FILOSCHOOL

MANUAL DE FÍSICA

Para exames de admissão

Autores:

Alcino Jacinto Pedro
Derto Manuel Malope

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

Caro estudante, Este manual chega às tuas mãos com um único propósito: ser a chave que abre a porta para a tua próxima conquista académica. Sabemos que a física pode parecer um desafio, mas a Filoschool preparou-se para te mostrar que és mais que capaz. Encontrarás neste material:

- Explicações simples para conceitos complexos
- Exercícios resolvidos passo a passo
- Problemas práticos semelhantes aos dos exames.

Este não é um livro comum. É um guia prático que fala a tua língua, feito especificamente para o contexto moçambicano. Cada página foi pensada para construir tua confiança e conhecimento. Pega neste material, confia no teu potencial e vamos juntos vencer este desafio. Estamos aqui para ajudar com qualquer dúvida ou informação de que você precise. Se você tiver alguma pergunta ou precisar de assistência, sinta-se à vontade para entrar em contato comigo no WhatsApp. Estou disponível para conversar e ajudar no que for necessário. 879369395

A equipa da FiloSchool
A caminho do teu sucesso

1 Cinemática

A cinemática é o ramo da Física que estuda o movimento dos corpos sem se preocupar com as causas desse movimento. Neste capítulo, aprenderá a descrever e analisar diferentes tipos de movimento, desde o trajeto de uma chapa em linha reta até o movimento circular de uma roda gigante.

1.1 Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

O Movimento Retilíneo Uniforme é o tipo mais simples de movimento. Ocorre quando um corpo se desloca em linha reta com velocidade constante. Imagine uma chapa a percorrer a Avenida Julius Nyerere em Maputo sem parar: se mantiver sempre a mesma velocidade, está em MRU.

Fórmulas do MRU

A equação fundamental do MRU é:

$$\boxed{S = S_0 + v \cdot t}$$

Onde:

- S = posição final (m)
- S_0 = posição inicial (m)
- v = velocidade (m/s)
- t = tempo (s)

A velocidade é calculada por:

$$\boxed{v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t}}$$

No MRU, a velocidade é constante e diferente de zero. Isto significa que o corpo percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais. O gráfico da posição em função do tempo é uma linha reta, e o gráfico da velocidade em função do tempo é uma linha horizontal.

- Velocidade constante (v = constante)
- Aceleração nula ($a = 0$)
- Trajetória retilínea (em linha reta)

- Distâncias iguais em tempos iguais
- Gráfico $S \times t$ é uma reta inclinada
- Gráfico $v \times t$ é uma reta horizontal

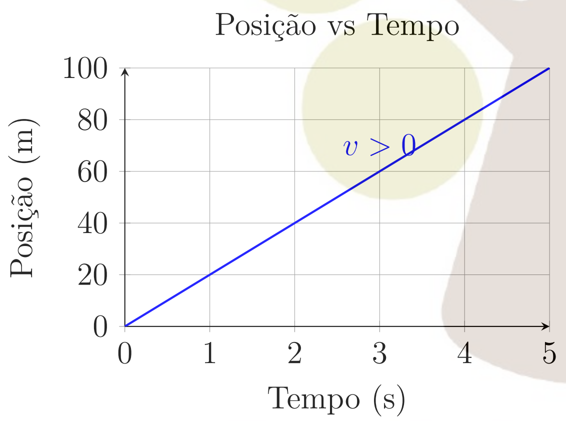
Exemplo 1: Chapa de Maputo

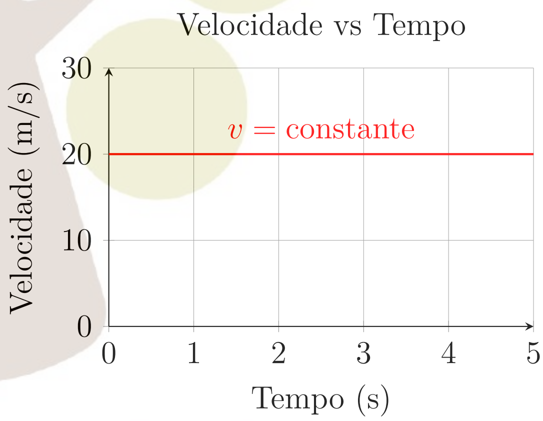
Uma chapa parte do mercado do Xipamanine ($S_0 = 0$) em direção à Baixa de Maputo com velocidade constante de 15 m/s. Qual será a sua posição após 40 segundos?

Resolução:

1. Dados: $S_0 = 0$, $v = 15$ m/s, $t = 40$ s
2. Fórmula: $S = S_0 + v \cdot t$
3. Substituição: $S = 0 + 15 \times 40$
4. Cálculo: $S = 600$ m

Resposta: A chapa estará a 600 metros do Xipamanine após 40 segundos.





No gráfico da esquerda, a inclinação da reta representa a velocidade. Quanto maior a inclinação, maior a velocidade. No gráfico da direita, a linha horizontal mostra que a velocidade não muda com o tempo.

1.2 Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

No MRUV, a velocidade do corpo muda uniformemente ao longo do tempo. Isso acontece quando há uma aceleração constante. Pense numa chapa que está a acelerar para entrar na estrada ou a travar para parar num semáforo.

Fórmulas do MRUV

Equação horária da velocidade:

$$\boxed{v = v_0 + a \cdot t}$$

Equação horária da posição:

$$\boxed{S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2}$$

Onde:

- v = velocidade final (m/s)
- v_0 = velocidade inicial (m/s)
- a = aceleração (m/s²)
- t = tempo (s)
- S = posição final (m)
- S_0 = posição inicial (m)

No MRUV, a aceleração é constante, mas diferente de zero. Se a aceleração tem o mesmo sentido da velocidade, o corpo está a acelerar (movimento acelerado). Se a aceleração tem sentido contrário à velocidade, o corpo está a desacelerar (movimento retardado).

- Aceleração constante (a = constante $\neq 0$)
- Velocidade varia uniformemente
- Trajetória retilínea
- Gráfico $v \times t$ é uma reta inclinada
- Gráfico $S \times t$ é uma parábola
- **Movimento Acelerado:** a e v no mesmo sentido
- **Movimento Retardado:** a e v em sentidos opostos

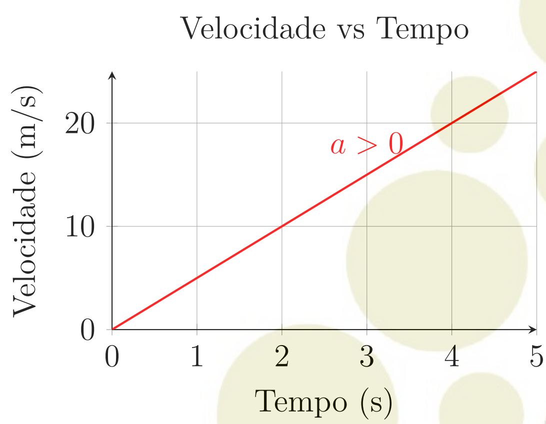
Exemplo 2: Aceleração de um Automóvel

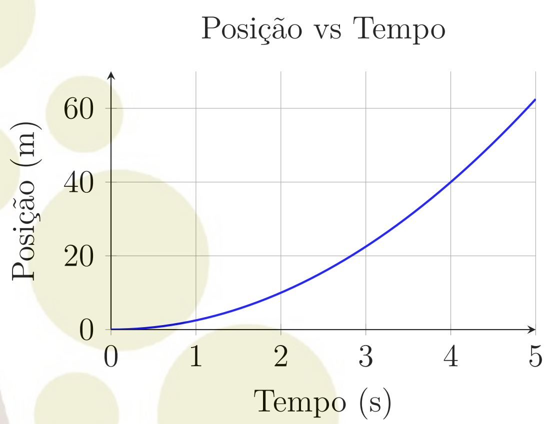
Um carro parte do repouso ($v_0 = 0$) e acelera uniformemente a 2 m/s². Qual será a sua velocidade após 10 segundos? Que distância percorreu nesse tempo?
Resolução:

1. Dados: $v_0 = 0$, $a = 2$ m/s², $t = 10$ s, $S_0 = 0$
2. Para a velocidade: $v = v_0 + a \cdot t$

3. $v = 0 + 2 \times 10 = 20$ m/s
4. Para a posição: $S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$
5. $S = 0 + 0 \times 10 + \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2$
6. $S = 0 + 0 + 1 \times 100 = 100$ m

Resposta: A velocidade final é 20 m/s e o carro percorreu 100 metros.





No MRUV, a velocidade varia linearmente (reta) e a posição varia quadraticamente (parábola). A área sob o gráfico velocidade-tempo representa a distância percorrida.

1.3 Equação de Torricelli

A Equação de Torricelli é extremamente útil quando queremos relacionar velocidade, aceleração e deslocamento sem considerar o tempo. É muito usada em problemas de exames!

Equação de Torricelli

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S}$$

Onde:

- v = velocidade final (m/s)
- v_0 = velocidade inicial (m/s)
- a = aceleração (m/s^2)
- $\Delta S = S - S_0$ = deslocamento (m)

Quando usar? Use esta equação quando o problema NÃO fornece o tempo ou quando o tempo não é pedido.

Esta equação é derivada da combinação das duas equações fundamentais do MRUV, eliminando a variável tempo. É particularmente útil em problemas de travagem de veículos, onde conhecemos a velocidade inicial, a distância de travagem e queremos saber a aceleração necessária.

Exemplo 3: Travagem de Emergência

Um motorista viaja a 72 km/h (20 m/s) quando vê um obstáculo e trava. Se o carro para após percorrer 50 metros, qual foi a aceleração de travagem?
Resolução:

1. Dados: $v_0 = 20$ m/s, $v = 0$ (parou), $\Delta S = 50$ m
2. Fórmula de Torricelli: $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$
3. Substituição: $0^2 = 20^2 + 2 \cdot a \cdot 50$
4. $0 = 400 + 100a$
5. $100a = -400$
6. $a = -4$ m/s²

Resposta: A aceleração de travagem foi de -4 m/s² (o sinal negativo indica desaceleração).

1.4 Queda Livre

A queda livre é um caso especial de MRUV onde a única força atuante é a gravidade. Todos os corpos, independentemente da sua massa, caem com a mesma aceleração quando não há resistência do ar.

Fórmulas da Queda Livre

As equações são as mesmas do MRUV, mas com $a = g$:
Velocidade:

$$\boxed{v = v_0 + g \cdot t}$$

Posição (altura):

$$\boxed{h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2}$$

Equação de Torricelli:

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h}$$

Onde:

- $g = 9,8 \approx 10$ m/s²
- $h =$ altura (m)

- v_0 = velocidade inicial (m/s)
- v = velocidade final (m/s)

Convenção de sinais:

- Para baixo: g é positivo (+10 m/s²)
- Para cima: g é negativo (-10 m/s²)

- Aceleração constante igual a g (gravidade)
- Em Moçambique: $g \approx 10$ m/s²
- Independe da massa do corpo
- Desprezamos a resistência do ar
- Movimento vertical (para cima ou para baixo)
- Velocidade aumenta uniformemente na descida
- Velocidade diminui uniformemente na subida

Exemplo 4: Queda de um Coco

1. Um coco cai de uma palmeira de 20 metros de altura. Com que velocidade atinge o solo? (Use $g = 10$ m/s²)

Resolução:

- Dados: $h_0 = 20$ m, $h = 0$ (solo), $v_0 = 0$ (solta do repouso)
- $\Delta h = 0 - 20 = -20$ m (deslocamento para baixo)
- Usamos Torricelli: $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot |\Delta h|$
- $v^2 = 0^2 + 2 \times 10 \times 20$
- $v^2 = 400$
- $v = 20$ m/s

Resposta: O coco atinge o solo com velocidade de 20 m/s (ou 72 km/h).

2. Do mesmo exemplo anterior, quanto tempo leva o coco a cair?

Resolução:

- Dados: $v_0 = 0$, $v = 20$ m/s, $g = 10$ m/s²
- Usamos: $v = v_0 + g \cdot t$
- $20 = 0 + 10 \times t$
- $t = \frac{20}{10} = 2$ s

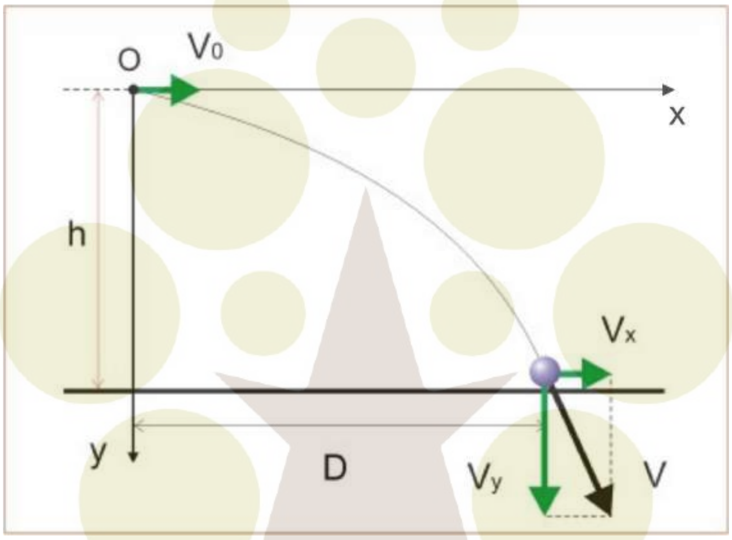
Resposta: O coco leva 2 segundos para atingir o solo.

