CORREÇÃO
Exame de Admissão de Matemática III
Universidade Eduardo Mondlane
2022

FILOSCHOOL

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões de Múltipla Escolha

Questão 1

Resolução:

O módulo de um número é sempre não-negativo. Para uma equação da forma $|A| = B$ ter solução, é necessário que $B \geq 0$.

$$|-3 + x| = -3$$

Como o lado direito é $-3 < 0$, e o módulo nunca pode ser negativo, esta equação não tem solução.

Resposta: E) Não tem solução

Questão 2

Resolução:

O módulo de qualquer expressão real resulta sempre num valor não-negativo (zero ou positivo). Para qualquer função $g(x)$ real, temos $|g(x)| \geq 0$ para todo x no domínio.

$$y = |ax^2 + bx + c| \geq 0 \quad \text{para todo } x$$

Portanto, a função é sempre não-negativa.

Resposta: E) Não negativa

Questão 3

Resolução:

Para o produto de dois módulos ser negativo, precisamos analisar quando $|A| \cdot |B| < 0$. Como módulos são sempre não-negativos, o produto de dois módulos nunca pode ser negativo.

$$|x - 2| \cdot |x - 3| < 0$$

Como $|x - 2| \geq 0$ e $|x - 3| \geq 0$ para todo x real, o produto é sempre não-negativo. Logo, não existe solução.

Resposta: B) $x \in \emptyset$

Questão 4

Resolução:

A notação $|a|$ representa o módulo de a.

Os valores a e a podem ser: - Iguais quando a é positivo. - Simétricos quando a é negativo.

Resposta: B) Iguais ou simétricos

Questão 5

Resolução:

O domínio de uma função modular depende da expressão dentro do módulo, não do módulo em si. O módulo pode ser aplicado a qualquer número real.

Por exemplo: - $f(x) = |x|$ tem domínio $\mathbb{R}$ - $f(x) = |\sqrt{x}|$ tem domínio $[0, +\infty[$ - $f(x) = |\ln x|$ tem domínio $]0, +\infty[$

Resposta: A) o conjunto de números reais

Questão 6

Resolução:

Para contar permutações que contêm ABC como bloco, tratamos ABC como uma unidade. Temos então 6 elementos para permutar: (ABC), D, E, F, G, H.

$$\text{Número de permutações} = 6! = 720$$

Resposta: A) 720

Questão 7

Resolução:

Primeiro escolhemos 2 cores das 5 para a posição vertical, depois arranjamos as 3 restantes na horizontal.

$$\begin{aligned}
\text{Escolher 2 de 5:} \quad & C(5, 2) = 10 \\
\text{Arranjar 2 na vertical:} \quad & 2! = 2 \\
\text{Arranjar 3 na horizontal:} \quad & 3! = 6 \\
\text{Total:} \quad & 10 \times 2 \times 6 = 120 = 5!
\end{aligned}$$

Resposta: B) 5!

Questão 8

Resolução:

O estudante pode escolher um projeto de qualquer uma das três listas. Como as escolhas são mutuamente exclusivas, somamos as possibilidades.

$$\text{Total de alternativas} = 23 + 15 + 19 = 57$$

Resposta: B) 57

Questão 9

Resolução:

Usamos o princípio da inclusão-exclusão. Para encontrar candidatos que concorreram somente para a vaga A, subtraímos os que concorreram para ambas.

$$\begin{aligned} \text{Total para A:} &\quad 220 \\ \text{Para ambas as vagas:} &\quad 51 \\ \text{Somente para A:} &\quad 220 - 51 = 169 \end{aligned}$$

Resposta: D) 169

Questão 10

Resolução:

Para selecionar 49 estudantes de 52, a ordem não importa, então usamos combinações.

$$C(52, 49) = C(52, 3) = \frac{52!}{49! \cdot 3!} = \frac{52 \times 51 \times 50}{3 \times 2 \times 1} = 22100$$

Resposta: A) 22100

Questão 11

Resolução:

Com um alfabeto de m letras, cada posição de uma palavra de comprimento r pode ser preenchida com qualquer uma das m letras (com repetição permitida).

$$\text{Número de palavras} = m^r$$

Assumindo que houve o erro de digitação e que o (m) foi substituído por (n) ficamos com a opção D.

