CORREÇÃO DETALHADA
Exame Final de Matemática - 12ª Classe
ES2 / 2025- 1 Chamada
República de Moçambique

Guião de Correção

FILOSCHOOL

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso acadêmico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis acadêmicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões 1-40

Questão 1

Resolução:

O módulo (ou valor absoluto) de um número real representa a distância desse número até a origem (zero) na reta real.

$$\text{Definição: } |x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Exemplo: $|5| = 5$ e $|-5| = 5$ (ambos estão a 5 unidades de distância da origem).

Resposta: C) A distância desse número a zero no eixo real.

Questão 2

Resolução:

Para a equação $|x| = k + 7$ ser possível, o lado direito deve ser ≥ 0, pois o módulo sempre retorna valores não negativos.

$$\begin{aligned} k + 7 &\geq 0 \\ k &\geq -7 \\ k &\in [-7; +\infty[\end{aligned}$$

Resposta: C) $k \in [-7; +\infty[$

Questão 3

Resolução:

Calculamos $|1 - \sqrt{3}|$:

$$\begin{aligned} \sqrt{3} &\approx 1.732 > 1 \\ 1 - \sqrt{3} &< 0 \\ |1 - \sqrt{3}| &= -(1 - \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 \end{aligned}$$

Resposta: B) $-1 + \sqrt{3}$

Questão 4

Resolução:

Na reta numérica, a expressão $|x - a|$ representa a distância entre os pontos x e a.

Geometricamente: $d(x, a) = |x - a|$

Resposta: A) a distância entre x e a.

Questão 5

Resolução:

A equação $|x| = 8$ tem duas soluções, pois existem dois números que distam 8 unidades da origem:

$$|x| = 8 \Rightarrow x = 8 \quad \text{ou} \quad x = -8$$

Resposta: C) $x = -8$ ou $x = 8$

Questão 6

Resolução:

A distância entre x e o ponto -3 é $|x - (-3)| = |x + 3|$.
Esta distância deve ser igual a 5:

$$|x + 3| = 5$$

Resposta: B) $|x + 3| = 5$

Questão 7

Resolução:

Resolvendo $|x - 1| = |2x|$:

$$\text{Caso 1: } x - 1 = 2x \Rightarrow x = -1$$
$$\text{Caso 2: } x - 1 = -2x \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

Verificação:

$$\text{Para } x = -1 : |-1-1| = |-2| = 2, \quad |2(-1)| = |-2| = 2 \quad \checkmark$$
$$\text{Para } x = \frac{1}{3} : |\frac{1}{3} - 1| = |-\frac{2}{3}| = \frac{2}{3}, \quad |2 \cdot \frac{1}{3}| = \frac{2}{3} \quad \checkmark$$

Resposta: B) $x = \left\{-1, \frac{1}{3}\right\}$

Questão 8

Resolução:

O símbolo $n!$ representa o fatorial de n, que é o produto de todos os números inteiros positivos de 1 até n.

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$$

Exemplo: $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

Resposta: B) O produto de todos os inteiros positivos menores ou iguais a n.

Questão 9

Resolução:
Simplificando $\frac{(2n)!}{(2n-2)!}$:

$$\begin{aligned}\frac{(2n)!}{(2n-2)!} &= \frac{2n \times (2n-1) \times (2n-2)!}{(2n-2)!} \\ &= 2n \times (2n-1) \\ &= 4n^2 - 2n\end{aligned}$$

Resposta: C) $4n^2 - 2n$

Questão 10

Resolução:
O Triângulo de Pascal:

Linha 0:	1					
Linha 1:	1	1				
Linha 2:	1	2	1			
Linha 3:	1	3	3	1		
Linha 4:	1	4	6	4	1	
Linha 5:	1	5	10	10	5	1

O primeiro elemento de qualquer linha é sempre 1.
Resposta: B) 1

Questão 11

Resolução:
Em probabilidade:

- Evento certo: ocorre sempre (probabilidade = 1)
- Evento impossível: nunca ocorre (probabilidade = 0)
- Evento provável: probabilidade entre 0 e 1

Resposta: B) Tem probabilidade um de ocorrer.