1.5 Lançamento Horizontal e Oblíquo

Quando um objeto é lançado horizontalmente ou em ângulo, o seu movimento pode ser decomposto em duas componentes independentes: horizontal e vertical.

1.5.1 Lançamento Horizontal

No lançamento horizontal, um corpo é lançado horizontalmente de uma certa altura. Exemplos: uma bola rolando para fora de uma mesa, água sainde de uma mangueira horizontal.



Fórmulas do Lançamento Horizontal

Movimento Horizontal (MRU):

$$\boxed{x = v_0 \cdot t}$$

Movimento Vertical (Queda Livre):

$$\boxed{y = h_0 - \frac{1}{2} g \cdot t^2}$$

$$\boxed{v_y = g \cdot t}$$

Velocidade Resultante:

$$\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (g \cdot t)^2}}$$

Onde:

- x = alcance horizontal (m)

- y = altura (m)
- v_0 = velocidade horizontal inicial (m/s)
- $v_x = v_0$ = velocidade horizontal (constante)
- v_y = velocidade vertical (m/s)
- h_0 = altura inicial (m)

- Movimento decomposto em dois: horizontal (MRU) e vertical (queda livre)
- Velocidade horizontal constante ($v_x = v_0$)
- Velocidade vertical aumenta uniformemente ($v_y = g \cdot t$)
- Trajetória parabólica
- Os movimentos horizontal e vertical são independentes
- Tempo de queda depende apenas da altura

Exemplo 6: Bola Rolando da Mesa

Uma bola rola horizontalmente para fora de uma mesa de 1,8 m de altura com velocidade de 5 m/s. Determine: (a) o tempo de queda, (b) o alcance horizontal.
Resolução:
(a) Tempo de queda:

1. Dados: $h_0 = 1,8$ m, $y = 0$ (solo), $g = 10$ m/s²
2. Vertical: $y = h_0 - \frac{1}{2}g \cdot t^2$
3. $0 = 1,8 - \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$
4. $5t^2 = 1,8$
5. $t^2 = 0,36$
6. $t = 0,6$ s

(b) Alcance horizontal:

1. Dados: $v_0 = 5$ m/s, $t = 0,6$ s
2. Horizontal: $x = v_0 \cdot t$
3. $x = 5 \times 0,6 = 3$ m

Resposta: (a) 0,6 segundos; (b) 3 metros do pé da mesa.

1.5.2 Lançamento Oblíquo

No lançamento oblíquo, o corpo é lançado com um ângulo em relação à horizontal. Exemplos: chute de bola, lançamento de projétil.

Fórmulas do Lançamento Oblíquo

Decomposição da velocidade inicial:

$$\boxed{v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta}$$

$$\boxed{v_{0y} = v_0 \cdot \sin\theta}$$

Movimento Horizontal (MRU):

$$\boxed{x = v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t}$$

Movimento Vertical (MRUV):

$$\boxed{y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}g \cdot t^2}$$

$$\boxed{v_y = v_{0y} - g \cdot t}$$

Tempo total de voo (quando retorna ao nível inicial):

$$\boxed{t_{voo} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin\theta}{g}}$$

Altura máxima:

$$\boxed{h_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\theta}{2g}}$$

Alcance máximo:

$$\boxed{A = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\theta)}{g}}$$

Onde θ é o ângulo de lançamento com a horizontal.

- Trajetória parabólica
- Velocidade horizontal constante
- Velocidade vertical varia (diminui na subida, aumenta na descida)
- No ponto mais alto: $v_y = 0$ e $v = v_x$
- Tempo de subida = Tempo de descida
- Alcance máximo ocorre com ângulo de 45°

- Ângulos complementares (ex: 30° e 60°) produzem o mesmo alcance

Exemplo 7: Chute de Bola

Um jogador chuta uma bola com velocidade de 20 m/s fazendo um ângulo de 30° com a horizontal. Calcule: (a) a altura máxima, (b) o alcance horizontal. (Use $\sin 30° = 0,5$, $\cos 30° = 0,87$, $g = 10$ m/s²)

Resolução:

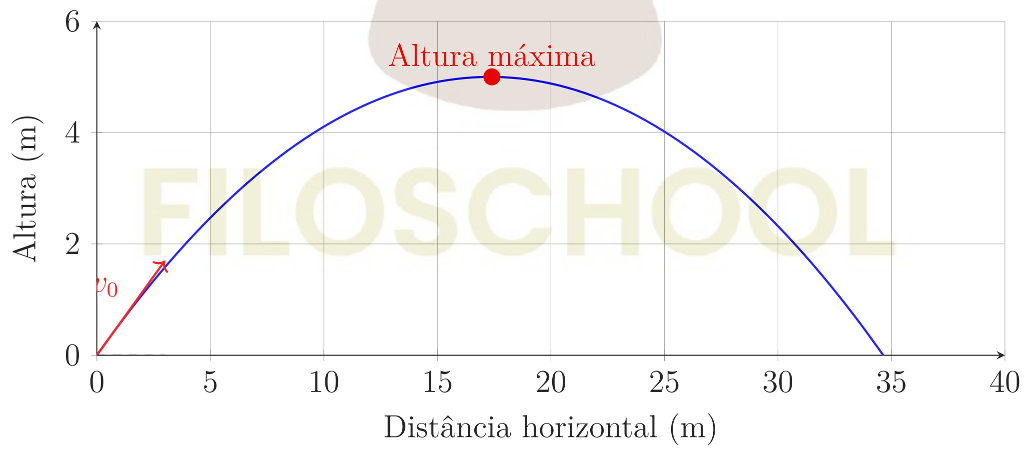
(a) Altura máxima:

1. Dados: $v_0 = 20$ m/s, $\theta = 30°$
2. $h_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\theta}{2g}$
3. $h_{max} = \frac{20^2 \times (0,5)^2}{2 \times 10}$
4. $h_{max} = \frac{400 \times 0,25}{20} = \frac{100}{20} = 5$ m

(b) Alcance horizontal:

1. $\sin(2\theta) = \sin(60°) \approx 0,87$
2. $A = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\theta)}{g}$
3. $A = \frac{400 \times 0,87}{10} = \frac{348}{10} = 34,8$ m

Resposta: (a) Altura máxima de 5 m; (b) Alcance de 34,8 metros.



A trajetória parabólica mostra como a bola sobe até atingir a altura máxima (onde $v_y = 0$) e depois desce, sempre mantendo a velocidade horizontal constante.

1.6 Movimento Circular Uniforme (MCU)

O Movimento Circular Uniforme ocorre quando um corpo descreve uma trajetória circular com velocidade constante em módulo. Embora a velocidade seja constante, a direção muda continuamente, o que significa que há aceleração (aceleração centrípeta).

Fórmulas do MCU

Velocidade angular:

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}}$$

Relação entre velocidade linear e angular:

$$\boxed{v = \omega \cdot R}$$

Período (tempo de uma volta completa):

$$\boxed{T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}}$$

Frequência (número de voltas por segundo):

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

Aceleração centrípeta:

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R}$$

Onde:

- ω = velocidade angular (rad/s)
- θ = ângulo (rad)
- T = período (s)
- v = velocidade linear (m/s)
- R = raio da trajetória (m)
- f = frequência (Hz = 1/s)
- a_c = aceleração centrípeta (m/s^2)

Conversão importante:

- 1 volta completa = 2π rad = 360°
- π rad = 180°

- Trajetória circular
- Velocidade escalar (módulo) constante
- Velocidade vetorial variável (muda de direção)
- Aceleração centrípeta aponta para o centro
- Velocidade tangente à trajetória
- Período e frequência são constantes
- v e a_c são perpendiculares

Exemplo 8: Roda Gigante

Uma roda gigante tem raio de 10 metros e completa uma volta em 20 segundos. Calcule: (a) a velocidade angular, (b) a velocidade linear de um passageiro, (c) a aceleração centrípeta.

Resolução:

(a) Velocidade angular:

1. Dados: $T = 20$ s
2. $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$ rad/s
3. $\omega \approx 0,314$ rad/s

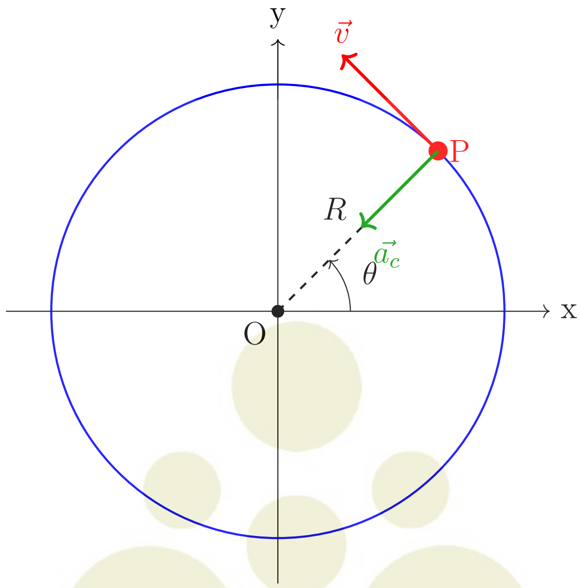
(b) Velocidade linear:

1. Dados: $R = 10$ m, $\omega = \frac{\pi}{10}$ rad/s
2. $v = \omega \cdot R = \frac{\pi}{10} \times 10 = \pi$ m/s
3. $v \approx 3,14$ m/s

(c) Aceleração centrípeta:

1. $a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{\pi^2}{10}$
2. $a_c \approx \frac{9,87}{10} \approx 0,987$ m/s²

Resposta: (a) $\omega \approx 0,314$ rad/s; (b) $v \approx 3,14$ m/s; (c) $a_c \approx 0,987$ m/s²



No MCU, o vetor velocidade $\vec{v}$ é sempre tangente à trajetória e o vetor aceleração centrípeta $\vec{a_c}$ aponta sempre para o centro do círculo. Ambos são perpendiculares entre si.

Exemplo 9: Ponteiro do Relógio

O ponteiro dos minutos de um relógio tem 15 cm de comprimento. Determine: (a) o período, (b) a velocidade angular, (c) a velocidade linear da ponta do ponteiro.
Resolução:
(a) Período:

1. O ponteiro dos minutos completa uma volta em 60 minutos
2. $T = 60$ min $= 60 \times 60 = 3600$ s

(b) Velocidade angular:

1. $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3600}$
2. $\omega = \frac{\pi}{1800}$ rad/s
3. $\omega \approx 1,75 \times 10^{-3}$ rad/s

(c) Velocidade linear:

1. Dados: $R = 15$ cm $= 0,15$ m
2. $v = \omega \cdot R = \frac{\pi}{1800} \times 0,15$
3. $v = \frac{0,15\pi}{1800} \approx 2,62 \times 10^{-4}$ m/s
4. $v \approx 0,262$ mm/s

Resposta: (a) $T = 3600$ s; (b) $\omega \approx 1,75 \times 10^{-3}$ rad/s; (c) $v \approx 0,262$ mm/s

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. Uma chapa viaja de Matola para Maputo, percorrendo 12 km em 20 minutos com velocidade constante. Qual é a velocidade média em m/s?

2. Um carro parte do repouso e atinge 90 km/h em 10 segundos. Calcule: (a) a aceleração em m/s², (b) a distância percorrida nesse intervalo.

3. Um motociclista viaja a 108 km/h quando vê um sinal vermelho e começa a travar. Se consegue parar em 75 metros, qual foi a aceleração de travagem?

4. Do topo de um edifício de 45 m de altura, deixa-se cair uma pedra. Determine: (a) o tempo de queda, (b) a velocidade com que atinge o solo. (Use $g = 10$ m/s²)

5. Uma bola é lançada horizontalmente de uma janela a 5 m do solo com velocidade de 8 m/s. Calcule: (a) o tempo até atingir o solo, (b) a distância horizontal percorrida.

6. Um atleta lança um dardo com velocidade de 25 m/s fazendo ângulo de 37° com a horizontal. Determine o alcance máximo. (Use $\sin 37° = 0,6$, $\cos 37° = 0,8$, $\sin 74° \approx 0,96$, $g = 10$ m/s²)

7. As rodas de uma bicicleta têm 70 cm de diâmetro. Se a bicicleta se desloca a 5 m/s, determine: (a) a velocidade angular das rodas, (b) o número de rotações por minuto (RPM).

8. Um satélite artificial gira em órbita circular de raio 7×10^6 m com período de 2 horas. Calcule: (a) a velocidade orbital, (b) a aceleração centrípeta.

9. Um automóvel percorre 150 km em 2 horas. Nos primeiros 50 km, a velocidade média foi de 60 km/h. Qual foi a velocidade média no restante do percurso?