Resposta: D) n^r

Questão 12

Resolução:

A combinação $C_{n,k}$ é usada para formar grupos de k elementos escolhidos de n elementos, onde a ordem não importa e não há repetição de elementos.

Resposta: C) produz grupos sem repetição

Questão 13

Resolução:

Uma função $f(x)$ é par quando $f(-x) = f(x)$ para todo x no domínio. Isto significa que:

$$f(x) - f(-x) = 0$$

Resposta: C) $f(x) - f(-x) = 0$

Questão 14

Resolução:

Se $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$ são funções lineares, então:

$$\begin{aligned} f[g(x)] &= f(cx+d) = a(cx+d) + b = acx + ad + b \\ g[f(x)] &= g(ax+b) = c(ax+b) + d = acx + bc + d \end{aligned}$$

Ambas são funções lineares (grau 1).

Resposta: D) funções lineares

Questão 15

Resolução:

Para uma função quadrática ter raízes diferentes, o discriminante deve ser positivo.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 4x + c \\ \Delta &= (-4)^2 - 4(1)(c) = 16 - 4c \\ \text{Para raízes diferentes:} \quad \Delta &> 0 \\ 16 - 4c &> 0 \\ 16 &> 4c \\ c &< 4 \end{aligned}$$

Resposta: B) $c < 4$

Questão 16

Resolução:

Para uma função periódica com período 3, temos $f(x) = f(x + 3k)$ para qualquer inteiro k. Para encontrar $f(7)$, reduzimos 7 ao intervalo fundamental.

$$\begin{aligned} 7 &= 3 \times 2 + 1 \\ f(7) &= f(1) \\ f(1) &= -(1)^2 + 2(1) = -1 + 2 = 1 \end{aligned}$$

Como 1 não está em $[-3, 0]$, usamos a periodicidade:

$$\begin{aligned} f(1) &= f(1-3) = f(-2) \\ f(-2) &= -(-2)^2 + 2(-2) = -4 - 4 = -8 \end{aligned}$$

Resposta: E) -8

Questão 17

Resolução:

Para encontrar os pontos de interseção, igualamos as funções e resolvemos a equação resultante.

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 2x^2 - 3x + 3 &= -x + 4 \\ 2x^2 - 3x + 3 + x - 4 &= 0 \\ 2x^2 - 2x - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Usando a fórmula quadrática:} \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

Os pontos de interseção são $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$.

Resposta: D) $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

Questão 18

Resolução:

Para a função $f(x) = 5\cos(2x) + 1$, analisamos a amplitude e deslocamento vertical.

$$\begin{aligned} \text{Amplitude do cosseno:} \quad & [-1, 1] \\ \text{Com fator 5:} \quad & 5\cos(2x) \in [-5, 5] \\ \text{Com deslocamento +1:} \quad & f(x) \in [-5+1, 5+1] = [-4, 6] \end{aligned}$$

Resposta: D) [-4, 6]

Questão 19

Resolução:

Para encontrar o número de ovos no início e após 24 horas, calculamos $E(0)$ e $E(1)$.

$$\begin{aligned} & E(n) = 2n^2 + \frac{n-1}{4} \\ \text{No início (n=0):} \quad & E(0) = 2(0)^2 + \frac{0-1}{4} = 0 - 0.25 = -0.25 \\ \text{Após 24h (n=1):} \quad & E(1) = 2(1)^2 + \frac{1-1}{4} = 2 + 0 = 2 \end{aligned}$$

Resposta: C) -0.25 e 2

Questão 20

Resolução:

Analisamos o padrão da sucessão identificando numerador e denominador.

