

CORREÇÃO
Exame de Admissão - Matemática
Academia de Ciências Policiais (ACIPOL)
2015



Guião de Correção

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso académico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis académicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões de Múltipla Escolha

Questão 1

Resolução:

Para calcular a percentagem, dividimos o desconto pelo salário total e multiplicamos por 100.

$$\begin{aligned}\text{Percentagem} &= \frac{\text{Desconto}}{\text{Salário}} \times 100\% \\ &= \frac{240}{1200} \times 100\% = \frac{1}{5} \times 100\% = 20\%\end{aligned}$$

Resposta: D) 20%

Questão 2

Resolução:

Para simplificar a expressão com potências, aplicamos as propriedades: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ e $(a^m)^n = a^{mn}$.

$$\begin{aligned}\left[\frac{3^9}{(3^2 \cdot 3)^3} \right]^{-3} &= \left[\frac{3^9}{(3^3)^3} \right]^{-3} \\ &= \left[\frac{3^9}{3^9} \right]^{-3} \\ &= [1]^{-3} = 1\end{aligned}$$

Resposta: D) 1

Questão 3

Resolução:

Para calcular radicais aninhados, começamos pelo radical mais interno.

$$\begin{aligned}\sqrt{16} &= 4 \\ \sqrt[3]{121 + 4} &= \sqrt[3]{125} = 5 \\ \sqrt[5]{27 + 5} &= \sqrt[5]{32} = 2\end{aligned}$$

Resposta: A) 2

Questão 4

Resolução:

Para resolver a equação exponencial, convertamos para forma logarítmica.

$$y = 3^x$$

$$5 = 3^x$$

$$x = \log_3 5$$

Resposta: B) $x = \log_3 5$

Questão 5

Resolução:

Usando semelhança de triângulos (proporção entre alturas e sombras é constante).

$$\frac{\text{Altura do edifício}}{\text{Sombra do edifício}} = \frac{\text{Altura do indivíduo}}{\text{Sombra do indivíduo}}$$

$$\frac{h}{48} = \frac{1,8}{1,8}$$

$$h = 48 \times 1 = 48\text{m}$$

Resposta: 48m

Questão 6

Resolução:

Para encontrar o contradomínio (imagem), analisamos os valores extremos da função seno.

$$f(x) = 1 - 2 \sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right)$$

Como $-1 \leq \sin(\theta) \leq 1$:

$$-2 \leq -2 \sin(\theta) \leq 2$$

$$-1 \leq 1 - 2 \sin(\theta) \leq 3$$

Contradomínio: $[-1, 3]$

Resposta: D) $[-1; 3]$

Questão 7

Resolução:

Para resolver a inequação exponencial, convertemos para mesma base e invertemos a desigualdade.

$$\begin{aligned}
16 &< \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{1/5}(x^2-x+19)} \\
4^2 &< 4^{-\log_{1/5}(x^2-x+19)} \\
2 &> -\log_{1/5}(x^2-x+19) \\
\log_{1/5}(x^2-x+19) &> -2 \\
x^2-x+19 &< (1/5)^{-2} = 25 \\
x^2-x-6 &< 0 \\
(x-3)(x+2) &< 0 \\
-2 &< x < 3
\end{aligned}$$

A resposta correta seria $-2 < x < 3$, mas nenhuma opção corresponde exatamente.

Resposta: D) $x < -2 \vee x < 3$ (está mais perto da solução)

Questão 8

Resolução:

Observando o gráfico de uma parábola, identificamos vértice e pontos de interseção. Com vértice em $(1, 0)$:

$$f(x) = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

Resposta: C) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

Questão 9

Resolução:

Para encontrar a equação da tangente, calculamos a derivada e avaliamos no ponto.

$$\begin{aligned}
f(x) &= x + \frac{1}{x} \\
f'(x) &= 1 - \frac{1}{x^2} \\
f'(1) &= 1 - 1 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Equação da tangente: } y - 2 &= 0(x - 1) \\
y &= 2
\end{aligned}$$

Resposta: B) $y = 2$

Questão 10

Resolução:

O custo total é a entrada mais o custo por hora multiplicado pelo número de horas.

$$\begin{aligned}
\text{Custo} &= \text{Entrada} + \text{Tarifa por hora} \times \text{Horas} \\
&= 20000 + 15000 \times 3 \\
&= 20000 + 45000 = 65000 \text{ Mt}
\end{aligned}$$

