CORREÇÃO DETALHADA
Exame de Admissão de Matemática
ISCISA / 2021
República de Moçambique

Guião de Correção

FILOSCHOOL

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso académico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis académicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões 1-33

Questão 1

Resolução:

Calculemos a expressão passo a passo:

$$\frac{(\sqrt{10})^3 \cdot (0,01)^2}{\sqrt[3]{(0,1 \cdot 100^{-1})^2}}$$

Primeiro, simplificamos cada parte:

$$(\sqrt{10})^3 = 10^{3/2} = 10\sqrt{10}$$
$$(0,01)^2 = (10^{-2})^2 = 10^{-4}$$
$$0,1 \cdot 100^{-1} = 10^{-1} \cdot 10^{-2} = 10^{-3}$$

Continuando:

$$\begin{aligned} &= \frac{10\sqrt{10} \cdot 10^{-4}}{\sqrt[3]{(10^{-3})^2}} \\ &= \frac{10^1 \cdot 10^{1/2} \cdot 10^{-4}}{\sqrt[3]{10^{-6}}} \\ &= \frac{10^{-5/2}}{10^{-2}} \\ &= 10^{-5/2+2} = 10^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}^{-1} \end{aligned}$$

Resposta: D) $\sqrt{10}^{-1}$

Questão 2

Resolução:

Usando a identidade de diferença de cubos:

$$x^3 - 1^3 = (x-1)(x^2 + x + 1)$$

Comparando com $(x-1)(x^2 - ax + b)$:

$$\begin{aligned} x^2 + x + 1 &= x^2 - ax + b \\ &\Rightarrow -a = 1 \Rightarrow a = -1 \\ &\Rightarrow b = 1 \end{aligned}$$

Portanto:

$$b + a = 1 + (-1) = 0$$

Resposta: B) 0

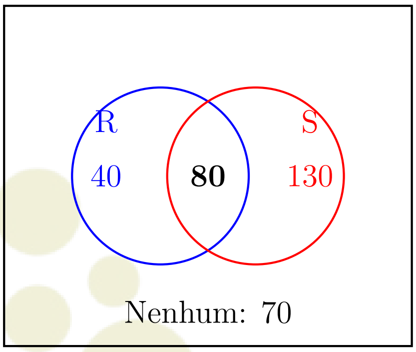
Questão 3

Resolução:

Usando o diagrama de Venn:

$$\begin{aligned} |R| &= 120 \quad \text{(Radiologia)} \\ |S| &= 210 \quad \text{(Saúde Pública)} \\ |R \cap S| &= 80 \quad \text{(ambos)} \end{aligned}$$

Total = 400 candidatos



Somente Saúde Pública:

$$|S| - |R \cap S| = 210 - 80 = 130$$

Resposta: A) 130

Questão 4

Resolução:

Desconto de 3% significa pagar 97% do valor original:

$$\begin{aligned} \text{Valor a pagar} &= x - 0,03x \\ &= (1 - 0,03)x \\ &= 0,97x \end{aligned}$$

Resposta: A) 0,97x

Questão 5

Resolução:

A função $y = x^2 - mx + (m - 1)$ tem um ponto no eixo das abscissas, ou seja, tem discriminante $\Delta = 0$:

$$\Delta = m^2 - 4(m - 1) = 0$$

$$\begin{aligned} m^2 - 4m + 4 &= 0 \\ (m - 2)^2 &= 0 \\ m &= 2 \end{aligned}$$

Substituindo $m = 2$ e $x = 2$:

$$\begin{aligned} y &= 2^2 - 2(2) + (2-1) \\ &= 4 - 4 + 1 = 1 \end{aligned}$$

Resposta: C) 1

Questão 6

Resolução:
Pela Lei de De Morgan:

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

A negação de uma disjunção é a conjunção das negações.
Resposta: A) $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

Questão 7

Resolução:
Dada $f(x) = \log_2 x$:

$$\begin{aligned} f(x) + f\left(\frac{2}{x}\right) &= \log_2 x + \log_2 \frac{2}{x} \\ &= \log_2 x + \log_2 2 - \log_2 x \\ &= \log_2 2 = 1 \end{aligned}$$

