantas equipes de plantão podem ser formadas com 3 médicos e 8 enfermeiros, consistindo em 1 médico e 3 enfermeiros, utilizamos a combinação.
i. Escolher 1 médico O número de maneiras de escolher 1 médico entre 3 médicos é dado por:

$$C(3, 1) = \frac{3!}{1!(3-1)!} = 3$$

ii. Escolher 3 enfermeiros O número de maneiras de escolher 3 enfermeiros entre 8 enfermeiros é dado por:

$$C(8, 3) = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$
$$Total = C(3, 1) \times C(8, 3) = 3 \times 56 = 168$$

12. **Resposta:** A 0
Explicação: Dois conjuntos são considerados disjuntos quando não possuem nenhum elemento em comum. Em termos matemáticos, isso significa que a interseção entre os dois conjuntos é vazia, ou seja, $A \cap B = \emptyset$ e $P(A \cap B) = 0$.

13. **Resposta:** A
Para determinar o valor de n em uma experiência que consiste no lançamento de um dado n vezes, onde o espaço amostral é igual a 36, podemos usar a fórmula do espaço amostral para lançamentos de dados.
O espaço amostral S para o lançamento de um dado n vezes é dado por:

$$S = 6^n$$

onde 6 é o número de faces do dado. Sabemos que $S = 36$. Portanto, podemos escrever a equação:

$$6^n = 36$$
$$6^n = 6^2$$
$$n = 2$$

14. **Resposta:** B $\frac{2}{5}$
Explicação: Para calcular a probabilidade de errar quando a probabilidade de acertar é $\frac{3}{5}$, podemos usar a seguinte fórmula:

$$P(E) + P(A) = 1$$
$$P(E) = 1 - P(A)$$

Onde $P(E)$ é a probabilidade de errar e $P(A)$ é a probabilidade de acertar.

$$P(E) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{5}$$

$$P(E) = \frac{2}{5}$$

15. **Resposta:** A

Para calcular a probabilidade de um ser homem sem reposição, teremos duas mulheres a serem escolhidas e pode ser calculada:

$$P(\text{um homen}) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8}$$
$$P(\text{um homen}) = \frac{1}{10}$$

16. **Resposta:** C $q = 1$
Explicação: Uma progressão geométrica (PG) de razão (q) diz-se constante se (q) for igual a 1. Isso significa que todos os termos da sequência são iguais, pois cada termo é o produto do anterior por 1. Portanto, a sequência não varia e permanece constante .

17. **Resposta:** D 249
Explicação: A sequência dada é uma progressão aritmética (PA) onde os termos são $9, 13, 17, 21, \ldots$.

Para encontrar o 61 º termo de uma PA, precisamos identificar o primeiro termo (a_1) e a razão (d).

i. Identificando os termos:
- Primeiro termo (a_1): 9
- Segundo termo (a_2): 13
- Terceiro termo (a_3): 17
- Quarto termo (a_4): 21

$$d = a_2 - a_1 = 13 - 9 = 4$$

O enésimo termo (a_n) de uma PA é dado por:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_{61} = 9 + (61-1) \cdot 4$$
$$a_{61} = 9 + 60 \cdot 4$$
$$a_{61} = 9 + 240$$
$$a_{61} = 249$$

18. **Resposta:** A $\frac{1}{4}$
Explicação: Para encontrar o termo de ordem 4 na sucessão dada por $a_n = \frac{n-1}{3n}$, basta substituir $n = 4$ na expressão do termo geral.

$$a_4 = \frac{4-1}{3 \times 4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

19. **Resposta:** C $\frac{1}{4}$
Explicação: Para encontrar o 4º termo da Progressão Geométrica (P.G) dada, podemos usar a fórmula do termo geral de uma P.G, que é:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

onde:

$a_1 = 2$ (primeiro termo)
$q = \frac{1}{2}$ (razão)
$n = 4$ (posição do termo que queremos encontrar)

Substituindo os valores na fórmula:

$$a_4 = a_1 \cdot q^{4-1} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$a_4 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

20. **Resposta:** C 3
Explicação: Para encontrar a razão entre os termos de uma progressão aritmética (PA) onde $a_{10} = 31$ e $a_{15} = 46$, podemos usar a fórmula da PA.

Sabemos que:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

Para a_{10}:

$$a_{10} = a_1 + 9d = 31$$

Para a_{15}:

$$a_{15} = a_1 + 14d = 46$$

Subtraindo as equações Subtraindo a primeira equação da segunda, obtemos:

$$(a_1 + 14r) - (a_1 + 9d) = 46 - 31$$

$$14d - 9d = 15$$

$$5d = 15$$

$$d = \frac{15}{5}$$

$$\boxed{d = 3}$$

21. **Resposta:** C
Explicação: A sequência é dada por:

$$(x - 3, 5x, 5x + 11)$$

Para que a sequência seja uma Progressão Aritmética, devemos ter:

$$5x - (x - 3) = (5x + 11) - 5x$$

$$5x - (x - 3) = (5x + 11) - 5x$$

$$5x - x + 3 = 11$$

$$4x + 3 = 11$$

$$4x = 11 - 3$$

$$4x = 8$$

$$x = \frac{8}{4} = 2$$

22. **Resposta** A
Explicação: Uma sucessão diz-se divergente quando não converge para um limite finito à medida que o número de termos da sucessão aumenta. Em outras palavras, uma sucessão (a_n) é divergente se, à medida que (n) tende ao infinito, os termos da sucessão não se aproximam de um valor específico. Se $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$ ou $\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty$, a sucessão é divergente

23. **Resposta:** C $\lim_{n\to\infty} U_n = +\infty$

24. **Resposta:** C $\frac{1}{2}$
Explicação: Usando a propriedade dos limites, temos:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{b_n} = \frac{1}{\lim_{n\to\infty} b_n} = \frac{1}{2}$$