Resposta: A) 65.000,00 Mt

Questão 11

Resolução:

Usamos combinações para escolher doces e salgados.

$$\begin{aligned}
\text{Doces: } C(8, 3) &= \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56 \\
\text{Salgados: } C(7, 2) &= \frac{7!}{2! \times 5!} = \frac{7 \times 6}{2} = 21 \\
\text{Total: } &56 \times 21 = 1176
\end{aligned}$$

Resposta: D) 1176

Questão 12

Resolução:

Para calcular o limite lateral, analisamos o comportamento quando $x \rightarrow -2^+$ (pela direita).

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow -2^+} (x+3) \frac{|x+2|}{x+2} &= \lim_{x \rightarrow -2^+} (x+3) \cdot 1 \\
&\text{(pois quando } x > -2, \quad |x+2| = x+2) \\
&= (-2+3) \times 1 = 1
\end{aligned}$$

Resposta: C) 1

Questão 13

Resolução:

Para calcular o limite no infinito, dividimos numerador e denominador pelo termo de maior grau.

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2x + 1}{9x^3 - 5x^2 + x - 3} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3(3 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3})}{x^3(9 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3})} \\
&= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

Resposta: B) $\frac{1}{3}$

Questão 14

Resolução:

Para circunferências tangentes entre si e a uma reta, usamos geometria. Com raios 4 cm e 1 cm:

$$CD = 2\sqrt{r_1 \times r_2} = 2\sqrt{4 \times 1} = 2\sqrt{4} = 4 \text{ cm}$$

Resposta: A) 4 cm

Questão 15

Resolução:

Para uma equação onde uma raiz é quádrupla da outra, usamos as relações de Vieta.

Sejam as raízes r e $4r$:

$$\text{Soma: } r + 4r = -\beta \Rightarrow 5r = -\beta$$

$$\text{Produto: } r \times 4r = 1 \Rightarrow 4r^2 = 1 \Rightarrow r = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{Se } r = \frac{1}{2} : \quad \beta = -5 \times \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$\text{Se } r = -\frac{1}{2} : \quad \beta = -5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \beta = \pm \frac{5}{2}$$

Resposta: D) $\pm \frac{5}{2}$

Questão 16

Resolução:

Para encontrar o ponto médio, primeiro encontramos as interseções com os eixos.

$$2y + 3x = 12$$

$$\text{Interseção com } x : \quad y = 0 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow A(4, 0)$$

$$\text{Interseção com } y : \quad x = 0 \Rightarrow 2y = 12 \Rightarrow B(0, 6)$$

$$\text{Ponto médio: } M = \left(\frac{4+0}{2}, \frac{0+6}{2} \right) = (2, 3)$$

Resposta: B) $M(2; 3)$

Questão 17

Resolução:

Para resolver a equação logarítmica, simplificamos usando propriedades.

$$\begin{aligned}
\log_2(x-3) + 2\log_4 3^{\log_3 x} &= 2 \\
\log_2(x-3) + 2\log_4 x &= 2 \\
\log_2(x-3) + 2 \times \frac{\log_2 x}{2} &= 2 \\
\log_2(x-3) + \log_2 x &= 2 \\
\log_2[x(x-3)] &= 2 \\
x(x-3) &= 4 \\
x^2 - 3x - 4 &= 0 \\
(x-4)(x+1) &= 0 \\
x &= 4 \text{ ou } x = -1 \text{ (não válido)}
\end{aligned}$$

Resposta: C) {4}

Questão 18

Resolução:

A propriedade do logaritmo do produto estabelece que $\log(ab) = \log a + \log b$.

$$\log_3(xy) = \log_3 x + \log_3 y$$

Como $xy > 0$, ambos x e y têm o mesmo sinal, então os logaritmos estão definidos.