10. Uma pedra é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial de 30 m/s. Determine: (a) a altura máxima atingida, (b) o tempo total até retornar ao ponto de lançamento. (Use $g = 10$ m/s²)

Respostas:

1. $v = 10$ m/s

   $\rightarrow \Delta S = 12$ km $= 12000$ m; $\Delta t = 20$ min $= 1200$ s
   $\rightarrow v = \frac{12000}{1200} = 10$ m/s

2. (a) $a = 2,5$ m/s²; (b) $\Delta S = 125$ m

   $\rightarrow v_0 = 0$; $v = 90$ km/h $= 25$ m/s; $t = 10$ s

- → (a) $a = \frac{v-v_0}{t} = \frac{25}{10} = 2,5$ m/s²
- → (b) $\Delta S = \frac{v^2-v_0^2}{2a} = \frac{625}{5} = 125$ m

3. $a = -6$ m/s²
   - → $v_0 = 108$ km/h $= 30$ m/s; $v = 0$; $\Delta S = 75$ m
   - → $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S \Rightarrow 0 = 900 + 150a$
   - → $a = -6$ m/s²

4. (a) $t = 3$ s; (b) $v = 30$ m/s
   - → $h = 45$ m; $v_0 = 0$; $g = 10$ m/s²
   - → (a) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 45 = 5t^2 \Rightarrow t = 3$ s
   - → (b) $v = gt = 10 \times 3 = 30$ m/s

5. (a) $t = 1$ s; (b) $x = 8$ m
   - → $h = 5$ m; $v_0 = 8$ m/s
   - → (a) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 5 = 5t^2 \Rightarrow t = 1$ s
   - → (b) $x = v_0 \cdot t = 8 \times 1 = 8$ m

6. $A = 60$ m
   - → $v_0 = 25$ m/s; $\theta = 37°$; $\sin(2 \times 37°) = \sin 74° = 0,96$
   - → $A = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} = \frac{625 \times 0,96}{10} = 60$ m

7. (a) $\omega \approx 14,3$ rad/s; (b) RPM $\approx 136,5$
   - → $D = 70$ cm $\Rightarrow R = 0,35$ m; $v = 5$ m/s
   - → (a) $\omega = \frac{v}{R} = \frac{5}{0,35} \approx 14,3$ rad/s
   - → (b) $f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 2,27$ Hz $= 2,27 \times 60 \approx 136,5$ RPM

8. (a) $v \approx 6111$ m/s; (b) $a_c \approx 5,33$ m/s²
   - → $R = 7 \times 10^6$ m; $T = 2$ h $= 7200$ s
   - → (a) $v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \times 7 \times 10^6}{7200} \approx 6111$ m/s
   - → (b) $a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(6111)^2}{7 \times 10^6} \approx 5,33$ m/s²

9. $v_2 \approx 83,3$ km/h
   - → Total: 150 km em 2 h. Primeiro trecho: 50 km a 60 km/h $\Rightarrow t_1 = \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$ h
   - → Segundo trecho: $\Delta S_2 = 100$ km; $t_2 = 2 - \frac{5}{6} = \frac{7}{6}$ h
   - → $v_2 = \frac{100}{\frac{7}{6}} = \frac{600}{7} \approx 85,7$ km/h

10. (a) $h_{max} = 45$ m; (b) $t_{total} = 6$ s

$\rightarrow$ $v_0 = 30$ m/s; $g = 10$ m/s^2

$\rightarrow$ (a) No ponto mais alto: $v = 0 \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 2gh$

$\rightarrow$ $0 = 900 - 20h \Rightarrow h = 45$ m

$\rightarrow$ (b) $t_{subida} = \frac{v_0}{g} = \frac{30}{10} = 3$ s $\Rightarrow t_{total} = 2 \times 3 = 6$ s

2 Dinâmica

A dinâmica é o ramo da Física que estuda as causas dos movimentos, ou seja, as forças que atuam sobre os corpos. Enquanto a cinemática descreve "como"os corpos se movem, a dinâmica explica "por que"eles se movem. Este capítulo é fundamental para compreender fenómenos do dia a dia, desde empurrar uma carroça no mercado até o funcionamento dos motores dos carros.

2.1 Forças na Natureza

Existem diversos tipos de forças que atuam sobre os corpos no nosso dia a dia. Vamos estudar as principais forças fundamentais e suas aplicações práticas.

2.1.1 Força Peso

A força peso é a força de atração gravitacional que a Terra exerce sobre os corpos. É sempre vertical e dirigida para o centro da Terra.

Força Peso

$$\boxed{\vec{P} = m \cdot \vec{g}}$$

Em módulo:

$$\boxed{P = m \cdot g}$$

Onde:

- P = peso (N - Newton)
- m = massa (kg)
- $g = 10$ m/s² (aceleração da gravidade em Moçambique)

Importante: Peso e massa são diferentes!

- **Massa:** quantidade de matéria (não muda)
- **Peso:** força gravitacional (depende de g)

2.1.2 Força Normal

A força normal é a força de reação que uma superfície exerce sobre um corpo apoiado nela. É sempre perpendicular à superfície de contato.

Força Normal

Para superfície horizontal:

$$\boxed{N = P = m \cdot g}$$

Para superfície inclinada (ângulo θ):

$$\boxed{N = P \cdot \cos\theta = m \cdot g \cdot \cos\theta}$$

Onde:

- N = força normal (N)
- θ = ângulo de inclinação

2.1.3 Força de Atrito

O atrito é uma força que se opõe ao movimento relativo entre superfíces em contato. Depende da natureza das superfíces e da força normal.

Força de Atrito

Atrito estático (corpo em repouso):

$$\boxed{F_{at} \leq \mu_e \cdot N}$$

Atrito cinético (corpo em movimento):

$$\boxed{F_{at} = \mu_c \cdot N}$$

Onde:

- F_{at} = força de atrito (N)
- μ_e = coeficiente de atrito estático (sem unidade)
- μ_c = coeficiente de atrito cinético (sem unidade)
- N = força normal (N)
- Sempre: $\mu_e > \mu_c$

Observação: O atrito estático é variável e alcança seu valor máximo no momento imediatamente antes do corpo começar a se mover.

2.1.4 Força de Tração

A força de tração é exercida por cordas, fios ou cabos quando estão esticados. É sempre ao longo do fio e no sentido de puxar.

Tipos de Forças - Resumo:

1. **Peso ($\vec{P}$):** Sempre vertical, para baixo, $P = mg$
2. **Normal ($\vec{N}$):** Perpendicular à superfície de contato
3. **Atrito ($\vec{F}_{at}$):** Paralela à superfície, oposta ao movimento
4. **Tração ($\vec{T}$):** Ao longo do fio, sempre "puxa"
5. **Elástica ($\vec{F}_{el}$):** Em molas, $F = k \cdot x$ (Lei de Hooke)

Exemplo 1: Peso e Normal Um saco de arroz de 50 kg está apoiado no chão de uma loja. Calcule: (a) o peso do saco, (b) a força normal exercida pelo chão.

Resolução:

(a) Peso:

1. Dados: $m = 50$ kg, $g = 10$ m/s^2
2. $P = m \cdot g = 50 \times 10 = 500$ N

(b) Força Normal:

1. Como o saco está em equilíbrio (parado):
2. $N = P = 500$ N

Resposta: (a) Peso = 500 N; (b) Normal = 500 N

Exemplo 2: Atrito Uma caixa de 20 kg está sobre o chão. O coeficiente de atrito estático é $\mu_e = 0,4$. Qual é a força mínima necessária para começar a mover a caixa?

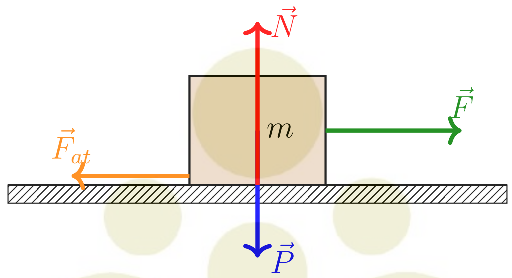
Resolução:

1. Dados: $m = 20$ kg, $\mu_e = 0,4$, $g = 10$ m/s^2
2. Primeiro calculamos a normal: $N = mg = 20 \times 10 = 200$ N
3. Força de atrito máxima: $F_{at(max)} = \mu_e \cdot N$
4. $F_{at(max)} = 0,4 \times 200 = 80$ N

5. Para mover a caixa, precisamos aplicar força maior que 80 N

Resposta: Força mínima necessária é 80 N (na iminência do movimento).

Diagrama de Forças



Forças atuando sobre um corpo

As quatro forças principais: peso ($\vec{P}$) para baixo, normal ($\vec{N}$) para cima, força aplicada ($\vec{F}$) para a direita e atrito ($\vec{F}_{at}$) para a esquerda.

2.2 Leis de Newton

As três Leis de Newton são os fundamentos da mecânica clássica. Elas explicam como as forças afetam o movimento dos corpos.

2.2.1 Primeira Lei de Newton - Lei da Inércia

Primeira Lei de Newton Enunciado: Um corpo em repouso tende a permanecer em repouso, e um corpo em movimento retilíneo uniforme tende a continuar em movimento retilíneo uniforme, a menos que uma força resultante atue sobre ele.

$$\boxed{\text{Se } \vec{F}_R = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{constante}}$$

Conceito de Inércia:

- Inércia é a tendência dos corpos de manter seu estado de movimento
- Quanto maior a massa, maior a inércia
- A massa é a medida da inércia

Exemplos práticos:

- Passageiros numa chapa são "empurrados"para frente quando a chapa trava
- Objetos no painel do carro "voam"para frente em travagens bruscas
- Dificuldade de parar uma bicicleta pesada em movimento

2.2.2 Segunda Lei de Newton - Princípio Fundamental da Dinâmica

Segunda Lei de Newton

Enunciado: A força resultante que atua sobre um corpo é igual ao produto da sua massa pela aceleração adquirida.

$$\boxed{\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}}$$

Em módulo:

$$\boxed{F_R = m \cdot a}$$

Ou podemos escrever:

$$\boxed{a = \frac{F_R}{m}}$$

Onde:

- $\vec{F}_R$ = força resultante (N)
- m = massa (kg)
- $\vec{a}$ = aceleração (m/s^2)
- 1 Newton = 1 kg · m/s^2

Interpretação:

- A aceleração é diretamente proporcional à força
- A aceleração é inversamente proporcional à massa
- Força e aceleração têm mesma direção e sentido

2.2.3 Terceira Lei de Newton - Lei da Ação e Reação

Terceira Lei de Newton Enunciado: Para toda força de ação existe uma força de reação, de mesmo módulo e direção, mas de sentido contrário. Ação e reação atuam em corpos diferentes.

$$\boxed{\vec{F}_{\text{ação}} = -\vec{F}_{reação}}$$

Características importantes:

- Ação e reação são simultâneas
- Atuam em corpos diferentes (nunca no mesmo corpo)
- Têm mesma natureza (se ação é peso, reação é peso)
- NÃO se anulam (estão em corpos diferentes)

Exemplos práticos:

- Ao remar um barco, empurramos a água para trás (ação), a água empurra o barco para frente (reação)
- Ao caminhar, empurramos o chão para trás, o chão nos empurra para frente
- Foguete expele gases para baixo, gases empurram foguete para cima
- Ao atirar, a arma recua (coice)

Exemplo 3: Segunda Lei de Newton Um carro de 1200 kg parte do repouso e atinge 72 km/h (20 m/s) em 10 segundos. Calcule: (a) a aceleração do carro, (b) a força resultante que atua sobre ele.

Resolução:

(a) Aceleração:

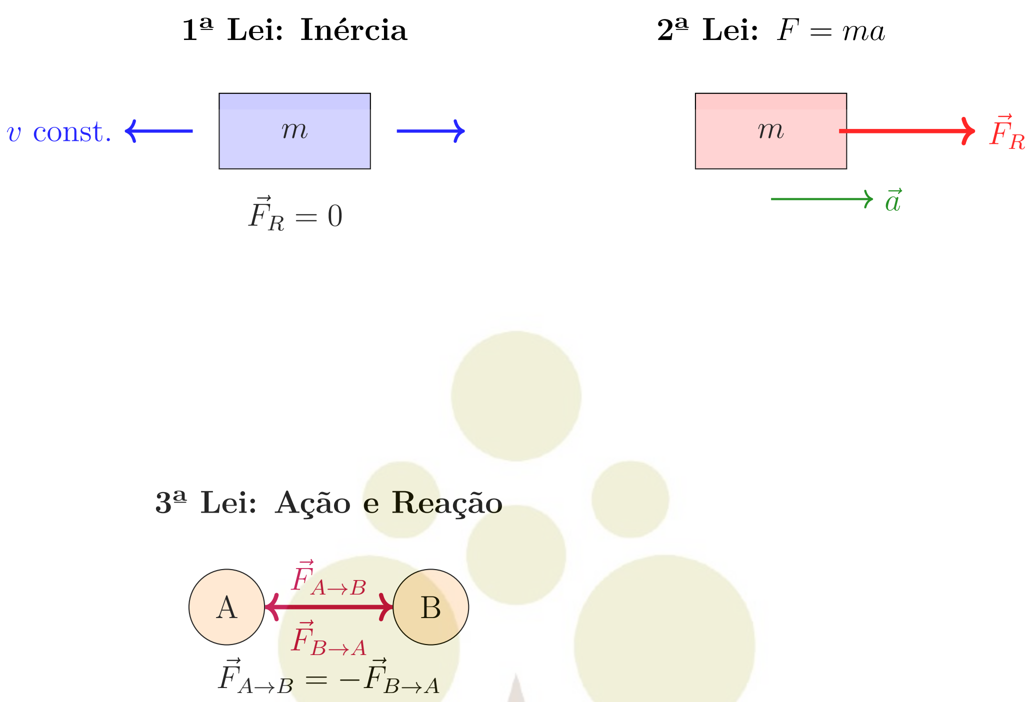
1. Dados: $v_0 = 0$, $v = 20$ m/s, $t = 10$ s
2. $a = \frac{v-v_0}{t} = \frac{20-0}{10} = 2$ m/s^2

(b) Força resultante:

1. Dados: $m = 1200$ kg, $a = 2$ m/s^2
2. $F_R = m \cdot a = 1200 \times 2 = 2400$ N

Resposta: (a) Aceleração = 2 m/s^2; (b) Força resultante = 2400 N

As Três Leis de Newton - Ilustração



Representação visual das três leis: (1) corpo mantém velocidade constante se $F_R = 0$, (2) força causa aceleração proporcional, (3) forças de ação e reação em corpos diferentes.