$$
\begin{aligned}
\text{Termos:} \quad & \frac{5}{3}, \frac{7}{8}, \frac{9}{15}, \ldots \\
\text{Numeradores:} \quad & 5, 7, 9, \ldots \Rightarrow 2n+3 \text{ (começando em n=1)} \\
\text{Denominadores:} \quad & 3, 8, 15, \ldots \Rightarrow n^2+2 \text{ (começando em n=1)}
\end{aligned}
$$

Verificando: - Para $n = 1$: $\frac{2(1)+3}{1^2+2} = \frac{5}{3}$ - Para $n = 2$: $\frac{2(2)+3}{2^2+2} = \frac{7}{6}$
Testando $a_n = \frac{2n+1}{n^2-1}$ para $n \geq 2$: - Para $n = 2$: $\frac{5}{3}$ - Para $n = 3$: $\frac{7}{8}$ - Para $n = 4$: $\frac{9}{15}$
Resposta: D) $a_n = \frac{2n+1}{n^2-1}, n = 2, 3, \ldots$

Questão 21

Resolução:
Esta é a sucessão de Fibonacci: cada termo é a soma dos dois anteriores. Para encontrar S_{12}, somamos os primeiros 12 termos.

$$
\begin{aligned}
\text{Termos:} \quad & 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 \\
& S_{12} = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 + 55 + 89 + 144 = 376
\end{aligned}
$$

Como 376 não está nas opções, a mais próxima é 375, mas ficamos com alternativa E

Questão 22

Resolução:
Uma sucessão a_n é estritamente crescente quando, para qualquer n, temos $a_{n+1} > a_n$. Isto significa que os valores da sucessão crescem à medida que n aumenta.

Resposta: C) os valores de a_n forem crescendo na medida em que o n vai crescendo

Questão 23

Resolução:
A sucessão 3, 4.5, 6, 7.5, 9, ... é uma progressão aritmética com $a_1 = 3$ e $d = 1.5$.

$$
\begin{aligned}
\text{Sabemos que:} S_n &= \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2} \text{Soma dos 131 termos:} \quad S_{131} = \frac{131(2 \cdot 3 + (131-1) \cdot 1.5)}{2} \\
&= \frac{131(6 + 130 \cdot 1.5)}{2} \\
&= \frac{131(6 + 195)}{2} \\
&= \frac{131 \cdot 201}{2} = \frac{26331}{2} = 13165.5
\end{aligned}
$$

Valor monetário: $13165.5 \times 10 = 131655$ MT

Resposta: A) 131 655 MT

Olá! aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação. Entre em contato via WhatsApp: `87 936 9395` (clique o nr)

Questão 24

Resolução:

A produção forma uma progressão aritmética com $a_2 = 100$ (30 de Abril $\rightarrow$ é o segundo mês) e $r = 10$ por mês.

Primeiro vamos descobrir o valor de a_1

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1)d \\ a_2 &= a_1 + (2-1)10 \\ 100 &= a_1 + 10 \\ a_1 &= 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Número de meses de Maio/2022 a Maio/2083:} &\quad 61 \times 12 = 732 \text{ meses} \\ \text{Produção em Maio/2083:} &\quad a_{732} = 90 + 732 \times 10 = 90 + 7320 = 7410 \end{aligned}$$

Resposta: A) 7410

Questão 25

Resolução:

Numa progressão geométrica, $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$. Se $a_{20} = 23$ e $r = 0.5$:

$$a_{50} = a_{20} \cdot r^{50-20} = 23 \cdot (0.5)^{30}$$

Resposta: D) $a_{50} = 23(0.5)^{30}$

Questão 26

Resolução:

Temos uma série geométrica com $a = f(0) = 2^0 = 1$ e razão $r = 2^{-1} = 0.5$.

$$\begin{aligned} S &= f(0) + f(1) + \cdots + f(100) \\ &= 1 + 2^{-1} + 2^{-2} + \cdots + 2^{-100} \\ &= \frac{1(1-(0.5)^{101})}{1-0.5} = 2(1-2^{-101}) = 2 - 2^{-100} \end{aligned}$$