25. **Resposta:** B $S_n = 2n^2 + 7n$
Explicação: A sequência 9, 13, 17, 21 é uma progressão aritmética (PA) onde o primeiro termo $a_1 = 9$ e a razão d = 4. Para calcular a soma dos (n) primeiros termos de uma PA , utilizamos a fórmula:

Fórmula da Soma dos Primeiros Termos de uma PA

$$S_n = \frac{n}{2} \times (2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_n = \frac{n}{2} \times (2 \times 9 + (n-1) \times 4)$$

$$S_n = \frac{n}{2} \times (18 + 4n - 4)$$

$$S_n = \frac{n}{2} \times (4n + 14)$$

$$S_n = 2n^2 + 7n$$

26. **Resposta:** B 266,5
Explicação: Primeiro termo a_1: (0,50) MT
Razão $r = 2$
Número de termos $n = 9$

A fórmula para a soma dos (n) primeiros termos de uma PG é:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$S_9 = 0,50 \cdot \frac{512 - 1}{1}$$
$$S_9 = 0,50 \cdot 511$$
$$S_9 = 255,50$$

27. **Resposta:** C 20
Explicação: Para resolver o problema, precisamos encontrar o número de linhas (n) que podem ser formadas com 210 alunos, onde a quantidade de alunos em cada linha forma uma sequência triangular. A quantidade total de alunos em (n) linhas é dada pela soma dos primeiros (n) números naturais, que é dada pela fórmula:

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Queremos que essa soma seja igual a 210:

$$\frac{n(n+1)}{2} = 210$$

$$n(n+1) = 420$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$n = -21 \ \vee \ n = 20$$

Sendo que $n \in \mathbb{N}$ então, $n = 20$.

28. **Resposta:** C 14

29. **Resposta** D
$\nexists \lim_{x \to a} f(x)$, pois os limites laterais são diferentes.

30. **Resposta:** C
Explicação: A descontinuidade não eliminável em um gráfico ocorre quando os limites laterais de uma função não são iguais ou não existem. Isso pode acontecer em casos como descontinuidades de salto, onde a função ”salta” de um valor para outro, ou em descontinuidades infinitas, onde a função tende ao infinito em um ponto específico.

31. **Resposta:** A $+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty}(-x+8)$$
$$= -(-\infty+8)$$
$$= +\infty - 8$$
$$= +\infty$$

32. **Resposta:** C $\frac{7}{4}$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3x-10}{x^2-4} = \frac{2^2+3(2)-10}{2^2-4} = \frac{4+6-10}{4-4} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

Como obtemos uma indeterminação $\left[\frac{0}{0}\right]$, precisamos simplificar a expressão.

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+5)}{(x-2)(x+2)}$$
$$\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+5)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}$$
$$\lim_{x\to 2}\frac{x+5}{x+2} = \frac{2+5}{2+2} = \frac{7}{4}$$

33. **Resposta:** B 0

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{x-9})(\sqrt{x}+\sqrt{x-9})}{\sqrt{x}+\sqrt{x-9}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x-(x-9)}{\sqrt{x}+\sqrt{x-9}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{9}{\sqrt{x}+\sqrt{x-9}}$$
$$= \frac{9}{\cancelto{0}{+\infty}}$$
$$= 0$$

34. m < 0.
A recta tem um declive negativo (desce da esquerda para a direita) ou seja a recta é decrescente.

35. A $(f \div g)'(x) = \dfrac{f(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g(x)}{[g(x)]^2}$

36. **Resposta:** D $f'(x) = 8x^7 - 3x^2 - 7$

$$f(x) = x^8 - x^3 - 7x$$

Utilizando a regra de derivação para potências:

$$f'(x) = (x^8)' - (x^3)' - (7x)'$$
$$f'(x) = 8x^7 - 3x^2 - 7$$

37. **Resposta:** D 4

$$g'(x) = (x^2)' + (2x)'$$

Utilizando a regra de derivação para potências:

$$g'(x) = 2x + 2$$

Agora, substituímos $x = 1$ para encontrar $g'(1)$:

$$g'(1) = 2(1) + 2 = 2 + 2 = 4$$

38. **Resposta:** A $2x - 13$
Explicação: Para encontrar a derivada da função $g(x) = (x-9)(x-4)$, podemos usar a regra do produto. A regra do produto afirma que se temos duas funções $u(x)$ e $v(x)$, a derivada do produto $u(x)v(x)$ é dada por:

$$(uv)' = u'v + uv'$$

Neste caso, temos:

$u(x) = x - 9$
$v(x) = x - 4$

Aplicando a regra do produto:

$$g'(x) = u'v + uv' = (x-6)'(x-4) + (x-9)(x-4')$$

$$g'(x) = u'v + uv' = (1)(x-4) + (x-9)(1)$$

$$g'(x) = (x-4) + (x-9) = x - 4 + x - 9 = 2x - 13$$

39. **Resposta:** C 3
Explicação: A função $f(x)$ é o produto de x^3 com $(x+b)^2$. O grau de $f(x)$ é dado pela soma dos graus dos dois fatores:

$$f(x) = 3 + 2 = 5$$

Cada derivada reduz o grau do polinômio em 1:

- A **primeira derivada** de $f(x)$ tem grau:

$$f'(x) = 5 - 1 = 4$$

- A **segunda derivada** de $f(x)$ tem grau:

$$f''(x) = 4 - 1 = 3$$

40. **Resposta:** $x \in]0;2[$
A primeira derivada de uma função é menor que zero em intervalos onde a função está decrescendo. Isso significa que, para esses valores de x, a inclinação da recta tangente ao gráfico da função é negativa.