2.3 Aplicações das Leis de Newton

Vamos aplicar as Leis de Newton em situações práticas comuns em Moçambique.

2.3.1 Corpo em Superfície Horizontal

Exemplo 4: Corpo Puxado Horizontalmente Uma caixa de 30 kg é puxada sobre um piso horizontal com uma força de 150 N. O coeficiente de atrito cinético é 0,3. Calcule a aceleração da caixa.

Resolução:

1. Dados: $m = 30$ kg, $F = 150$ N, $\mu_c = 0,3$, $g = 10$ m/s^2
2. **Passo 1:** Calcular a força normal
3. $N = P = mg = 30 \times 10 = 300$ N
4. **Passo 2:** Calcular o atrito
5. $F_{at} = \mu_c \cdot N = 0,3 \times 300 = 90$ N
6. **Passo 3:** Calcular a força resultante

7. $F_R = F - F_{at} = 150 - 90 = 60$ N
8. **Passo 4:** Calcular a aceleração
9. $a = \frac{F_R}{m} = \frac{60}{30} = 2$ m/s²

Resposta: A aceleração da caixa é 2 m/s².

2.3.2 Plano Inclinado

Em planos inclinados, decompomos o peso em duas componentes: paralela e perpendicular ao plano.

Forças no Plano Inclinado

Componente paralela ao plano:

$$\boxed{P_x = P \cdot \sin\theta = mg\sin\theta}$$

Componente perpendicular ao plano:

$$\boxed{P_y = P \cdot \cos\theta = mg\cos\theta}$$

Força Normal:

$$\boxed{N = P_y = mg\cos\theta}$$

Força de atrito:

$$\boxed{F_{at} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg\cos\theta}$$

Onde θ é o ângulo de inclinação do plano.

Exemplo 5: Descida em Plano Inclinado Um bloco de 10 kg desce um plano inclinado de 30° sem atrito. Calcule: (a) a aceleração do bloco, (b) a força normal. (Use $\sin 30ř = 0,5$, $\cos 30ř = 0,87$)

Resolução:

(a) Aceleração:

1. Dados: $m = 10$ kg, $\theta = 30ř$, $g = 10$ m/s²
2. Força paralela: $P_x = mg\sin\theta = 10 \times 10 \times 0,5 = 50$ N
3. Como não há atrito, $F_R = P_x = 50$ N
4. $a = \frac{F_R}{m} = \frac{50}{10} = 5$ m/s²

(b) Força Normal:

1. $N = mg\cos\theta = 10 \times 10 \times 0,87 = 87$ N

Resposta: (a) Aceleração = 5 m/s²; (b) Normal = 87 N

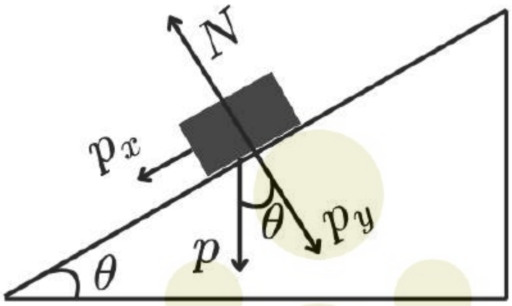


Figura 2.1: No plano inclinado, o peso é decomposto em duas componentes: Px (paralela ao plano, causa o movimento) e Py (perpendicular ao plano, equilibrada pela normal).

2.3.3 Sistemas de Corpos Ligados

Quando vários corpos estão conectados por fios ou em contato, aplicamos as Leis de Newton a todo o sistema ou a cada corpo individualmente.

Exemplo 6: Máquina de Atwood Simples Dois blocos de massas $m_1 = 6$ kg e $m_2 = 4$ kg estão ligados por um fio ideal que passa por uma polia sem atrito. Ao serem soltos, calcule: (a) a aceleração do sistema, (b) a tração no fio.

Resolução:

(a) Aceleração do sistema:

1. Como $m_1 > m_2$, o bloco 1 desce e o bloco 2 sobe
2. Força resultante no sistema: $F_R = P_1 - P_2 = m_1 g - m_2 g$
3. $F_R = (m_1 - m_2)g = (6 - 4) \times 10 = 20$ N
4. Massa total: $m_{total} = m_1 + m_2 = 6 + 4 = 10$ kg
5. $a = \frac{F_R}{m_{total}} = \frac{20}{10} = 2$ m/s²

(b) Tração no fio:

1. Analisando o bloco 2 (que sobe): $T - P_2 = m_2 \cdot a$
2. $T - m_2 g = m_2 \cdot a$
3. $T = m_2(g + a) = 4(10 + 2) = 4 \times 12 = 48$ N

4. Ou analisando o bloco 1 (que desce): $P_1 - T = m_1 \cdot a$
5. $m_1 g - T = m_1 \cdot a$
6. $T = m_1(g - a) = 6(10 - 2) = 6 \times 8 = 48$ N

Resposta: (a) Aceleração = 2 m/s²; (b) Tração = 48 N

Sistema de Blocos Conectados

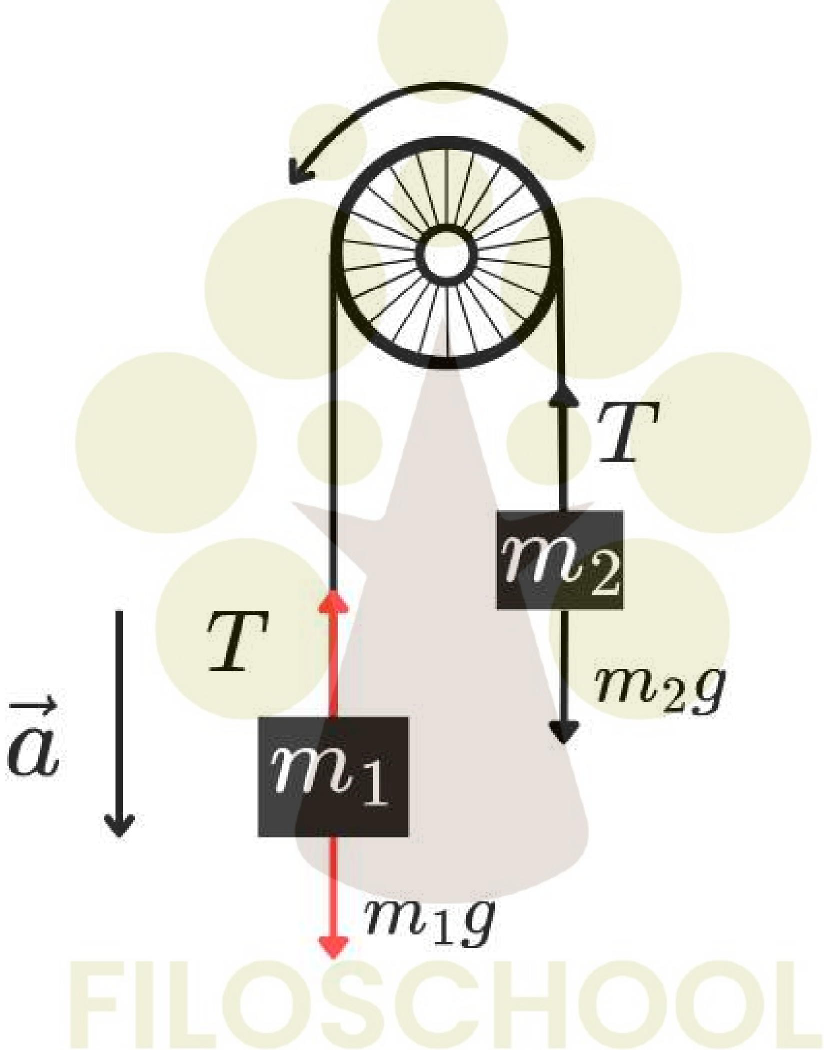


Figura 2.2: Na máquina de Atwood, o bloco más pesado desce com aceleração a, enquanto o más leve sobe com a mesma aceleração. A tração é igual nos dois lados do fio

2.4 Composição de Forças

Quando várias forças atuam simultaneamente sobre un corpo, precisamos determinar o efeito combinado dessas forças. A força resultante (ou força líquida) é a soma vetorial de todas as forças que atuam sobre o corpo.

2.4.1 Força Resultante

A força resultante determina o movimento do corpo segundo a Segunda Lei de Newton.

Força Resultante

Para forças na mesma direção:
Mesmo sentido:

$$\boxed{\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2}$$

$$\boxed{F_R = F_1 + F_2}$$

Sentidos opostos:

$$\boxed{F_R = |F_1 - F_2|}$$

Para forças perpendiculares (ângulo de 90°):

$$\boxed{F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}}$$

Para forças com ângulo θ qualquer:

$$\boxed{F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}}$$

Onde:

- $\vec{F}_R$ = força resultante (N)
- $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ = forças individuais (N)
- θ = ângulo entre as forças

Princípio da Superposição de Forças O efeito de várias forças atuando simultaneamente sobre um corpo é equivalente ao efeito de uma única força igual à soma vetorial de todas elas. Esta força única é chamada de **força resultante** ou **força líquida**.

Características importantes:

- Força é uma grandeza vetorial (tem módulo, direção e sentido)
- Forças são somadas vetorialmente, não algebricamente
- Se $\vec{F}_R = 0$, o corpo está em equilíbrio
- Se $\vec{F}_R \neq 0$, o corpo acelera

Exemplo 8: Empurrando uma Carroça No mercado Central de Maputo, dois vendedores empurram uma carroça. Um aplica uma força de 80 N e o outro uma força de 60 N, ambos na mesma direção e sentido. Qual é a força resultante?

Resolução:

1. Dados: $F_1 = 80$ N, $F_2 = 60$ N (mesmo sentido)
2. Como as forças têm a mesma direção e sentido:
3. $F_R = F_1 + F_2 = 80 + 60 = 140$ N

Resposta: A força resultante é 140 N na direção do movimento.

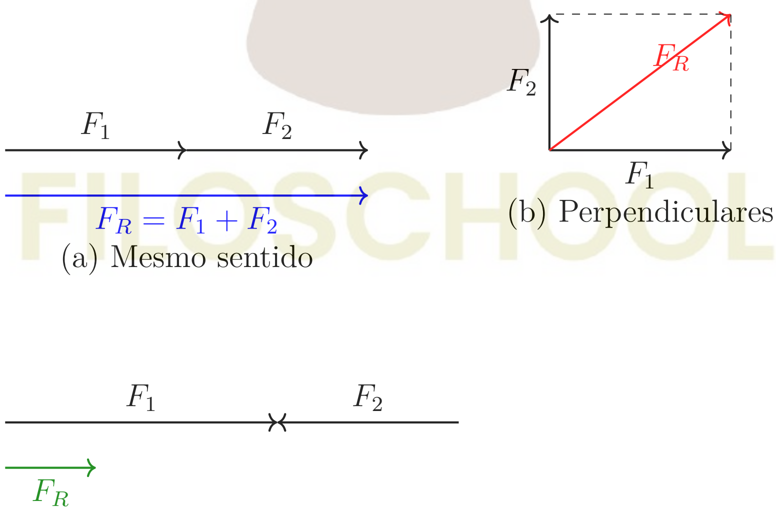
Exemplo 9: Forças Perpendiculares Um barco no Lago Niassa sofre a ação de duas forças perpendiculares: uma força do motor de 300 N para frente e uma força do vento de 400 N lateralmente. Calcule a força resultante.

Resolução:

1. Dados: $F_1 = 300$ N, $F_2 = 400$ N (perpendiculares)
2. Para forças perpendiculares: $F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$
3. $F_R = \sqrt{300^2 + 400^2} = \sqrt{90000 + 160000}$
4. $F_R = \sqrt{250000} = 500$ N

Resposta: A força resultante é 500 N em direção diagonal.

Composição de Forças



(a) Mesmo sentido

(b) Perpendiculares

(c) Sentidos opostos ($F_1 > F_2$)

A figura mostra três situações comuns: (a) forças no mesmo sentido somam-se, (b) forças perpendiculares formam um triângulo retângulo, (c) forças opostas subtraem-se.