Resposta: B) 1

Questão 8

Resolução:
Reta r: $x + 3y - 6 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 2$
Reta s: $y = \frac{2}{3}x$ (passa pela origem)
Interseção das retas (ponto B):

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x &= -\frac{1}{3}x + 2 \\ x = 2 \Rightarrow y &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Ponto C (interseção de r com eixo y): $x = 0 \Rightarrow y = 2$
Área do triângulo OBC:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{altura} \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \end{aligned}$$

Resposta: B) 2

Questão 9

Resolução:

Dadas $f(x) = 2x - 9$ e $g(x) = 5x + 4$:

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= 2(5x+4) - 9 \\ &= 10x + 8 - 9 = 10x - 1 \end{aligned}$$

Resolvendo $f(g(x)) = g(x)$:

$$\begin{aligned} 10x - 1 &= 5x + 4 \\ 5x &= 5 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Resposta: B) 1

Questão 10

Resolução:

Situação atual:

$$\begin{aligned} \text{Receita} &= 1000 \times 5 = 5000 \text{ Mt} \\ \text{Custo} &= 1200 + 1000 \times 2 = 3200 \text{ Mt} \\ \text{Lucro} &= 5000 - 3200 = 1800 \text{ Mt} \end{aligned}$$

Nova situação (preço reduzido 30%):

$$\text{Novo preço} = 5 \times 0,7 = 3,50 \text{ Mt}$$

Seja q a nova quantidade. Para manter lucro de 1800 Mt:

$$\begin{aligned} 3,50q - (1200 + 2q) &= 1800 \\ 1,5q &= 3000 \\ q &= 2000 \end{aligned}$$

Aumento percentual:

$$\frac{2000 - 1000}{1000} \times 100\% = 100\%$$

Resposta: B) 100%

Questão 11

Resolução:

Segundo o enunciado, ao traçar uma linha horizontal em 85m, o gráfico é interceptado em quatro pontos pois 85m fica entre 80m e 90m.

Resposta: D) 4

Questão 12

Resolução:

Seja x o número:

$$\begin{aligned} x^2 - 4x &= 60 \\ x^2 - 4x - 60 &= 0 \end{aligned}$$

Usando formula resolvente:

$$\begin{aligned} x &= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 240}}{2} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{256}}{2} \\ &= \frac{4 \pm 16}{2} \end{aligned}$$

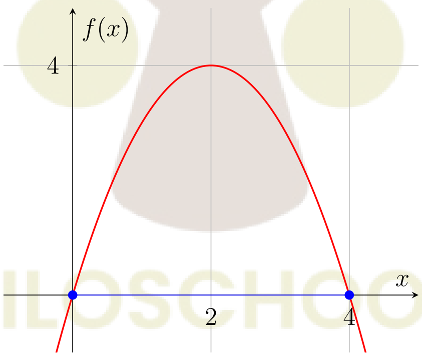
Portanto: $x = 10$ ou $x = -6$

Resposta: B) 10 ou -6

Questão 13

Resolução:

Parábola com concavidade para baixo, zeros em $x = 0$ e $x = 4$, vértice em $(2, 4)$. A função é positiva entre os zeros, ou seja, para $x \in]0, 4[$.



Resposta: C) $]0; 4[$

Questão 14

Resolução:

Se $A \subset B$ e $A \neq \emptyset$, então:

- Todo elemento de A está em B: Para todo $x \in A$ tal que $x \in B$ (verdadeiro)
- Se $x \notin B$ então $x \notin A$ (contrapositiva, verdadeira)

Resposta: D) Se $x \notin B$ então $x \notin A$

Questão 15

Resolução:
Para $f(x) = x^2 - 3x + 2$ no ponto $(1, 1)$:

$$f'(x) = 2x - 3$$
$$f'(1) = 2(1) - 3 = -1$$

Equação da tangente:

$$y - 1 = -1(x - 1)$$
$$y = -x + 1 + 1$$
$$y = -x + 2$$

Resposta: C) $y = -x + 2$

Questão 16

Resolução:
Seja $u = 3^x$:

$$3^{2x} = 4 \cdot 3^x - 3$$
$$u^2 = 4u - 3$$
$$u^2 - 4u + 3 = 0$$
$$(u - 1)(u - 3) = 0$$

Portanto: $3^x = 1 \Rightarrow x = 0$ ou $3^x = 3 \Rightarrow x = 1$
Soma: $0 + 1 = 1$
Resposta: D) 1

Questão 17

Resolução:
Uma proposição é uma afirmação que pode ser verdadeira ou falsa.