Questão 12

Resolução:
Seja S o espaço amostral e $A \subseteq S$:

$$A \cup S = \{x : x \in A \text{ ou } x \in S\}$$
$$\text{Como } A \subseteq S \Rightarrow A \cup S = S$$

Resposta: C) S

Questão 13

Resolução:

Na expansão de $(a+b)^n$ pelo Binômio de Newton:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Os valores de k vão de 0 a n, totalizando $n+1$ termos.

Resposta: D) n+1

Questão 14

Resolução:

O terceiro termo na expansão de $(x+2)^5$:

$$T_{k+1} = \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$
$$T_3 \Rightarrow k = 2$$
$$T_3 = \binom{5}{2} x^{5-2} \cdot 2^2$$
$$= 10 \cdot x^3 \cdot 4$$
$$= 40x^3$$

Resposta: A) $10x^3 \cdot 4$

Questão 15

Resolução:

Número de permutações de 5 livros distintos:

$$P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

Resposta: C) 120

Questão 16

Resolução:

Número de maneiras de atribuir 3 medalhas a 7 participantes:

$$A_{7,3} = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

Resposta: (Nenhuma das opções - resposta correta é 210)

Questão 17

Resolução:

Lançando uma moeda duas vezes:

$$\begin{aligned} \text{Espaço amostral:} \quad & \{CC, CK, KC, KK\} \\ \text{Evento (duas coroas):} \quad & \{KK\} \\ P(\text{duas coroas}) = & \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Resposta: A) $\frac{1}{4}$

Questão 18

Resolução:

Característica principal de uma sucessão geométrica:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q \quad \text{(constante para todo } n\text{)}$$

A razão entre termos consecutivos é constante.

Resposta: B) A razão entre termos consecutivos é constante

Questão 19

Resolução:

Sucessão aritmética com $a_1 = 2$ e $r = 3$:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1)r \\ &= 2 + (n-1) \cdot 3 \\ &= 2 + 3n - 3 \\ &= 3n - 1 \end{aligned}$$

Resposta: C) $a_n = 3n - 1$

Questão 20

Resolução:

Calculando a_2 para $a_n = n^3 + 1$:

$$a_2 = 2^3 + 1 = 8 + 1 = 9$$

Resposta: C) 9

Questão 21

Resolução:

Sucessão: 2, 6, 18, 54, ...

$$\frac{6}{2} = 3, \quad \frac{18}{6} = 3, \quad \frac{54}{18} = 3$$

É uma P.G. com $a_1 = 2$ e $q = 3$:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1}$$

Resposta: C) $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

Questão 22

Resolução:

Uma sucessão (a_n) é crescente se:

$$a_{n+1} > a_n \quad \text{para todo } n$$

Cada termo é maior que o termo anterior.

Resposta: B) maior que o termo anterior.

Questão 23

Resolução:

Uma sucessão é monótona se mantém sempre o mesmo comportamento:

- Monótona crescente: $a_{n+1} \geq a_n$ para todo n
- Monótona decrescente: $a_{n+1} \leq a_n$ para todo n

Resposta: A) mantém um padrão consistente de crescimento ou decrescimento.

Questão 24

Resolução:

Para a sucessão $a_n = \frac{1}{n+1}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 0$$

Quando n aumenta, $n + 1$ aumenta, então $\frac{1}{n+1}$ diminui, aproximando-se de zero.

Resposta: C) os denominadores aumentam indefinidamente, tornando a fracção cada vez menor.

Questão 25

Resolução:

Calculando o limite:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n+3}{2n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{2+\frac{3}{n}}{2+\frac{1}{n}}$$
$$= \frac{2+0}{2+0} = 1$$

Resposta: A) 1

Questão 26

Resolução:

P.A.: 1, 3, 5, ... com $a_1 = 1$, $r = 2$, $n = 20$

$$a_{20} = a_1 + 19r = 1 + 19 \times 2 = 39$$
$$S_{20} = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{20(1+39)}{2} = \frac{20 \times 40}{2} = 400$$

Resposta: C) 400

Questão 27

Resolução:

Notação matemática para limite:

$$\lim_{x\to a} f(x) = L$$

Lê-se: "o limite de $f(x)$ quando x tende a a é igual a L".