2.5 Exercícios Resolvidos

Vamos resolver mais alguns exercícios para consolidar o conhecimento sobre dinâmica.

Exercício Resolvido 1: Força Resultante Três forças atuam sobre un corpo: $F_1 = 30$ N para a direita, $F_2 = 20$ N para a direita e $F_3 = 15$ N para a esquerda. Calcule a força resultante e determine a aceleração se o corpo tem massa de 5 kg.

Resolução:

1. Escolhendo a direita como positiva:
2. $F_R = F_1 + F_2 - F_3 = 30 + 20 - 15 = 35$ N (para a direita)
3. Aceleração: $a = \frac{F_R}{m} = \frac{35}{5} = 7$ m/s^2

Resposta: Força resultante = 35 N para a direita; aceleração = 7 m/s².

Exercício Resolvido 2: Atrito em Movimento Un bloco de 25 kg é empurrado sobre una superfície horizontal com força de 180 N. Se o coeficiente de atrito cinético é 0,4, determine: (a) a força de atrito, (b) a força resultante, (c) a aceleração do bloco.

Resolução:

(a) Força de atrito:

1. Normal: $N = mg = 25 \times 10 = 250$ N
2. $F_{at} = \mu_c \cdot N = 0,4 \times 250 = 100$ N

(b) Força resultante:

1. $F_R = F - F_{at} = 180 - 100 = 80$ N

(c) Aceleração:

1. $a = \frac{F_R}{m} = \frac{80}{25} = 3,2$ m/s^2

Resposta: (a) 100 N; (b) 80 N; (c) 3,2 m/s².

Exercício Resolvido 3: Plano Inclinado com Atrito Un corpo de 20 kg está num plano inclinado de 37°. O coeficiente de atrito cinético é 0,25. Calcule a aceleração do corpo ao descer. (Use $\sin 37ř = 0,6$ e $\cos 37ř = 0,8$)

Resolução:

1. Dados: $m = 20$ kg, $\theta = 37$ř, $\mu_c = 0,25$
2. Componente paralela: $P_x = mg \sin\theta = 20 \times 10 \times 0,6 = 120$ N
3. Normal: $N = mg \cos\theta = 20 \times 10 \times 0,8 = 160$ N
4. Atrito: $F_{at} = \mu_c \cdot N = 0,25 \times 160 = 40$ N
5. Força resultante: $F_R = P_x - F_{at} = 120 - 40 = 80$ N
6. Aceleração: $a = \frac{F_R}{m} = \frac{80}{20} = 4$ m/s²

Resposta: A aceleração é 4 m/s² descendo o plano.

Exercício Resolvido 4: Dois Blocos Conectados Dois blocos, $m_1 = 8$ kg e $m_2 = 12$ kg, estão conectados por un fio ideal sobre una superfície horizontal sem atrito. Una força de 100 N é aplicada ao bloco m_2. Calcule: (a) a aceleração do sistema, (b) a tração no fio.

Resolução:

(a) Aceleração do sistema:

1. Massa total: $m_{total} = m_1 + m_2 = 8 + 12 = 20$ kg
2. $a = \frac{F}{m_{total}} = \frac{100}{20} = 5$ m/s²

(b) Tração no fio:

1. Analisando apenas m_1: $T = m_1 \cdot a$
2. $T = 8 \times 5 = 40$ N
3. Verificação com m_2: $F - T = m_2 \cdot a$
4. $100 - T = 12 \times 5 = 60$
5. $T = 100 - 60 = 40$ N

Resposta: (a) Aceleração = 5 m/s²; (b) Tração = 40 N.

Exercício Resolvido 5: Força Centrípeta Un carro de 1000 kg faz una curva de raio 50 m a 72 km/h (20 m/s). Qual é a força centrípeta necessária?

Resolução:

1. Dados: $m = 1000$ kg, $R = 50$ m, $v = 20$ m/s
2. A força centrípeta é dada por: $F_c = \frac{mv^2}{R}$

3. $F_c = \frac{1000\times20^2}{50} = \frac{1000\times400}{50}$
4. $F_c = \frac{400000}{50} = 8000$ N

Resposta: A força centrípeta necessária é 8000 N (fornecida pelo atrito dos pneus com a estrada).

Estratégias para resolver problemas de dinâmica:

1. **Faça un diagrama:** Desenhe o corpo e todas as forças atuando sobre ele
2. **Escolha un sistema de coordenadas:** Defina positivo e negativo
3. **Liste as forças:** Peso, normal, atrito, tração, força aplicada...
4. **Aplique a 2ª Lei:** $F_R = ma$ em cada direção
5. **Resolva o sistema:** Encontre as incógnitas pedidas
6. **Verifique a resposta:** Os valores fazem sentido físico?

Erros comuns a evitar:

- Confundir massa (kg) com peso (N)
- Esquecer de converter km/h para m/s
- Não considerar todas as forças
- Aplicar ação e reação no mesmo corpo
- Esquecer o sinal das forças (direção e sentido)

Exercícios de Fixação

1. Una força resultante de 60 N atua sobre un corpo de massa 15 kg. Qual é a aceleração adquirida?
2. Un automóvel de 1200 kg viaja a 90 km/h e trava uniformemente, parando em 5 segundos. Calcule: (a) a desaceleração, (b) a força de travagem.
3. Qual é o peso de un corpo de 80 kg em Moçambique? Se esse corpo estivesse na Lua, onde $g = 1,6$ m/s^2, qual seria o seu peso?
4. Un bloco de 50 kg está sobre una superfície horizontal. O coeficiente de atrito estático é 0,5. Qual é a força horizontal mínima necessária para começar a movê-lo?
5. Duas forças perpendiculares de 60 N e 80 N atuam sobre un corpo. Determine o módulo da força resultante.

6. Un corpo de 10 kg desce un plano inclinado de 30° sem atrito. Calcule a sua aceleração. (Use $\sin 30\text{ř} = 0,5$)

7. Dois blocos de 5 kg e 7 kg estão ligados por un fio que passa por una polia sem atrito. Calcule: (a) a aceleração do sistema, (b) a tração no fio.

8. Un elevador sobe com aceleração de 2,5 m/s². Una pessoa de 60 kg está dentro. Qual é a força que o piso do elevador exerce sobre a pessoa?

9. Un carro de 800 kg faz una curva circular de raio 40 m a 54 km/h. Calcule a força centrípeta necessária.

10. Num plano inclinado de 53°, un bloco de 15 kg desce com coeficiente de atrito 0,3. Determine a aceleração. (Use $\sin 53\text{ř} = 0,8$; $\cos 53\text{ř} = 0,6$)

11. Un camião de 3000 kg parte do repouso e atinge 60 km/h em 20 segundos. Desprezando o atrito, calcule a força do motor.

12. Duas caixas, una de 20 kg e outra de 30 kg, estão em contato sobre una superfície sem atrito. Una força de 150 N empurra a caixa de 30 kg. Calcule: (a) a aceleração do conjunto, (b) a força entre as caixas.

13. Un bloco de 40 kg é puxado por una corda que faz 37° com a horizontal. A força na corda é 200 N e o coeficiente de atrito cinético é 0,25. Calcule a aceleração. (Use $\sin 37\text{ř} = 0,6$; $\cos 37\text{ř} = 0,8$)

14. Num elevador que desce com aceleração de 4 m/s², una balança indica 480 N. Qual é a massa da pessoa?

15. Un motociclista faz una curva de raio 30 m. Qual é a velocidade máxima (em km/h) se o coeficiente de atrito entre os pneus e o asfalto é 0,6?

Respostas:

1. **Solução:** $a = \frac{F_R}{m} = \frac{60}{15} = 4\ \text{m/s}^2$
   Resposta: 4 m/s²

2. **Solução:** $v_0 = 90\ \text{km/h} = 25\ \text{m/s}$, $v = 0$, $t = 5\ \text{s}$
   (a) $a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0-25}{5} = -5\ \text{m/s}^2$
   (b) $F = ma = 1200 \times 5 = 6000\ \text{N}$
   Resposta: (a) -5 m/s²; (b) 6000 N

3. **Solução:** Na Terra: $P = mg = 80 \times 10 = 800\ \text{N}$
   Na Lua: $P = 80 \times 1,6 = 128\ \text{N}$
   Resposta: 800 N na Terra; 128 N na Lua

4. **Solução:** $N = mg = 50 \times 10 = 500\ \text{N}$
   $F_{min} = \mu_e \cdot N = 0,5 \times 500 = 250\ \text{N}$
   Resposta: 250 N

5. **Solução:** $F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{60^2 + 80^2}$
   $F_R = \sqrt{3600 + 6400} = \sqrt{10000} = 100$ N
   Resposta: 100 N

6. **Solução:** $a = g \sin\theta = 10 \times 0,5 = 5$ m/s²
   Resposta: 5 m/s²

7. **Solução:** $F_R = (m_1 - m_2)g = (7 - 5) \times 10 = 20$ N
   (a) $a = \frac{F_R}{m_1+m_2} = \frac{20}{12} = 1,67$ m/s²
   (b) $T = m_2(g + a) = 5(10 + 1,67) = 58,35$ N
   Resposta: (a) 1,67 m/s²; (b) 58,35 N

8. **Solução:** $N = m(g + a) = 60(10 + 2,5) = 60 \times 12,5 = 750$ N
   Resposta: 750 N

9. **Solução:** $v = 54$ km/h $= 15$ m/s
   $F_c = \frac{mv^2}{R} = \frac{800\times15^2}{40} = \frac{800\times225}{40} = 4500$ N
   Resposta: 4500 N

10. **Solução:** $P_x = mg \sin 53$ř $= 15 \times 10 \times 0,8 = 120$ N
    $N = mg \cos 53$ř $= 15 \times 10 \times 0,6 = 90$ N
    $F_{at} = 0,3 \times 90 = 27$ N
    $F_R = 120 - 27 = 93$ N
    $a = \frac{93}{15} = 6,2$ m/s²
    Resposta: 6,2 m/s²

11. **Solução:** $v = 60$ km/h $= 16,67$ m/s
    $a = \frac{v}{t} = \frac{16,67}{20} = 0,83$ m/s²
    $F = ma = 3000 \times 0,83 = 2490$ N (aproximadamente 2500 N)
    Resposta: aproximadamente 2500 N

12. **Solução:** (a) $a = \frac{F}{m_{total}} = \frac{150}{50} = 3$ m/s²
    (b) Força entre as caixas (sobre a de 20 kg): $F = 20 \times 3 = 60$ N
    Resposta: (a) 3 m/s²; (b) 60 N

13. **Solução:** Componente horizontal: $F_x = 200 \times 0,8 = 160$ N
    Componente vertical: $F_y = 200 \times 0,6 = 120$ N (para cima)
    $N = mg - F_y = 40 \times 10 - 120 = 280$ N
    $F_{at} = 0,25 \times 280 = 70$ N
    $F_R = 160 - 70 = 90$ N
    $a = \frac{90}{40} = 2,25$ m/s²
    Resposta: 2,25 m/s²

14. **Solução:** $N = m(g - a)$
    $480 = m(10 - 4) = 6m$
    $m = \frac{480}{6} = 80$ kg
    Resposta: 80 kg

15. **Solução:** $F_c = F_{at(max)}$
    $\frac{mv^2}{R} = \mu N = \mu mg$

$\frac{v^2}{R} = \mu g$
$v^2 = \mu g R = 0,6 \times 10 \times 30 = 180$
$v = \sqrt{180} \approx 13,4 \text{ m/s} = 48,2 \text{ km/h}$
Resposta: aproximadamente 48 km/h

3 Estática

A estática é o ramo da Física que estuda os corpos em equilíbrio, ou seja, corpos que estão em repouso ou em movimento retilíneo uniforme. Este capítulo é fundamental para compreender estruturas como pontes, edifícios, guindastes e até mesmo o equilíbrio do nosso próprio corpo. Em Moçambique, estes princípios são aplicados na construção civil, na agricultura (uso de alavancas) e em muitas atividades do dia a dia.

3.1 Equilíbrio de Translação

O equilíbrio de translação ocorre quando a soma vetorial de todas as forças que atuam sobre um corpo é nula. Nesta condição, o corpo não acelera na direção linear.

Condição de Equilíbrio de Translação: Um corpo está em equilíbrio de translação quando a força resultante sobre ele é nula:

$$\boxed{\vec{F}_R = \sum \vec{F} = 0}$$

Ou, separando por componentes:

$$\boxed{\sum F_x = 0 \quad \text{e} \quad \sum F_y = 0}$$

Consequências do equilíbrio de translação:

- Se o corpo está em repouso, permanecerá em repouso
- Se o corpo está em movimento, manterá velocidade constante (MRU)
- A aceleração linear é nula ($\vec{a} = 0$)
- É a aplicação direta da 1ª Lei de Newton

Fórmulas do Equilíbrio de Translação

Para um corpo em equilíbrio de translação:

Em uma dimensão:

$$\boxed{\sum F = 0}$$

$$\boxed{F_1 + F_2 + F_3 + \ldots = 0}$$

Em duas dimensões:

$$\boxed{\sum F_x = 0}$$

$$\boxed{\sum F_y = 0}$$

Exemplos de aplicação:

- Objeto pendurado por fios: $\sum F_y = 0 \Rightarrow T = P$
- Objeto sobre mesa: $\sum F_y = 0 \Rightarrow N = P$
- Corpo puxado sem acelerar: $\sum F_x = 0 \Rightarrow F = F_{at}$

Exemplo 1: Carga Suspensa

Uma caixa de 50 kg está suspensa por uma corda vertical em repouso. Determine a tração na corda.
Resolução:

1. Dados: $m = 50$ kg, $g = 10$ m/s^2, corpo em equilíbrio
2. Forças atuantes: Peso (P) para baixo e Tração (T) para cima
3. Condição de equilíbrio: $\sum F_y = 0$
4. $T - P = 0$
5. $T = P = mg = 50 \times 10 = 500$ N

Resposta: A tração na corda é 500 N.