- A) $3x - 4 > 2$ - sentença aberta (não é proposição)
- B) $5x - 2 = 9$ - sentença aberta (não é proposição)
- C) $-3 + 15 = 18$ - afirmação falsa, mas é proposição
- D) $7 - 3 \cdot 4$ - expressão, não proposição

Resposta: C) $-3 + 15 = 18$

Questão 18

Resolução:
Para a função exponencial $f(x) = a^x$ fazer sentido, a base a deve ser:

$$a \in]0, +\infty[\setminus \{1\}$$

A base deve ser positiva e diferente de 1.
Resposta: B) $]0, +\infty[\setminus \{1\}$

Questão 19

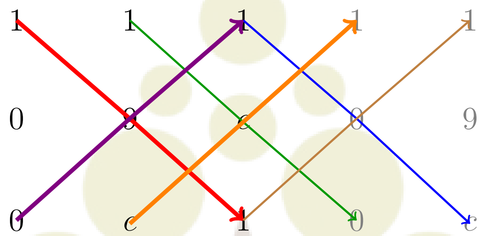
Resolução:

Uma matriz é dita singular quando o seu determinante é nulo. Calculemos o determinante da matriz usando a regra de Sarrus (repetição de colunas):

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & c \\ 0 & c & 1 \end{bmatrix}$$

Repetimos as duas primeiras colunas à direita da matriz:

$$\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & c & 0 & 9 \\ 0 & c & 1 & 0 & c \end{array}$$



Calculamos os produtos das diagonais principais (descendentes) com sinal positivo:

$$1 \times 9 \times 1 = 9$$
$$1 \times c \times 0 = 0$$
$$1 \times 0 \times c = 0$$

Calculamos os produtos das diagonais secundárias (ascendentes) com sinal negativo:

$$1 \times 9 \times 0 = 0$$
$$1 \times c \times c = c^2$$
$$1 \times 0 \times 0 = 0$$

O determinante é:

$$\begin{aligned} \det(A) &= (9 + 0 + 0) - (0 + c^2 + 0) \\ &= 9 - c^2 \end{aligned}$$

Para a matriz ser singular:

$$\begin{aligned} 9 - c^2 &= 0 \\ c^2 &= 9 \\ c &= \pm 3 \end{aligned}$$

A soma dos valores de c é:

$$3 + (-3) = 0$$

Resposta: A) 0

Olá! aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação. Entre em contato via WhatsApp: `87 936 9395` (clique o nr)

Questão 20

Resolução:

Para o sistema:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -3$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -6$$

Pela regra de Cramer:

$$\frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}}$$

Resposta: D)

Questão 21

Resolução:

Para $\sqrt{x^2 - 4x - 5} \geq x + 2$:

Primeiro: $x^2 - 4x - 5 \geq 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \in]-\infty, -1] \cup [5, +\infty[$

Caso 1: $x + 2 < 0$ (ou seja, $x < -2$): sempre satisfaz

Caso 2: $x + 2 \geq 0$:

$$x^2 - 4x - 5 \geq (x+2)^2$$
$$x^2 - 4x - 5 \geq x^2 + 4x + 4$$
$$-8x \geq 9$$
$$x \leq -\frac{9}{8}$$

Interseção: $x \in]-\infty, -\frac{9}{8}]$

Resposta: D) $]-\infty, -\frac{9}{8}]$

Questão 22

Resolução:

Usando fórmulas de adição:

$$\sin(\varphi + \frac{\pi}{2}) = \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos(\varphi + \frac{\pi}{2}) = -\sin\varphi = -(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