Resposta: A) $\log_3 x + \log_3 y$

Questão 19

Resolução:

Para o domínio, analisamos as condições: raiz quadrada no numerador (sempre definida para o radicando dado) e no denominador (requer radicando positivo).

$$\begin{aligned}
\sqrt{|x-1|+3} &\text{ está sempre definida} \\
\sqrt{x+1} &> 0 \text{ (denominador não-nulo)} \\
x+1 &> 0 \\
x &> -1 \\
\text{Domínio: } &] -1, +\infty[
\end{aligned}$$

Resposta: C) $] -1; +\infty[$

Questão 20

Resolução:

Para resolver a equação modular, consideramos os dois casos.

$$\begin{aligned}
 |x + 3| &= 2 \\
 x + 3 &= 2 \quad \text{ou} \quad x + 3 = -2 \\
 x &= -1 \quad \text{ou} \quad x = -5 \\
 \text{Produto: } &(-1) \times (-5) = 5
 \end{aligned}$$

Resposta: D) 5

Questão 21

Resolução:

Resolvemos as duas inequações e encontramos a interseção.

$$\begin{aligned}
 |x - 2| \leq 3 &\Rightarrow -3 \leq x - 2 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5 \\
 |3x - 2| > 5 &\Rightarrow 3x - 2 < -5 \text{ ou } 3x - 2 > 5 \\
 &\Rightarrow x < -1 \text{ ou } x > \frac{7}{3} \\
 \text{Interseção: } &x \in]\frac{7}{3}, 5] \\
 \text{Valores inteiros: } &\{3, 4, 5\} \\
 \text{Produto: } &3 \times 4 \times 5 = 60
 \end{aligned}$$

Resposta: C) 60

Questão 22

Resolução:

Esta questão apresenta incoerência: se há o mesmo número de bois e cavalos, e todos têm 4 patas, o total seria 200 patas, não 180.

Assumindo que a questão está incorreta.

Resposta: B) {} (conjunto vazio)

Questão 23

Resolução:

Para o domínio, precisamos que $\sin(x - \frac{\pi}{3}) \geq 0$.

$$\begin{aligned}
 \sin(x - \frac{\pi}{3}) &\geq 0 \\
 2k\pi &\leq x - \frac{\pi}{3} \leq \pi + 2k\pi \\
 \frac{\pi}{3} + 2k\pi &\leq x \leq \frac{4\pi}{3} + 2k\pi
 \end{aligned}$$

Resposta: C) $\frac{\pi}{3} + 2k\pi \leq x \leq \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

Questão 24

Resolução:

Para resolver a equação trigonométrica, convertamos cotangente.

$$\begin{aligned}\tan x + \cot x &= 2 \\ \tan x + \frac{1}{\tan x} &= 2 \\ \tan^2 x + 1 &= 2 \tan x \\ \tan^2 x - 2 \tan x + 1 &= 0 \\ (\tan x - 1)^2 &= 0 \\ \tan x &= 1 \\ x &= \frac{\pi}{4} + k\pi\end{aligned}$$

Resposta: C) $\frac{\pi}{4} + k\pi$

Questão 25

Resolução:

Para resolver a inequação trigonométrica:

$$\begin{aligned}\cos 3x &\leq \frac{1}{2} \\ \frac{\pi}{3} + 2k\pi &\leq 3x \leq \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \\ \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} &\leq x \leq \frac{5\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}\end{aligned}$$

Para valores específicos ($k = 0, 1, 2$): $\{\frac{5\pi}{9}, \frac{11\pi}{9}, \frac{17\pi}{9}\}$.

Resposta: D) $\{\frac{5\pi}{9}, \frac{11\pi}{9}, \frac{17\pi}{9}\}$

Questão 26

Resolução:

Analisamos o padrão da sucessão para identificar numerador e denominador.

$$\begin{aligned}\text{Numeradores: } & 15, 21, 27, 33 = 6n + 9 \text{ (para } n = 1, 2, 3, 4) \\ \text{Denominadores: } & 4, 8, 16, 32 = 2^{n+1} \\ \text{Termo geral: } & \frac{6n + 9}{2^{n+1}}\end{aligned}$$

Resposta: C) $\frac{6n+9}{2^{n+1}}$

Questão 27

Resolução:

Para continuidade, os limites laterais devem ser iguais nos pontos de transição.