Exemplo 2: Carga Suspensa por Dois Fios

Uma luminária de 30 kg está suspensa por dois fios que fazem ângulos de 30° e 60° com a horizontal. Calcule as trações em cada fio. (Use $\sin 30° = 0,5$; $\cos 30° = 0,87$; $\sin 60° = 0,87$; $\cos 60° = 0,5$)
Resolução:

1. Peso da luminária: $P = mg = 30 \times 10 = 300$ N
2. Componentes verticais: $T_1 \sin 30° + T_2 \sin 60° = P$
3. $0,5T_1 + 0,87T_2 = 300$ ... (equação 1)
4. Componentes horizontais: $T_1 \cos 30° = T_2 \cos 60°$
5. $0,87T_1 = 0,5T_2$
6. $T_1 = \frac{0,5}{0,87}T_2 \approx 0,575T_2$ ... (equação 2)
7. Substituindo (2) em (1): $0,5(0,575T_2) + 0,87T_2 = 300$
8. $0,288T_2 + 0,87T_2 = 300$
9. $1,158T_2 = 300$

10. $T_2 \approx 259$ N
11. $T_1 = 0,575 \times 259 \approx 149$ N

Resposta: $T_1 \approx 149$ N e $T_2 \approx 259$ N.

No equilíbrio de translação, a soma das forças em cada direção é zero.

3.1.1 Corpo Apoiado em Superfície Inclinada

Quando um corpo está em equilíbrio sobre um plano inclinado, as forças paralelas e perpendiculares ao plano devem estar equilibradas.

Exemplo 3: Equilíbrio em Plano Inclinado

Um bloco de 20 kg está em repouso sobre um plano inclinado de 37°. Uma corda paralela ao plano o mantém parado. O coeficiente de atrito estático é 0,2. Calcule a tração na corda. (Use $\sin 37° = 0,6$; $\cos 37° = 0,8$)
Resolução:

1. Peso: $P = mg = 20 \times 10 = 200$ N
2. Componente paralela ao plano: $P_x = P \sin 37° = 200 \times 0,6 = 120$ N
3. Componente perpendicular: $P_y = P \cos 37° = 200 \times 0,8 = 160$ N
4. Normal: $N = P_y = 160$ N
5. Atrito máximo: $F_{at} = \mu_e N = 0,2 \times 160 = 32$ N
6. Para equilibrio paralelo ao plano: $T + F_{at} = P_x$
7. $T = P_x - F_{at} = 120 - 32 = 88$ N

Resposta: A tração na corda é 88 N (o atrito ajuda a segurar o bloco).

3.2 Equilíbrio de Rotação

O equilíbrio de rotação ocorre quando a soma dos momentos (torques) de todas as forças em relação a qualquer ponto é nula. Nesta condição, o corpo não gira.

Condição de Equilíbrio de Rotação: Um corpo está em equilíbrio de rotação quando o momento resultante (torque resultante) em relação a qualquer ponto é nulo:

$$\boxed{\sum M = \sum \tau = 0}$$

Ou:

$$\boxed{M_1 + M_2 + M_3 + ... = 0}$$

Consequências do equilíbrio de rotação:

- O corpo não possui aceleração angular
- Se está parado, não começa a girar
- Si está girando, mantém velocidade angular constante
- Momentos horários = Momentos anti-horários

Equilíbrio Total: Para equilíbrio completo, o corpo deve estar em equilíbrio de translação E de rotação:

$$\boxed{\sum \vec{F} = 0 \quad \text{e} \quad \sum M = 0}$$

3.3 Momento de uma Força

O momento de uma força (também chamado torque) mede a tendência de uma força em causar rotação em torno de um ponto ou eixo.

Momento de uma Força (Torque)

O momento de uma força em relação a um ponto é dado por:

$$\boxed{M = F \cdot d}$$

Ou, de forma mais geral:

$$\boxed{M = F \cdot d \cdot \sin\theta}$$

Onde:

- M = momento ou torque ($\mathrm{N \cdot m}$)
- F = força aplicada (N)
- d = braço de alavanca (distância perpendicular do ponto ao vetor força) (m)
- θ = ângulo entre a força e a linha que une o ponto à força

Convenção de sinais:

- Momento que tende a girar no sentido anti-horário: **positivo** (+)
- Momento que tende a girar no sentido horário: **negativo** (-)

Observações importantes:

- Quanto maior a distância d, maior o momento

- Força perpendicular ao braço produz momento máximo
- Força paralela ao braço não produz momento ($\sin 0° = 0$)
- A unidade é $\text{N} \cdot \text{m}$ (não confundir com Joule, que é energia)

Braço de Alavanca: O **braço de alavanca** (d) é a distância perpendicular entre o ponto de rotação (pivot) e a linha de ação da força.

Como determinar o braço de alavanca:

1. Identifique o ponto de rotação (eixo)
2. Trace a linha de ação da força (prolongamento da força)
3. Meça a distância perpendicular do ponto à linha de ação

Casos especiais:

- Se a força passa pelo ponto de rotação: $d = 0 \Rightarrow M = 0$
- Se a força é perpendicular à barra: d é a distância ao longo da barra
- Se a força tem ângulo: use $d = r \sin\theta$ onde r é a distância ao ponto

Exemplo 4: Momento de uma Força

Uma força de 40 N é aplicada perpendicularmente a uma chave inglesa a 30 cm do centro do parafuso. Calcule o momento produzido.
Resolução:

1. Dados: $F = 40$ N, $d = 30$ cm $= 0,3$ m (perpendicular)
2. Como a força é perpendicular: $M = F \cdot d$
3. $M = 40 \times 0,3 = 12$ N $\cdot$ m

Resposta: O momento produzido é 12 N $\cdot$ m.

Exemplo 5: Gangorra em Equilíbrio

Numa gangorra de 4 metros de comprimento, uma criança de 30 kg senta-se a 1,5 m do centro. A que distância do centro deve sentar-se outra criança de 40 kg para equilibrar a gangorra?
Resolução:

1. Pesos: $P_1 = 30 \times 10 = 300$ N; $P_2 = 40 \times 10 = 400$ N
2. Distâncias: $d_1 = 1,5$ m; $d_2 = ?$

3. Para equilíbrio de rotação: $\sum M = 0$
4. $M_1 = M_2$ (momentos opostos se equilibram)
5. $P_1 \cdot d_1 = P_2 \cdot d_2$
6. $300 \times 1,5 = 400 \times d_2$
7. $450 = 400d_2$
8. $d_2 = \frac{450}{400} = 1,125$ m

Resposta: A segunda criança deve sentar-se a 1,125 m (ou 1,13 m) do centro.

Quando os momentos das forças em relação ao ponto de apoio são iguais e opostos, a gangorra permanece em equilíbrio horizontal.

3.3.1 Tipos de Alavancas

As alavancas são máquinas simples que utilizam o princípio do momento para amplificar forças. São classificadas em três tipos:

1. Alavanca Interfixa (1ª classe):

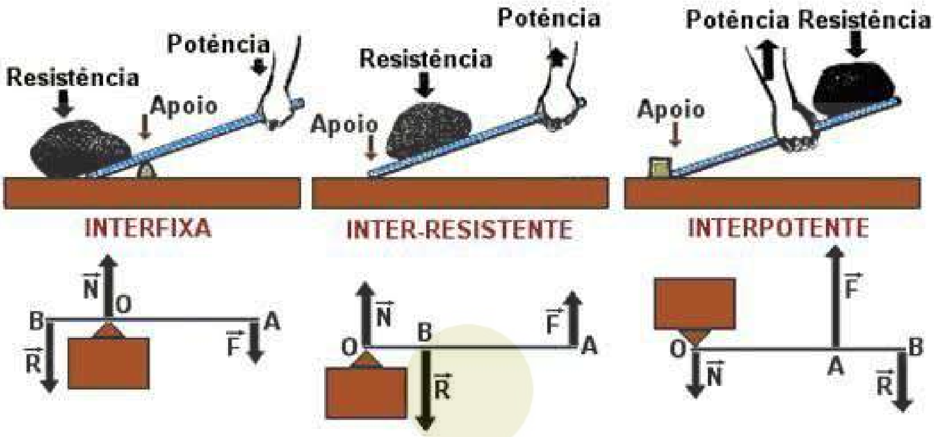
- Ponto de apoio entre a força aplicada e a resistência
- Exemplos: gangorra, tesoura, alicate, balança de braços
- No mercado: balança tradicional

2. Alavanca Inter-resistente (2ª classe):

- Resistência entre o ponto de apoio e a força aplicada
- Exemplos: carrinho de mão, quebra-nozes, abridor de garrafas
- No mercado: carroça, carrinho de mão

3. Alavanca Interpotente (3ª classe):

- Força aplicada entre o ponto de apoio e a resistência
- Exemplos: pinça, vara de pescar, braço humano
- Permite maior velocidade, mas requer mais força



Vantagem Mecânica:

$$\boxed{VM = \frac{F_{resistencia}}{F_{aplicada}} = \frac{d_{aplicada}}{d_{resistencia}}}$$

Exemplo 6: Carrinho de Mão (Alavanca 2ª Classe)

Um trabalhador usa um carrinho de mão para transportar uma carga de 80 kg. A carga está a 40 cm do ponto de apoio (roda), e o trabalhador segura as alças a 1,2 m do ponto de apoio. Qual é a força que o trabalhador deve aplicar?

Resolução:

1. Peso da carga: $P = 80 \times 10 = 800$ N
2. Distâncias: $d_{carga} = 0,4$ m; $d_{força} = 1,2$ m
3. Equilíbrio de momentos: $F \cdot d_{força} = P \cdot d_{carga}$
4. $F \times 1,2 = 800 \times 0,4$
5. $F \times 1,2 = 320$
6. $F = \frac{320}{1,2} = 266,67$ N
7. Vantagem mecânica: $VM = \frac{800}{266,67} = 3$

Resposta: O trabalhador aplica apenas 267 N (aproximadamente), obtendo uma vantagem mecânica de 3 vezes.

Os três tipos de alavancas diferem pela posição relativa do apoio (pivot), da força aplicada (F) e da resistência (R). A 2ª classe é a mais vantajosa para multiplicar força.

3.4 Exercícios Resolvidos

Vamos consolidar o conhecimento com exercícios completos sobre estática.

Exercício Resolvido 1: Viga Horizontal

Uma viga homogênea de 60 kg e 4 m de comprimento está apoiada em dois suportes: um na extremidade esquerda (A) e outro a 1 m da extremidade direita (B). Calcule as reações em cada apoio.

Resolução:

1. Peso da viga: $P = 60 \times 10 = 600$ N (atua no centro, a 2 m de A)
2. Distância de A a B: $4 - 1 = 3$ m
3. **Equilíbrio de forças (vertical):** $R_A + R_B = P = 600$ N
4. **Equilíbrio de momentos em relação a A:**
5. $R_B \times 3 = P \times 2$ (momento do peso em relação a A)
6. $R_B \times 3 = 600 \times 2 = 1200$
7. $R_B = \frac{1200}{3} = 400$ N
8. Da equação de forças: $R_A = 600 - 400 = 200$ N

Resposta: $R_A = 200$ N e $R_B = 400$ N.

Exercício Resolvido 2: Escada Apoiada na Parede

Uma escada de 10 m e 30 kg está apoiada numa parede vertical lisa (sem atrito) fazendo 53° com o chão. Uma pessoa de 70 kg sobe até o meio da escada. Determine: (a) a força normal da parede, (b) a força normal do chão, (c) a força de atrito no chão. (Use $\sin 53° = 0,8$; $\cos 53° = 0,6$)

Resolução:

1. Peso da escada: $P_e = 30 \times 10 = 300$ N (no centro, a 5 m)
2. Peso da pessoa: $P_p = 70 \times 10 = 700$ N (no meio, a 5 m)
3. Comprimento da escada: $L = 10$ m
4. Distâncias horizontais: do chão à parede: $d = L \cos 53° = 10 \times 0,6 = 6$ m
5. Altura da escada: $h = L \sin 53° = 10 \times 0,8 = 8$ m
6. **Forças atuantes:**
   - N_p = normal da parede (horizontal, para a esquerda)
   - N_c = normal do chão (vertical, para cima)
   - F_{at} = atrito no chão (horizontal, para a direita)
   - P_e = peso da escada (vertical, para baixo)
   - P_p = peso da pessoa (vertical, para baixo)

7. **Equilíbrio horizontal:** $F_{at} = N_p$
8. **Equilíbrio vertical:** $N_c = P_e + P_p = 300 + 700 = 1000$ N
9. **Equilíbrio de momentos em relação ao ponto de apoio no chão:**
10. Momentos anti-horários (positivos): $N_p \times h = N_p \times 8$
11. Momentos horários (negativos):
12. $P_e \times \frac{d}{2} + P_p \times \frac{d}{2} = 300 \times 3 + 700 \times 3$
13. $= 900 + 2100 = 3000$ N $\cdot$ m
14. Para equilíbrio: $N_p \times 8 = 3000$
15. $N_p = \frac{3000}{8} = 375$ N
16. Portanto: $F_{at} = N_p = 375$ N

Resposta: (a) $N_p = 375$ N; (b) $N_c = 1000$ N; (c) $F_{at} = 375$ N.