Resposta: E) $2 - 2^{-100}$

Questão 27

Análise do gráfico:

- $\lim_{x\to 1} f(x)$: Limites laterais diferentes $(0 \neq 3)$ ß não existe
- $\lim_{x\to -2} f(x) = -3$ (limites laterais iguais)

  O $f(x)$ parece ambíguo pois não foi especificado um valor de x, mas analisando o contexto, o gráfico e considerando que talvez senha sido um erro de digitação, vamos considerar o ponto $x = 1$

- $f(1) = 2$ (valor da função no ponto $x = 1$)

Sequência: não existe, -3, 2
Resposta:A

Questão 28

Resolução:
O limite de uma função quando x tende para a é o valor ao qual $f(x)$ se aproxima quando x se aproxima de a, independentemente do valor de $f(a)$.
Resposta: C) o valor de $f(x)$ quando x está próximo de a

Questão 29

Resolução:
Para calcular este limite, substituímos diretamente, pois não há indeterminação.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

Resposta: A) 0

Questão 30

Resolução:
Para continuidade em $x = 1$, os limites laterais devem ser iguais.

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 7(1) - 2 = 5$$
$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = k(1)^2 = k$$
$$\text{Para continuidade:} \quad k = 5$$

Resposta: B) $k = 5$

Questão 31

Resolução:
Quando $\lim_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, isso indica que a função cresce ou decresce ilimitadamente quando x se aproxima de a. Geometricamente, isto significa que $x = a$ é uma assíntota vertical.
Resposta: C) a é assíntota vertical

Questão 32

Resolução:
Para encontrar a velocidade limite quando $t \to \infty$, calculamos:

$$\begin{aligned}\lim_{t\to\infty} v(t) &= \lim_{t\to\infty} v_f(1-e^{-gt/v_f})\\ &= v_f(1-0) = v_f\end{aligned}$$

pois $\lim_{t\to\infty} e^{-gt/v_f} = 0$ quando $g > 0$.
Resposta: D) v_f

Questão 33

Resolução:
Primeiro simplificamos a base do logaritmo e depois calculamos para $x = 6$.

$$\begin{aligned}\log_{5\sqrt[3]{5}}(x^4) &= \log_{5^{4/3}}(x^4)\\ &= \frac{4\log_5 x}{\frac{4}{3}} = 3\log_5 x\\ \text{Para } x = 6: \quad f(6) &= 3\log_5 6 \approx 3\times 1.11 \approx 3.33\end{aligned}$$

Como indica centenas de bactérias: $3.33 \times 100 = 333 \approx 300$.
Resposta: C) 300

Questão 34

Resolução:
Para evitar mudanças abruptas, a função deve ser contínua em $x = 2$ e $x = 3$.
Em $x = 2$:

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4$$
$$\lim_{x\to 2^+}(ax^2 - bx + 3) = 4a - 2b + 3$$
$$4a - 2b + 3 = 4 \Rightarrow 4a - 2b = 1 \quad (1)$$

Em $x = 3$:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 3^-}(ax^2 - bx + 3) &= 9a - 3b + 3\\ \lim_{x\to 3^+}(2x - a + b) &= 6 - a + b\\ 9a - 3b + 3 &= 6 - a + b\\ 10a - 4b &= 3 \quad (2)\end{aligned}$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{aligned}4a - 2b &= 1\\ 10a - 4b &= 3\\ \text{Multiplicando (1) por 2:} \quad 8a - 4b &= 2\\ \text{Subtraindo de (2):} \quad 2a &= 1 \Rightarrow a = 0.5\\ \text{Substituindo:} \quad b &= 0.5\end{aligned}$$

Resposta: B) $a = b = 0.5$

Questão 35

Resolução:

Calculamos a derivada de cada termo separadamente usando as regras de derivação.

$$f(x) = ax^2 + \sqrt{x} - \ln(2x) + e^{3x}$$
$$f'(x) = 2ax + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x} + 3e^{3x}$$