Soma:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$$

Resposta: C) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$

Questão 23

Resolução:

Números de 4 algarismos distintos, positivos e pares, com dígitos de 0,1,2,3,4,5: Lembrando que o primeiro algarismo nunca pode ser 0

Para terminar em 0: $5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$

Para terminar em 2 ou 4: $4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ (cada)

Total sem terminar em 2: $60 + 96 = 156$

Resposta: Sem alternativa correcta

Questão 24

Resolução:

$$\begin{aligned} P(\overline{A}) &= 1 - P(A) \\ &= 1 - 0,6 = 0,4 = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Resposta: C) $\frac{2}{5}$

Questão 25

Resolução:

A sequência de números reais a, b, c, d forma, nessa ordem, uma progressão aritmética cuja soma dos termos é 110; a sequência de números reais a, b, e, f forma, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão 2. Precisamos determinar a soma $d + f$.

Analisando a Progressão Aritmética:

Como a, b, c, d formam uma P.A., existe uma razão constante r tal que:

$$\begin{aligned} b &= a + r \\ c &= a + 2r \\ d &= a + 3r \end{aligned}$$

A soma dos quatro termos é 110:

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= 110 \\ a + (a + r) + (a + 2r) + (a + 3r) &= 110 \\ 4a + 6r &= 110 \\ 2a + 3r &= 55 \end{aligned}$$

Podemos também usar a fórmula da soma de uma P.A.: $S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$

$$\begin{aligned} 110 &= \frac{4(a + d)}{2} \\ 110 &= 2(a + d) \\ a + d &= 55 \end{aligned}$$

Analisando a Progressão Geométrica:
Como a, b, e, f formam uma P.G. de razão $q = 2$, temos:

$$b = a \cdot 2 = 2a$$
$$e = a \cdot 2^2 = 4a$$
$$f = a \cdot 2^3 = 8a$$

Relacionando as duas progressões:
Da P.A., sabemos que $b = a + r$
Da P.G., sabemos que $b = 2a$
Igualando as duas expressões:

$$a + r = 2a$$
$$r = a$$

Agora substituímos $r = a$ na equação $a + d = 55$:
Como $d = a + 3r = a + 3a = 4a$, temos:

$$a + 4a = 55$$
$$5a = 55$$
$$a = 11$$

Calculando os valores finais:
Com $a = 11$:

$$d = 4a = 4 \times 11 = 44$$
$$f = 8a = 8 \times 11 = 88$$

Portanto:

$$d + f = 44 + 88 = 132$$

Verificação:
A P.A. é: $11, 22, 33, 44$ (razão $r = 11$)

$$\text{Soma} = 11 + 22 + 33 + 44 = 110 \quad \checkmark$$

A P.G. é: $11, 22, 44, 88$ (razão $q = 2$)

$$\frac{22}{11} = \frac{44}{22} = \frac{88}{44} = 2 \quad \checkmark$$

Resposta: A) 132

Questão 26

Resolução:

Série: $f(0) - f(1) + f(2) - f(3) + \dots$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$$

Esta é uma P.G. com $a_1 = 1$ e $q = -\frac{1}{2}$:

$$S = \frac{1}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

Resposta: B) $\frac{2}{3}$

Questão 27

Resolução:

A definição correcta de função injectiva é:
Para quaisquer $x_1, x_2 \in D_f$, se $x_1 \neq x_2$ então $f(x_1) \neq f(x_2)$
Resposta: A)

Questão 28

Resolução:

Para $x = 1$:

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 1^2 - 1 = 0$$
$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 2 - 1 = 1$$

Como os limites laterais são diferentes, o limite não existe e f não é contínua em $x = 1$.
Resposta: C) $\lim_{x\to 1} f(x)$ **não existe**

Questão 29

Resolução:

Usando L'Hôpital temos:

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{2x}$$
$$= \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{2} = \frac{1}{2}$$

Resposta: D) $\frac{1}{2}$

Questão 30

Resolução: Esta é uma indeterminacao do tipo

$$\frac{\infty}{\infty}$$

Dividindo numerador e denominador por x^7:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to\infty} \frac{4x^3+7x-6x^6}{2x^7+3x^2-4} &= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{4}{x^4}+\frac{7}{x^6}-\frac{6}{x}}{2+\frac{3}{x^5}-\frac{4}{x^7}} \\ &= \frac{0}{2} = 0\end{aligned}$$