Exercício Resolvido 3: Viga com Carga

Uma viga de 8 m e massa desprezível está apoiada em dois suportes: um em cada extremidade. Uma carga de 200 kg é colocada a 3 m da extremidade esquerda. Calcule as reações nos apoios.

Resolução:

1. Peso da carga: $P = 200 \times 10 = 2000$ N
2. Posição da carga: 3 m da esquerda (A), logo 5 m da direita (B)
3. **Equilíbrio de forças:** $R_A + R_B = P = 2000$ N
4. **Momentos em relação a A:**
5. $R_B \times 8 = P \times 3$
6. $R_B \times 8 = 2000 \times 3 = 6000$
7. $R_B = \frac{6000}{8} = 750$ N
8. $R_A = 2000 - 750 = 1250$ N
9. **Verificação com momentos em relação a B:**
10. $R_A \times 8 = P \times 5$
11. $R_A = \frac{2000 \times 5}{8} = \frac{10000}{8} = 1250$ N

Resposta: $R_A = 1250$ N e $R_B = 750$ N.

Exercício Resolvido 4: Força para Levantar uma Pedra

Um trabalhador usa uma alavanca de 2 m para levantar uma pedra de 120 kg. A pedra está a 40 cm do ponto de apoio. Qual é a força mínima que o trabalhador deve aplicar na outra extremidade?

Resolução:

1. Peso da pedra: $P = 120 \times 10 = 1200$ N
2. Distância da pedra ao apoio: $d_1 = 0,4$ m
3. Distância da força ao apoio: $d_2 = 2 - 0,4 = 1,6$ m
4. Equilíbrio de momentos: $F \times d_2 = P \times d_1$
5. $F \times 1,6 = 1200 \times 0,4$
6. $F \times 1,6 = 480$
7. $F = \frac{480}{1{,}6} = 300$ N
8. Vantagem mecânica: $VM = \frac{1200}{300} = 4$

Resposta: O trabalhador precisa aplicar 300 N (4 vezes menos que o peso da pedra).

Exercício Resolvido 5: Placa Suspensa

Uma placa retangular homogênea de 40 kg está suspensa horizontalmente por dois cabos verticais presos nas extremidades. A placa tem 3 m de comprimento. Uma carga de 20 kg é colocada a 1 m da extremidade esquerda. Calcule a tração em cada cabo.

Resolução:

1. Peso da placa: $P_{placa} = 40 \times 10 = 400$ N (no centro, a 1,5 m)
2. Peso da carga: $P_{carga} = 20 \times 10 = 200$ N (a 1 m da esquerda)
3. **Equilíbrio vertical:** $T_A + T_B = 400 + 200 = 600$ N
4. **Momentos em relação ao ponto A (esquerda):**
5. $T_B \times 3 = P_{placa} \times 1,5 + P_{carga} \times 1$
6. $T_B \times 3 = 400 \times 1,5 + 200 \times 1$
7. $T_B \times 3 = 600 + 200 = 800$
8. $T_B = \frac{800}{3} = 266,67$ N
9. $T_A = 600 - 266,67 = 333,33$ N

Resposta: $T_A \approx 333$ N e $T_B \approx 267$ N.

Para calcular as reações nos apoios, usamos equilíbrio de forças verticais ($\sum F_y = 0$) e equilíbrio de momentos ($\sum M = 0$) em relação a um dos apoios.

Exercícios

Exercícios de Fixação

1. Uma luminária de 5 kg está suspensa por um fio vertical. Qual é a tração no fio?

2. Dois fios sustentam uma carga de 60 kg. Os fios fazem ângulos de 45° com a horizontal de cada lado. Calcule a tração em cada fio. (Use $\sin 45° = 0,7$)

3. Uma barra homogênea de 3 m e 12 kg está apoiada horizontalmente em dois suportes nas extremidades. Calcule a reação em cada apoio.

4. Numa gangorra de 6 m, uma criança de 25 kg senta-se a 2 m do centro. Onde deve sentar-se outra criança de 20 kg para equilibrar?

5. Uma chave inglesa de 25 cm recebe uma força perpendicular de 80 N na extremidade. Calcule o momento produzido.

6. Um trabalhador usa uma alavanca de 1,5 m para mover uma pedra de 90 kg. A pedra está a 30 cm do apoio. Qual é a força necessária na outra extremidade?

7. Uma viga de 6 m e massa desprezível está apoiada em dois suportes nas extremidades. Uma carga de 150 kg é colocada a 2 m da extremidade esquerda. Calcule as reações.

8. Uma escada de 8 m e 24 kg está apoiada numa parede fazendo 60° com o chão. Calcule a força normal da parede se não há atrito nela. (Use $\sin 60° = 0,87$; $\cos 60° = 0,5$)

9. Três massas estão numa barra: 4 kg em x = 0, 6 kg em x = 2 m, e 8 kg em x = 5 m. Determine a posição do centro de gravidade.

10. Uma placa quadrada homogênea de 20 kg e lado 2 m está suspensa horizontalmente por quatro cabos verticais, um em cada canto. Qual é a tração em cada cabo?

11. Um móvel de 80 kg tem centro de gravidade a 1,2 m do chão. A base tem 0,8 m de largura. Calcule o ângulo máximo de inclinação antes de tombar.

12. Uma viga de 10 m e 50 kg está apoiada em A (extremidade esquerda) e em B (a 2 m da extremidade direita). Uma pessoa de 70 kg está em pé a 3 m de A. Calcule R_A e R_B.

13. Num carrinho de mão, a carga de 60 kg está a 50 cm da roda (apoio). As alças estão a 1,5 m da roda. Qual é a força nas alças? Qual é a vantagem mecânica?

14. Uma prancha de 4 m e 30 kg está apoiada em dois cavaletes: um a 0,5 m da extremidade esquerda e outro a 0,5 m da extremidade direita. Calcule as reações.
15. Uma força de 50 N é aplicada a 60° em relação a uma barra, a 40 cm do ponto de rotação. Calcule o momento produzido. (Use $\sin 60° = 0,87$)

Respostas:

1. **Solução:** $T = P = mg = 5 \times 10 = 50$ N
Resposta: 50 N
2. **Solução:** Componentes verticais: $2T \sin 45° = P$
$2T \times 0,7 = 60 \times 10 = 600$
$1,4T = 600 \Rightarrow T = \frac{600}{1,4} = 428,6$ N
Resposta: aproximadamente 429 N em cada fio
3. **Solução:** Como a barra é homogênea e os apoios estão nas extremidades:
$R_A = R_B = \frac{P}{2} = \frac{12 \times 10}{2} = 60$ N
Resposta: 60 N em cada apoio
4. **Solução:** $P_1 d_1 = P_2 d_2$
$25 \times 10 \times 2 = 20 \times 10 \times d_2$
$500 = 200 d_2 \Rightarrow d_2 = 2,5$ m do centro
Resposta: 2,5 m do centro (lado oposto)
5. **Solução:** $M = F \cdot d = 80 \times 0,25 = 20$ N $\cdot$ m
Resposta: 20 N · m
6. **Solução:** $P = 90 \times 10 = 900$ N
Distância da força: $1,5 - 0,3 = 1,2$ m
$F \times 1,2 = 900 \times 0,3$
$F = \frac{270}{1,2} = 225$ N
Resposta: 225 N
7. **Solução:** $P = 150 \times 10 = 1500$ N
Momentos em A: $R_B \times 6 = 1500 \times 2$
$R_B = \frac{3000}{6} = 500$ N
$R_A = 1500 - 500 = 1000$ N
Resposta: $R_A = 1000$ **N;** $R_B = 500$ **N**
8. **Solução:** $P = 24 \times 10 = 240$ N
Distância horizontal: $d = 8 \cos 60° = 4$ m
Altura onde toca a parede: $h = 8 \sin 60° = 6,96$ m
Momentos no chão: $N_p \times h = P \times \frac{d}{2}$
$N_p \times 6,96 = 240 \times 2$
$N_p = \frac{480}{6,96} \approx 69$ N
Resposta: aproximadamente 69 N

9. **Solução:** $x_{CG} = \frac{4(0)+6(2)+8(5)}{4+6+8}$
   $x_{CG} = \frac{0+12+40}{18} = \frac{52}{18} = 2,89$ m
   Resposta: 2,89 m da origem

10. **Solução:** Como a placa é homogênea e simétrica:
    Cada cabo suporta $\frac{P}{4} = \frac{20\times10}{4} = 50$ N
    Resposta: 50 N em cada cabo

11. **Solução:** Para tombar, a vertical pelo CG deve passar pela borda:
    $\tan\theta = \frac{largura/2}{altura_{CG}} = \frac{0,4}{1,2} = 0,333$
    $\theta = \arctan(0,333) \approx 18,4°$
    Resposta: aproximadamente 18°

12. **Solução:** $P_{viga} = 50 \times 10 = 500$ N (no centro, a 5 m de A)
    $P_{pessoa} = 70 \times 10 = 700$ N (a 3 m de A)
    Distância A-B: $10 - 2 = 8$ m
    Momentos em A: $R_B \times 8 = 500 \times 5 + 700 \times 3$
    $R_B \times 8 = 2500 + 2100 = 4600$
    $R_B = 575$ N
    $R_A = (500 + 700) - 575 = 625$ N
    Resposta: $R_A = 625$ N; $R_B = 575$ N

13. **Solução:** $P = 60 \times 10 = 600$ N
    $F \times 1,5 = 600 \times 0,5$
    $F = \frac{300}{1,5} = 200$ N
    $VM = \frac{600}{200} = 3$
    Resposta: 200 N; VM = 3

14. **Solução:** Distância entre apoios: $4 - 0,5 - 0,5 = 3$ m
    $P = 30 \times 10 = 300$ N (no centro da prancha, a 2 m da esquerda)
    Do apoio esquerdo ao centro: $2 - 0,5 = 1,5$ m
    $R_B \times 3 = 300 \times 1,5$
    $R_B = 150$ N; $R_A = 300 - 150 = 150$ N
    Resposta: 150 N em cada apoio

15. **Solução:** $M = F \cdot d \cdot \sin\theta$
    $M = 50 \times 0,4 \times 0,87 = 17,4$ N · m
    Resposta: 17,4 N · m

4 Trabalho e Energia

O conceito de energia é um dos mais importantes da Física. A energia está presente em tudo: no movimento de um carro, na queda de água das cataratas de Cahora Bassa, no calor do sol, na eletricidade que ilumina nossas casas. Neste capítulo, estudaremos o trabalho mecânico e as formas de energia mecânica, além do princípio fundamental da conservação da energia.

4.1 Trabalho Mecânico

O trabalho mecânico mede a energia transferida a um corpo quando uma força provoca um deslocamento. É uma grandeza escalar (não tem direção).

Conceito de Trabalho: Definição: Trabalho é a medida da energia transferida por uma força ao deslocar um corpo.

Condições para haver trabalho:

- Deve haver uma força atuando sobre o corpo
- O corpo deve sofrer um deslocamento
- A força deve ter componente na direção do deslocamento

Quando NÃO há trabalho:

- Força perpendicular ao deslocamento (exemplo: força centrípeta no MCU)
- Deslocamento nulo (corpo parado)
- Força nula

Fórmulas do Trabalho Mecânico

Força paralela ao deslocamento:

$$\boxed{W = F \cdot d}$$

Força com ângulo em relação ao deslocamento:

$$\boxed{W = F \cdot d \cdot \cos\theta}$$

Onde:

- W = trabalho (J - Joule)

- F = força aplicada (N)
- d = deslocamento (m)
- θ = ângulo entre a força e o deslocamento
- 1 Joule = 1 N $\cdot$ m

Casos especiais:

- $\theta = 0°$ (força no sentido do movimento): $W = F \cdot d$ (trabalho máximo, positivo)
- $\theta = 90°$ (força perpendicular): $W = 0$ (trabalho nulo)
- $\theta = 180°$ (força contra o movimento): $W = -F \cdot d$ (trabalho negativo)

Trabalho da força peso:

$$\boxed{W_P = m \cdot g \cdot h}$$

Onde h é a variação de altura (positivo na descida, negativo na subida).
Trabalho da força elástica (mola):

$$\boxed{W_{el} = \frac{k \cdot x^2}{2}}$$

Onde k é a constante elástica e x é a deformação.