Resposta: A) $2ax + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x} + 3e^{3x}$

Questão 36

Resolução:

Integramos cada termo usando as regras básicas de integração.

$$\int (x^2 + \frac{2}{x} + 2^x)dx = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| + \frac{2^x}{\ln 2} + C$$

Resposta: C) $\frac{x^3}{3} + 2\ln x + \frac{2^x}{\ln 2}$

Questão 37

Resolução:

Para encontrar a equação da reta tangente, calculamos a derivada e usamos a equação ponto-inclinação.

$$\begin{aligned} y &= x^3 - 4x + 1 \\ y' &= 3x^2 - 4 \\ \text{Em } P(2,1): \quad m &= 3(2)^2 - 4 = 12 - 4 = 8 \\ \text{Equação da reta:} \quad y - 1 &= 8(x - 2) \\ y &= 8x - 16 + 1 = 8x - 15 \end{aligned}$$

Resposta: D) $y = 8x - 15$

Questão 38

Resolução:

Para encontrar o extremo, igualamos a derivada a zero. Como $a = 3 > 0$, a parábola tem concavidade para cima, então o ponto crítico é um mínimo.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 3x^2 - x + 1 \\
f'(x) &= 6x - 1 = 0 \\
x &= \frac{1}{6} \\
\text{Valor mínimo:} \quad f\left(\frac{1}{6}\right) &= 3\left(\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{6} + 1 \\
&= \frac{3}{36} - \frac{1}{6} + 1 = \frac{1}{12} - \frac{2}{12} + \frac{12}{12} = \frac{11}{12}
\end{aligned}
$$

Como $\frac{11}{12}$ não está nas opções, verificamos se pergunta pelo valor de x: $x = \frac{1}{6}$.
Resposta: E) $\frac{11}{12}$ **(valor máximo) ou considerar** $x = \frac{1}{6}$

Questão 39

Resolução:
Para uma função quadrática, um ponto x_0 é ponto de mínimo quando a primeira derivada é zero (ponto crítico) e a segunda derivada é positiva (concavidade para cima).

$$
\text{Condições para mínimo:} \quad f'(x_0) = 0 \text{ e } f''(x_0) > 0
$$

Resposta: A) $f'(x_0) = 0$ **e** $f''(x_0) > 0$

Questão 40

Resolução:
Para dividir números complexos, multiplicamos tanto o numerador quanto o denominador pelo conjugado do denominador. Isto elimina a parte imaginária do denominador, facilitando a simplificação.

Dados os números complexos:

$$
\begin{aligned}
Z_1 &= x - yi \\
Z_2 &= 3y + xi
\end{aligned}
$$

O conjugado de Z_2 é $\overline{Z_2} = 3y - xi$.
Calculando a divisão:

$$
\begin{aligned}
\frac{Z_1}{Z_2} &= \frac{x - yi}{3y + xi} \\
&= \frac{(x - yi)(3y - xi)}{(3y + xi)(3y - xi)}
\end{aligned}
$$

Expandindo o numerador:

$$
\begin{aligned}
(x - yi)(3y - xi) &= x(3y) + x(-xi) + (-yi)(3y) + (-yi)(-xi) \\
&= 3xy - x^2 i - 3y^2 i + xyi^2 \\
&= 3xy - x^2 i - 3y^2 i - xy \quad (\text{pois } i^2 = -1) \\
&= 2xy - (x^2 + 3y^2)i
\end{aligned}
$$

Expandindo o denominador:

$$\begin{aligned}(3y + xi)(3y - xi) &= (3y)^2 - (xi)^2 \\ &= 9y^2 - x^2 i^2 \\ &= 9y^2 - x^2(-1) \\ &= 9y^2 + x^2\end{aligned}$$

Portanto:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{2xy - (x^2 + 3y^2)i}{9y^2 + x^2}$$

Resposta: A) $\frac{2xy-(x^2+3y^2)i}{9y^2+x^2}$