CORREÇÃO DETALHADA
Exame de Admissão de Matemática
ISCISA / 2017
República de Moçambique

Guião de Correção

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso académico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis académicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões 1-31

Questão 1

Resolução:

Sejam A e B dois conjuntos tal que $A \supset B$. A notação $A \supset B$ significa que A contém B, ou seja, todos os elementos de B estão em A.

Analisando as opções:

- A) ”A pertence a B- incorreta, pois A é um conjunto, não um elemento
- B) ”A contém B- correta, esta é exatamente a definição de $A \supset B$
- C) ”B contém A- incorreta, é o inverso
- D) ”B pertence a A- incorreta, B é um conjunto, não um elemento

Resposta: B) A contém B

Questão 2

Resolução: A pergunta nao faz sentido, uma vez que ja temos a percentagem dos que nao sofre de SIDA nem de tubercolose.

Supondo que a questao pede a percentagem dos que sofrem apenas de SIDA que é o mais logico nessa situacao.

Seja T o conjunto dos que sofrem de tuberculose e S o conjunto dos que sofrem de SIDA.

Dados:

$$
\begin{aligned}
|T| &= 21\% \\
|T \cap S| &= 10\% \\
\text{Nem T nem S} &= 70\%
\end{aligned}
$$

Pelo princípio da inclusão-exclusão:

$$|T \cup S| = 100\% - 70\% = 30\%$$

Usando a fórmula:

$$
\begin{aligned}
|T \cup S| &= |T| + |S| - |T \cap S| \\
30 &= 21 + |S| - 10 \\
30 &= 11 + |S| \\
|S| &= 19\%
\end{aligned}
$$

A percentagem que sofre apenas de SIDA é:

$$|S| - |T \cap S| = 19\% - 10\% = 9\%$$

Resposta: A) 9%

Questão 3

Resolução:

Calculamos a expressão usando as propriedades das potências:

$$\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{15}{2}} : \left(\frac{9}{4}\right)^{7} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{15}{2}-7}$$
$$= \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{15}{2}-\frac{14}{2}}$$
$$= \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \sqrt{\frac{9}{4}}$$
$$= \frac{3}{2}$$

Resposta: D) $\frac{3}{2}$

Questão 4

Resolução:

Se a área do quadrado é $100\,m^2$:

$$l^2 = 100 \Rightarrow l = 10 \text{ m}$$

O perímetro do quadrado é:

$$P = 4l = 4 \times 10 = 40 \text{ m}$$

Resposta: C) 40m

Questão 5

Resolução:

Simplificamos a expressão passo a passo:

$$\frac{\sqrt{7} \div 2 - 2\sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{2 \cdot 7} \cdot \sqrt{2}}$$

Numerador:

$$\frac{\sqrt{7}}{2} - 2\sqrt{7} = \frac{\sqrt{7} - 4\sqrt{7}}{2} = \frac{-3\sqrt{7}}{2}$$

Denominador:

$$\sqrt{7} + \sqrt{14} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{7} + \sqrt{28} = \sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

Dividindo:

$$\frac{\frac{-3\sqrt{7}}{2}}{3\sqrt{7}} = \frac{-3\sqrt{7}}{2} \times \frac{1}{3\sqrt{7}} = \frac{-3\sqrt{7}}{6\sqrt{7}} = \frac{-1}{2}$$

Resposta: A) -$\frac{1}{2}$

Questão 6

Resolução:

Resolvemos cada inequação separadamente:

Primeira inequação:

$$\begin{aligned} 3x - 2 &> x + 1 \\ 2x &> 3 \\ x &> \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Segunda inequação:

$$\begin{aligned} \frac{1-2x}{3} &\leq 2 - x \\ 1 - 2x &\leq 6 - 3x \\ x &\leq 5 \end{aligned}$$

A interseção é: $x \in]\frac{3}{2}, 5]$

Resposta: Sem alternativa correcta

Questão 7

Resolução:

Para que a equação $x^2 + 2x + m = 0$ não tenha raízes reais, o delta deve ser negativo:

$$\begin{aligned} \Delta &< 0 \\ 2^2 - 4(1)(m) &< 0 \\ 4 - 4m &< 0 \\ 4 &< 4m \\ m &> 1 \end{aligned}$$

Resposta: A) $m > 1$

Questão 8

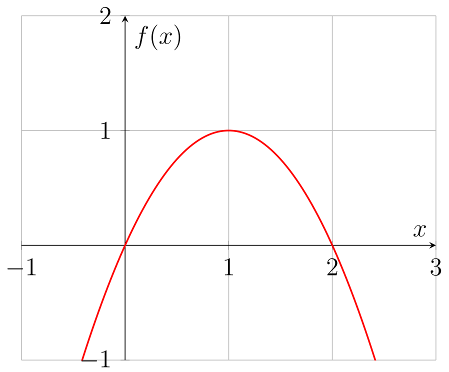
Resolução:

A função $f(x) = -x^2 + 2x$ pode ser reescrita na forma canónica:

$$f(x) = -(x^2 - 2x) = -(x^2 - 2x + 1 - 1) = -(x-1)^2 + 1$$

Esta é uma parábola com:

- Concavidade voltada para baixo ($a = -1 < 0$)
- Vértice em $(1, 1)$
- Zeros: $-x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(2 - x) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 2$
- Ordenada na origem: $f(0) = 0$



Resposta: B

Questão 9

Resolução:

Num paralelogramo, os ângulos opostos são iguais. Se um ângulo interno é formado por $30 + 40 = 70$, então o ângulo oposto também é 70, logo $\hat{y} = 70$.