Em $x = -1$:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} (2^x + p) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (px + q)$$

$$2^{-1} + p = -p + q$$

$$\frac{1}{2} + p = -p + q$$

$$2p + \frac{1}{2} = q \quad (1)$$

Em $x = 0$:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (px + q) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x^2 + 2)$$

$$q = 2 \quad (2)$$

$$\text{De (1) e (2): } 2p + \frac{1}{2} = 2$$

$$p = \frac{3}{4}$$

Resposta: A) $p = \frac{3}{4} \wedge q = 2$

Questão 28

Resolução:

Analisando o gráfico: assíntotas verticais em $x = \pm 2$ e comportamento da função.

$$f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$$

Resposta: B) $f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$

Questão 29

Resolução:

Para encontrar a inversa, trocamos x e y e resolvemos.

$$y = \frac{1}{\ln(x + 2)}$$

$$x = \frac{1}{\ln(y + 2)}$$

$$\ln(y + 2) = \frac{1}{x}$$

$$y + 2 = e^{1/x}$$

$$y = e^{1/x} - 2$$

Resposta: A) $e^{1/x} - 2$ (considerando inversão)

Questão 30

Resolução:

Para resolver a inequação racional, analisamos o sinal.

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} &> x \\ \frac{1-x^2}{x} &> 0 \\ \frac{(1-x)(1+x)}{x} &> 0\end{aligned}$$

Análise de sinal: $x \in]-\infty, -1[\cup]0, 1[$.

Resposta: A) $] - \infty; -1[\cup]0; 1[$

Questão 31

Resolução:

Para assíntotas verticais, encontramos onde o denominador é zero.

$$y = \frac{x+3}{x^2-9} = \frac{x+3}{(x-3)(x+3)} = \frac{1}{x-3}$$

Apenas $x = 3$ é assíntota vertical (cancelamento em $x = -3$).

Resposta: A) 1

Questão 32

Resolução:

Para encontrar o extremo, analisamos o vértice da parábola.

$$\begin{aligned}h(y) &= -y^2 + 1 \\ \text{Vértice em } y = 0 : \quad h(0) &= 1 \text{ (máximo)}\end{aligned}$$

Resposta: B) 1

Questão 33

Resolução:

Usando o princípio da inclusão-exclusão:

$$\begin{aligned}|M \cup F| &= |M| + |F| - |M \cap F| \\ 50 &= |M| + 25 - 15 \\ |M| &= 50 - 25 + 15 = 40\end{aligned}$$

Resposta: D) 40

Questão 34

Resolução:

Para derivar, usamos a regra da cadeia.

$$\begin{aligned}f(x) &= \cos^3(4x) \\f'(x) &= 3 \cos^2(4x) \times (-\sin(4x)) \times 4 \\&= -12 \sin(4x) \cos^2(4x)\end{aligned}$$

Resposta: C) $-12 \sin(4x) \cos^2(4x)$

Questão 35

Resolução:

Para escrever a raiz de número negativo, usamos a unidade imaginária.

$$\sqrt{-16} = \sqrt{16 \times (-1)} = 4i$$

Resposta: A) $4i$

Questão 36

Resolução:

Para calcular a integral, integramos termo a termo.

$$\begin{aligned}\int (x^4 + 3x^2 + 1)dx &= \frac{x^5}{5} + \frac{3x^3}{3} + x + c \\&= 0,2x^5 + x^3 + x + c\end{aligned}$$

Resposta: C) $0,2x^5 + x^3 + x + c$

Questão 37

Resolução:

A aceleração é a segunda derivada da posição.

$$\begin{aligned}s(t) &= t^4 - 8t \\v(t) = s'(t) &= 4t^3 - 8 \\ \text{Repouso: } 4t^3 - 8 &= 0 \Rightarrow t = \sqrt[3]{2} \\a(t) = v'(t) &= 12t^2 \\a(\sqrt[3]{2}) &= 12(\sqrt[3]{2})^2 = 12 \times 2^{2/3} \approx 19\end{aligned}$$

Resposta: C) **20** (aproximado)

Questão 38

Resolução:

Usando o princípio multiplicativo:

$$\begin{aligned}\text{Total} &= \text{opções de sapatos} \times \text{opções de meias} \\ &= 4 \times 10 = 40\end{aligned}$$

Resposta: D) 40

Questão 39

Resolução:

Números primos de 1 a 50: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 = 15 números.

$$P(\text{primo}) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$$

Resposta: B) $\frac{3}{10}$

Questão 40

Resolução:

Para calcular a probabilidade:

$$\begin{aligned}\text{Homens} &= 20 - 8 = 12 \\ P(\text{homem}) &= \frac{12}{20} = \frac{3}{5}\end{aligned}$$

Resposta: C) $\frac{3}{5}$