Resposta: C) $\lim_{x\to a} f(x) = L$

Questão 28

Resolução:

Para $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 2 \\ 8 - 2x & \text{se } x > 2 \end{cases}$:

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 2^2 = 4$$
$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = 8 - 2 \times 2 = 4$$
$$\lim_{x\to 2} f(x) = 4 \quad \text{(existe e é igual a 4)}$$

Resposta: D) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = 4$ **e** $\lim_{x\to 2} f(x) = 4$

Questão 29

Resolução:

Para $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$:

$$f(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} = x - 1 \quad \text{para } x \neq -1$$

A função é descontínua em $x = -1$, mas esta descontinuidade é eliminável, pois o limite existe:

$$\lim_{x \to -1} f(x) = -2$$

Em $x = 1$, a função é contínua.

Resposta: A) continua em $x = 1$.

Questão 30

Resolução:

Calculando o limite:

$$\begin{aligned}\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - x - 2} &= \frac{1^2 + 4 \times 1 + 3}{1^2 - 1 - 2} \\ &= \frac{1 + 4 + 3}{1 - 1 - 2} = \frac{8}{-2} = -4\end{aligned}$$

Resposta: (Nenhuma das opções - resposta correta é -4)

Questão 31

Resolução:

O limite notável:

$$\begin{aligned}\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x &= e \\ \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^{2x} &= \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x} \\ &= e^2\end{aligned}$$

Resposta: A) e^2

Questão 32

Resolução:

Definição de derivada num ponto t:

$$f'(t) = \lim_{x \to t} \frac{f(x) - f(t)}{x - t}$$

Resposta: (Nenhuma das opções está completamente correta)

Questão 33

Resolução:

Para $f(x) = x^2$:

$$f'(x) = 2x$$

O coeficiente de x é 2.

Resposta: A) 2

Questão 34

Resolução:

Para $h(x) = 3$ (função constante):

$$h'(x) = 0$$
$$h'(1) = 0$$

Resposta: A) 0

Questão 35

Resolução:

Para $f(x) = 2^x \cdot x^2$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2^x)' \cdot x^2 + 2^x \cdot (x^2)' \\ &= 2^x \ln 2 \cdot x^2 + 2^x \cdot 2x \\ &= 2^x (x^2 \ln 2 + 2x) \end{aligned}$$

Resposta: B) $f'(x) = 2^x [x \ln(2) + 2]$

Questão 36

Resolução:

Para $h(x) = 2x$:

$$h'(x) = 2$$
$$h''(x) = 0$$

Resposta: A) 0

Questão 37

Resolução:

Para $f(x) = \frac{x+4}{(x-6)(x+5)}$, a função não admite derivada onde não é contínua:

$$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$$
$$x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

Resposta: D) $x = -5 \vee x = 6$

Questão 38

Resolução:

Para que a primeira derivada de uma função seja uma função linear, a função original tem de ser uma função quadratica.

Sabemos que para descobrir a função original vamos integrar.

Seja $f(x) = ax$ a função linar que passa da origem, integrando teremos:

$$\int f(x)\ dx = \int ax\ dx = \frac{ax^2}{2} + c$$

que é uma função do segundo grau.

Resposta: B)

Questão 39

Resolução:

Para $f(x) = x^2(x^2 - 9) = x^4 - 9x^2$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4x^3 - 18x \\ f''(x) &= 12x^2 - 18 \\ f''(1) &= 12(1)^2 - 18 = 12 - 18 = -6 \end{aligned}$$

Resposta: A) -6

Questão 40

Resolução:

Para $f(x) = -x^3 + 27x - 1$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= -3x^2 + 27 \\ f'(x) &= 0 \Rightarrow -3x^2 + 27 = 0 \\ &\Rightarrow x^2 = 9 \\ &\Rightarrow x = \pm 3 \end{aligned}$$

Ponto crítico $x = -3$:

$$f(-3) = -(-27) + 27(-3) - 1 = 27 - 81 - 1 = -55$$

Ponto crítico $x = 3$:

$$f(3) = -27 + 81 - 1 = 53$$

Teste da segunda derivada:

$$\begin{aligned} f''(x) &= -6x \\ f''(-3) &= 18 > 0 \Rightarrow \text{mínimo em } (-3, -55) \\ f''(3) &= -18 < 0 \Rightarrow \text{máximo em } (3, 53) \end{aligned}$$

Resposta: A) (-3; -55) e (3;53)

FIM