Para encontrar $\hat{x}$, consideramos que num triângulo formado dentro do paralelogramo com ângulos 30 e 45:

$$\hat{x} + 30 + 45 = 180$$
$$\hat{x} = 180 - 75 = 105$$

Resposta: C) $\hat{x} = 105, \hat{y} = 70$

Questão 10

Resolução:

Usando o Teorema de Tales, quando temos retas paralelas cortadas por transversais, as razões entre os segmentos correspondentes são iguais:

$$\frac{|AA'|}{|OB|} = \frac{|CC'|}{|AC|}$$

Substituindo os valores dados:

$$\frac{2}{4} = \frac{|CC'|}{10}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{|CC'|}{10}$$
$$|CC'| = 5 \text{ cm}$$

Resposta: C) 5cm

Questão 11

Resolução:

Seja x o comprimento e y a largura. O perímetro é:

$$2x + 2y = 40 \Rightarrow x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - x$$

A área é:

$$A = xy = x(20 - x) = 20x - x^2$$

Derivando e igualando a zero:

$$A'(x) = 20 - 2x = 0 \Rightarrow x = 10$$

Logo: $y = 20 - 10 = 10$
Entre todos os retângulos com o mesmo perímetro, o quadrado tem a maior área.
Resposta: B) 10m por 10m

Questão 12

Resolução:
A quantidade de álcool no sangue após 1 hora é:

$$\begin{aligned} q(1) &= 1,8 \times 3^{-0,5\times 1} \\ &= 1,8 \times 3^{-0,5} \\ &= 1,8 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{1,8}{1,732...} \\ &\approx 1,039 \text{ g/l} \end{aligned}$$

Resposta: B) 1.039

Questão 13

Resolução:
Para uma função logarítmica $f(x) = \ln(x + a)$:

- O zero ocorre quando $x + a = 1$, ou seja, $x = 1 - a$
- A assíntota vertical está em $x = -a$
- A função é crescente para todo o seu domínio

Se o zero está em $x = -1$:

$$-1 + a = 1 \Rightarrow a = 2$$

A assíntota vertical está em $x = -2$, confirmando que $f(x) = \ln(x + 2)$.
Resposta: C) $f(x) = \ln(x + 2)$

Questão 14

Resolução:
Se $a^b = c$, pela definição de logaritmo:

$$\log_a c = b$$

Isto significa: "o logaritmo de c na base a é igual a b".
Resposta: C) $\log_a c = b$

Questão 15

Resolução:

Para encontrar o zero da função, igualamos a zero:

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}\right)^x - 3 &= 0\\ \left(\frac{1}{2}\right)^x &= 3\\ 2^{-x} &= 3\\ -x &= \log_2 3\\ x &= -\log_2 3\end{aligned}$$

Resposta: C) $x = -\log_2 3$

Questão 16

Resolução:

Calculamos cada logaritmo separadamente:

$$\begin{aligned}\log_8 \sqrt{64^5} &= \log_8 (64^5)^{1/2} = \log_8 64^{5/2}\\ &= \frac{5}{2}\log_8 64 = \frac{5}{2}\log_8 8^2\\ &= \frac{5}{2} \times 2 = 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log_3 \sqrt[5]{27^2} &= \log_3 27^{2/5} = \frac{2}{5}\log_3 27\\ &= \frac{2}{5}\log_3 3^3 = \frac{2}{5} \times 3 = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

Soma:

$$5 + \frac{6}{5} = \frac{25+6}{5} = \frac{31}{5}$$

Resposta: D) $\frac{31}{5}$

Questão 17

Resolução:

Dados:

$$\log_a(xy) = 14 \Rightarrow A + B = 14$$
$$\log_a\left(\frac{x^2}{y}\right) = 10 \Rightarrow 2A - B = 10$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{aligned}A + B &= 14\\ 2A - B &= 10\end{aligned}$$

Somando as duas equações:

$$3A = 24 \Rightarrow A = 8$$

Resposta: C) 8

Questão 18

Resolução:

Para o logaritmo existir, o argumento deve ser positivo:

$$\begin{aligned} 2m - \frac{1}{2}m^2 &> 0 \\ m\left(2 - \frac{m}{2}\right) &> 0 \\ m(4 - m) &> 0 \end{aligned}$$

Esta inequação é satisfeita quando $0 < m < 4$.
Resposta: D) $0 < m < 4$

Questão 19

Resolução:

No trapézio descrito, para encontrar a, consideramos o triângulo retângulo com catetos 8 e 6:

$$a^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow a = 10$$

Para encontrar b, primeiro encontramos o outro cateto do triângulo com hipotenusa 13 e um cateto 6:

$$\begin{aligned} 13^2 &= 6^2 + c^2 \\ 169 &= 36 + c^2 \\ c^2 &= 133 \\ c &= \sqrt{133} \end{aligned}$$

Logo: $b = 8 + \sqrt{133}$
Resposta: B) $8 + \sqrt{133}$

Questão 20

Resolução:

O perímetro do retângulo com lados $2x + 1$ e $2x$ é:

$$P = 2(2x + 1) + 2(2x) = 4x + 2 + 4x = 8x + 2$$

Para que não seja superior a 42m:

$$\begin{aligned} 8x + 2 &\leq 42 \\ 8x &\leq 40 \\ x &\leq 5 \end{aligned}$$

Como as dimensões devem ser positivas, $2x > 0 \Rightarrow x > 0$.
Mas também $2x + 1 > 0$ é sempre satisfeita se $x > 0$.
Porém, precisamos $2x + 1 > 0 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$.
Como $x > 0$ é mais restritivo, a resposta é $0 < x \leq 5$.
Resposta: A) $0 < x < 5$ (ou $0 < x \leq 5$)

Questão 21

Resolução:
No triângulo retângulo com cateto oposto $\sqrt{3}$ e hipotenusa 2:

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

O ângulo cujo seno é $\frac{\sqrt{3}}{2}$ é $\alpha = 60 = \frac{\pi}{3}$.
Resposta: D) $\frac{\pi}{3}$

Questão 22

Resolução:
Total de alunos: $2 + 8 + 6 + 4 + 5 + 5 = 30$
Alunos com classificação positiva (nota ≥ 10): $6 + 4 + 5 + 5 = 20$
Percentagem:

$$\frac{20}{30} \times 100\% = 66,\overline{66}\% \approx 66,67\%$$

Resposta: A) 66,67

Questão 23

Resolução:
A moda é o valor que aparece com maior frequência. Se 30% dos funcionários (a maioria) recebem 20 milhares, então a moda é 20,00.
Resposta: D) 20.00

Questão 24

Resolução:
Pelo Teorema do Resto, o resto da divisão de $p(x)$ por $(x - 1)$ é $p(1)$:

$$p(1) = 2(1)^4 - 3(1)^2 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$$

Como o resto é 0, o polinómio é divisível por $(x - 1)$.
Resposta: B) 0

Questão 25

Resolução:

Usando a relação $p(x) = Q(x) \cdot D(x) + R(x)$:

$$\begin{aligned} p(x) &= (x-2)(x-1)+3 \\ &= x^2 - x - 2x + 2 + 3 \\ &= x^2 - 3x + 5 \end{aligned}$$

Resposta: C) $x^2 - 3x + 5$

Questão 26

Resolução:

Analisando os termos da sequência:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{3}{3} = \frac{2(1)+1}{3(1)} \\ u_2 &= \frac{5}{6} = \frac{2(2)+1}{3(2)} \\ u_3 &= \frac{7}{9} = \frac{2(3)+1}{3(3)} \\ u_4 &= \frac{9}{12} = \frac{2(4)+1}{3(4)} \end{aligned}$$

O termo geral é: $u_n = \frac{2n+1}{3n}$

Resposta: D) $\frac{2n+1}{3n}$

Questão 27

Resolução:

Numa P.G., o termo geral é $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.
Como $u_3 = \frac{3}{4}$ e $q = \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned} u_3 &= u_1 \cdot q^2 \\ \frac{3}{4} &= u_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ \frac{3}{4} &= u_1 \cdot \frac{1}{4} \\ u_1 &= 3 \end{aligned}$$

Logo: $u_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 3 \cdot 2^{-(n-1)} = 6 \cdot 2^{-n}$

Resposta: A) $u_n = 6 \cdot 2^{-n}$

Questão 28

Resolução:

Para uma P.A. com $u_1 = 2$, $u_{20} = 40$ e $n = 20$:

Usando a fórmula da soma:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{20(2+40)}{2} = \frac{20 \times 42}{2} = 420$$

Resposta: B) 420

Questão 29

Resolução:

A distância entre $(m, 2)$ e $(2, 0)$ é:

$$d = \sqrt{(m-2)^2 + (2-0)^2} = 2$$

Elevando ao quadrado:

$$\begin{aligned} (m-2)^2 + 4 &= 4 \\ (m-2)^2 &= 0 \\ m &= 2 \end{aligned}$$

Resposta: A) 2

Questão 30

Resolução:

Duas retas são perpendiculares quando o produto dos seus coeficientes angulares é -1:

$$\begin{aligned} a \cdot m &= -1 \\ a \cdot m + 1 &= 0 \\ 1 + a \cdot m &= 0 \end{aligned}$$

Resposta: A) $1 + a \cdot m = 0$

Questão 31

Resolução:

O limite apresenta indeterminação $\frac{0}{0}$. Fatorando o numerador:

$$x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$$

Simplificando:

$$\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x \to 1} (x-3) = 1 - 3 = -2$$

Resposta: D) -2

FIM