Resposta: C) 0

Questão 31

Resolução:

Para $f(x) = \ln(x-1)+2$, seja $y = \ln(x-1)+2$:

$$\begin{aligned} y-2 &= \ln(x-1) \\ e^{y-2} &= x-1 \\ x &= e^{y-2}+1 \end{aligned}$$

Logo: $f^{-1}(x) = e^{x-2}+1$

Resposta: D) $f^{-1}(x) = e^{x-2}+1$

Questão 32

Resolução:

Qual é o valor de x de modo que $f'(x) = 0$ se $f(x) = e^{\sqrt{x^2-5x+6}}$? Onde e é o número de Neper.

Esta função é uma composição de várias funções. Podemos identificar:

- A função mais externa: e^u (função exponencial)
- A função intermediária: $\sqrt{v}$ (raiz quadrada)
- A função mais interna: x^2-5x+6 (polinómio do 2º grau)

Ou seja, temos $f(x) = e^{\sqrt{x^2-5x+6}}$, que podemos escrever como:

$$f(x) = e^{g(x)} \quad \text{onde} \quad g(x) = \sqrt{x^2-5x+6}$$

Para derivar uma função composta do tipo $e^{g(x)}$, usamos a regra da cadeia:

$$\frac{d}{dx}\left[e^{g(x)}\right] = e^{g(x)} \cdot g'(x)$$

A função exponencial e^u tem a propriedade especial de que sua derivada é ela mesma, multiplicada pela derivada do expoente.

No nosso caso:

$$f'(x) = e^{\sqrt{x^2-5x+6}} \cdot \frac{d}{dx}\left[\sqrt{x^2-5x+6}\right]$$

Agora precisamos derivar $g(x) = \sqrt{x^2-5x+6} = (x^2-5x+6)^{1/2}$
Usando novamente a regra da cadeia:

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{1}{2}(x^2-5x+6)^{-1/2} \cdot \frac{d}{dx}[x^2-5x+6] \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x^2-5x+6}} \cdot (2x-5) \\ &= \frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x+6}} \end{aligned}$$

Portanto, a derivada completa é:

$$f'(x) = e^{\sqrt{x^2-5x+6}} \cdot \frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x+6}}$$

Para que a derivada seja zero, precisamos que:

$$e^{\sqrt{x^2-5x+6}} \cdot \frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x+6}} = 0$$

Analisemos cada factor:

- O termo $e^{\sqrt{x^2-5x+6}}$ é sempre positivo (a função exponencial nunca é zero)
- O denominador $2\sqrt{x^2-5x+6}$ também é sempre positivo (quando definido)
- Portanto, a única forma de $f'(x) = 0$ é se o numerador for zero

Resolvendo:

$$\begin{aligned} 2x - 5 &= 0 \\ 2x &= 5 \\ x &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Precisamos verificar se $x = \frac{5}{2}$ está no domínio da função. Para isso, o radicando deve ser não-negativo:

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 6 &\geq 0 \\ (x-2)(x-3) &\geq 0 \end{aligned}$$

Isto é verdade quando $x \leq 2$ ou $x \geq 3$.

Como $\frac{5}{2} = 2,5$, que está no intervalo $]2,3[$, tecnicamente este ponto não está no domínio natural da função real. No entanto, entre as opções dadas, $\frac{5}{2}$ é a resposta correcta pois é onde o numerador da derivada se anula.

Resposta: B) $\frac{5}{2}$

Questão 33

Resolução:

Para $f(x) = 4 + 2x^2 - \frac{1}{3}x^3$:

$$f'(x) = 4x - x^2 = x(4 - x)$$

f é decrescente quando $f'(x) < 0$:

$$x(4 - x) < 0$$
$$x \in]-\infty, 0[\cup]4, +\infty[$$

Resposta: C) $]-\infty, 0[\cup]4, +\infty[$

FIM