Exemplo 1: Empurrando uma Caixa

Um trabalhador empurra uma caixa com força constante de 200 N ao longo de 5 metros na horizontal. Calcule o trabalho realizado.
Resolução:

1. Dados: $F = 200$ N, $d = 5$ m, força paralela ao deslocamento
2. Como a força é paralela: $W = F \cdot d$
3. $W = 200 \times 5 = 1000$ J

Resposta: O trabalho realizado é 1000 J (ou 1 kJ).

Exemplo 2: Força com Ângulo

Uma pessoa puxa uma mala com força de 80 N através de uma corda que faz 37° com a horizontal. A mala se desloca 10 m. Calcule o trabalho da força de tração. (Use $\cos 37° = 0,8$)
Resolução:

1. Dados: $F = 80$ N, $d = 10$ m, $\theta = 37°$

2. $W = F \cdot d \cdot \cos\theta$
3. $W = 80 \times 10 \times 0,8$
4. $W = 640$ J

Resposta: O trabalho realizado é 640 J.

Exemplo 3: Trabalho do Peso

Um balde de 5 kg é levantado verticalmente por 3 metros. Calcule: (a) o trabalho realizado pela pessoa, (b) o trabalho realizado pelo peso.
Resolução:
(a) Trabalho da pessoa (força para cima):

1. Força aplicada: $F = P = mg = 5 \times 10 = 50$ N (para cima)
2. Deslocamento: $d = 3$ m (para cima)
3. $W_{pessoa} = F \cdot d = 50 \times 3 = 150$ J (positivo)

(b) Trabalho do peso (força para baixo):

1. $W_P = -mgh = -5 \times 10 \times 3 = -150$ J (negativo)
2. Ou: $\theta = 180°$ (peso contra o deslocamento)
3. $W_P = P \cdot d \cdot \cos 180° = 50 \times 3 \times (-1) = -150$ J

Resposta: (a) +150 J; (b) -150 J. O trabalho total é zero (velocidade constante).

4.1.1 Trabalho e Potência

A potência mede a rapidez com que o trabalho é realizado ou a energia é transferida.

Potência Mecânica

Definição:

$$\boxed{P = \frac{W}{\Delta t}}$$

Para velocidade constante:

$$\boxed{P = F \cdot v}$$

Onde:

- P = potência (W - Watt)
- W = trabalho (J)
- Δt = intervalo de tempo (s)

- F = força (N)
- v = velocidade (m/s)
- 1 Watt = 1 J/s

Unidades práticas:

- 1 kW (quilowatt) = 1000 W
- 1 HP (cavalo-vapor) $\approx$ 735 W $\approx 0,735$ kW
- 1 kWh (quilowatt-hora) = 3.600.000 J = $3,6$ MJ

Exemplo 4: Potência de um Motor

Um carro de 1000 kg sobe uma ladeira com velocidade constante de 54 km/h (15 m/s). A inclinação é de 30°. Calcule a potência desenvolvida pelo motor. (Use $\sin 30° = 0,5$)

Resolução:

1. Peso: $P = mg = 1000 \times 10 = 10000$ N
2. Componente paralela à ladeira: $F = P \sin 30° = 10000 \times 0,5 = 5000$ N
3. Velocidade: $v = 15$ m/s
4. Potência: $P = F \cdot v = 5000 \times 15 = 75000$ W
5. $P = 75$ kW ≈ 102 HP

Resposta: A potência é 75 kW (aproximadamente 102 cavalos).

4.2 Energia Cinética e Potencial

A energia é a capacidade de realizar trabalho. Existem várias formas de energia, mas focaremos na energia mecânica.

4.2.1 Energia Cinética

A energia cinética é a energia associada ao movimento de um corpo.

Energia Cinética

$$\boxed{E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}}$$

Onde:

- E_c = energia cinética (J)
- m = massa (kg)
- v = velocidade (m/s)

Teorema Trabalho-Energia Cinética:

$$\boxed{W_{total} = \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci}}$$

$$\boxed{W_{total} = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}}$$

O trabalho total realizado sobre um corpo é igual à variação da sua energia cinética.

Características da Energia Cinética:

- Sempre positiva ou nula (nunca negativa)
- Depende da massa e do quadrado da velocidade
- Se $v = 0$, então $E_c = 0$
- Dobrar a velocidade quadruplica a energia cinética
- É uma grandeza escalar (não tem direção)
- Está associada ao movimento

Exemplo 5: Energia Cinética de um Carro

Um carro de 1200 kg viaja a 72 km/h (20 m/s). Calcule: (a) a sua energia cinética, (b) o trabalho necessário para pará-lo.

Resolução:

(a) Energia cinética:

1. Dados: $m = 1200$ kg, $v = 20$ m/s
2. $E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{1200 \times 20^2}{2}$
3. $E_c = \frac{1200 \times 400}{2} = \frac{480000}{2} = 240000$ J
4. $E_c = 240$ kJ

(b) Trabalho para parar:

1. Estado final: $v_f = 0 \Rightarrow E_{cf} = 0$
2. $W = \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = 0 - 240000 = -240000$ J
3. Trabalho negativo (força de travagem oposta ao movimento)

Resposta: (a) 240 kJ; (b) -240 kJ (módulo: 240 kJ necessários para parar).

4.2.2 Energia Potencial Gravitacional

A energia potencial gravitacional é a energia armazenada devido à posição de um corpo num campo gravitacional.

Energia Potencial Gravitacional

$$\boxed{E_p = m \cdot g \cdot h}$$

Onde:

- E_p = energia potencial gravitacional (J)
- m = massa (kg)
- $g = 10$ m/s² (aceleração da gravidade)
- h = altura em relação a um nível de referência (m)

Importante:

- O nível de referência ($h = 0$) é arbitrário
- O que importa é a **variação** de energia potencial
- $\Delta E_p = mg\Delta h = mg(h_f - h_i)$
- Subindo: $\Delta E_p > 0$ (ganha energia potencial)
- Descendo: $\Delta E_p < 0$ (perde energia potencial)

Exemplo 6: Energia Potencial

Uma pessoa de 60 kg sobe as escadas até o 3º andar de um edifício, a 10 metros de altura. Calcule: (a) a energia potencial ganha, (b) o trabalho realizado contra a gravidade.

Resolução:

(a) Energia potencial ganha:

1. Dados: $m = 60$ kg, $h = 10$ m, $g = 10$ m/s²
2. $\Delta E_p = mgh = 60 \times 10 \times 10 = 6000$ J
3. $\Delta E_p = 6$ kJ

(b) Trabalho contra a gravidade:

1. $W = \Delta E_p = 6000$ J
2. (O trabalho realizado é igual à energia potencial ganha)

Resposta: (a) 6 kJ; (b) 6 kJ.

4.2.3 Energia Potencial Elástica

A energia potencial elástica é a energia armazenada em objetos deformados, como molas.

Energia Potencial Elástica

$$\boxed{E_{el} = \frac{k \cdot x^2}{2}}$$

Onde:

- E_{el} = energia potencial elástica (J)
- k = constante elástica da mola (N/m)
- x = deformação da mola (m)

Lei de Hooke (força elástica):

$$\boxed{F_{el} = k \cdot x}$$

A força é proporcional à deformação e sempre tenta restaurar a posição original.

Exemplo 7: Energia numa Mola

Uma mola de constante elástica $k = 400$ N/m é comprimida 20 cm. Calcule: (a) a energia armazenada, (b) a força necessária para essa compressão.
Resolução:
(a) Energia armazenada:

1. Dados: $k = 400$ N/m, $x = 20$ cm $= 0,2$ m
2. $E_{el} = \frac{kx^2}{2} = \frac{400 \times (0,2)^2}{2}$
3. $E_{el} = \frac{400 \times 0,04}{2} = \frac{16}{2} = 8$ J

(b) Força necessária:

1. $F = kx = 400 \times 0,2 = 80$ N

Resposta: (a) 8 J; (b) 80 N.

4.3 Conservação da Energia Mecânica

O princípio da conservação da energia é um dos mais fundamentais da Física. Em sistemas conservativos (sem atrito), a energia mecânica total permanece constante.

Princípio da Conservação da Energia Mecânica: Enunciado: Num sistema conservativo (sem forças dissipativas como atrito), a energia mecânica total permanece constante.

$$\boxed{E_{mec} = E_c + E_p = \text{constante}}$$

$$\boxed{E_{mec(1)} = E_{mec(2)}}$$

$$\boxed{E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}}$$

Sistema conservativo:

- Sem atrito ou resistência do ar
- Apenas forças conservativas atuam (peso, elástica)
- Energia não é perdida para calor ou som

Sistema não-conservativo (com atrito):

$$\boxed{E_{mec(i)} = E_{mec(f)} + E_{dissipada}}$$

A energia "perdida"transforma-se em calor, som, deformação, etc.

Conservação da Energia - Fórmulas Práticas

Queda livre (partindo do repouso):

$$\boxed{mgh = \frac{mv^2}{2}}$$

$$\boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

Pêndulo (altura máxima):

$$\boxed{E_p(topo) = E_c(base)}$$

$$\boxed{mgh = \frac{mv^2}{2}}$$

Montanha-russa ou rampa:

$$\boxed{mgh_i + \frac{mv_i^2}{2} = mgh_f + \frac{mv_f^2}{2}}$$

Simplificação comum: Dividindo tudo por m:

$$\boxed{gh_i + \frac{v_i^2}{2} = gh_f + \frac{v_f^2}{2}}$$

Exemplo 8: Queda Livre com Conservação de Energia

Uma pedra é solta do repouso de uma altura de 20 m. Com que velocidade atinge o solo? (Use conservação de energia)
Resolução:

1. **Estado inicial:** $h_i = 20$ m, $v_i = 0$ (repouso)
2. $E_{mec(i)} = E_p + E_c = mgh_i + 0 = 20mg$
3. **Estado final:** $h_f = 0$ (solo), $v_f = ?$
4. $E_{mec(f)} = 0 + \frac{mv_f^2}{2}$
5. Conservação: $20mg = \frac{mv_f^2}{2}$
6. Simplificando (dividindo por m): $20g = \frac{v_f^2}{2}$
7. $20 \times 10 = \frac{v_f^2}{2}$
8. $200 = \frac{v_f^2}{2}$
9. $v_f^2 = 400$
10. $v_f = 20$ m/s

Resposta: A velocidade ao atingir o solo é 20 m/s. **Nota:** Mesmo resultado que obtemos pela cinemática: $v = \sqrt{2gh}$

Exemplo 9: Pêndulo Simples

Um pêndulo é solto de uma altura de 1,8 m em relação ao ponto mais baixo. Calcule a velocidade máxima atingida pelo pêndulo.
Resolução:

1. **No ponto mais alto:** $h = 1,8$ m, $v = 0$ (repouso)
2. $E_{mec(i)} = mgh = mg \times 1,8$
3. **No ponto mais baixo:** $h = 0$, $v_{max} =?$
4. $E_{mec(f)} = \frac{mv_{max}^2}{2}$
5. Conservação: $mg \times 1,8 = \frac{mv_{max}^2}{2}$
6. $g \times 1,8 = \frac{v_{max}^2}{2}$
7. $10 \times 1,8 = \frac{v_{max}^2}{2}$
8. $18 = \frac{v_{max}^2}{2}$
9. $v_{max}^2 = 36$
10. $v_{max} = 6$ m/s

Resposta: A velocidade máxima é 6 m/s (no ponto mais baixo da trajetória).

Exemplo 10: Descida numa Rampa

Um corpo de 2 kg é solto do repouso no topo de uma rampa de 5 m de altura. Desprezando o atrito, calcule: (a) a velocidade ao chegar à base, (b) a energia cinética na base.
Resolução:
(a) Velocidade na base:

1. No topo: $h_i = 5$ m, $v_i = 0$
2. Na base: $h_f = 0$, $v_f =?$
3. Conservação: $mgh_i = \frac{mv_f^2}{2}$
4. $gh_i = \frac{v_f^2}{2}$
5. $10 \times 5 = \frac{v_f^2}{2}$
6. $v_f^2 = 100$
7. $v_f = 10$ m/s

(b) Energia cinética na base:

1. $E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{2\times10^2}{2} = \frac{2\times100}{2} = 100$ J
2. Ou: $E_c = E_p(inicial) = mgh = 2 \times 10 \times 5 = 100$ J

Resposta: (a) 10 m/s; (b) 100 J.

4.3.1 Sistemas com Atrito

Quando há atrito, parte da energia mecânica é dissipada (transformada em calor, som, deformação).

Energia com Forças Dissipativas

$$\boxed{E_{mec(i)} = E_{mec(f)} + E_{dissipada}}$$

$$\boxed{E_{dissipada} = F_{at} \cdot d}$$

Onde:

- $E_{dissipada}$ = energia perdida para atrito (J)
- F_{at} = força de atrito (N)
- d = distância percorrida (m)

Forma expandida:

$$\boxed{mgh_i + \frac{mv_i^2}{2} = mgh_f + \frac{mv_f^2}{2} + F_{at} \cdot d}$$

Exemplo 11: Descida com Atrito

Um bloco de 5 kg desce um plano inclinado de 4 m de altura e 10 m de comprimento. O coeficiente de atrito é 0,3. Calcule a velocidade ao chegar à base.
Resolução:

1. Dados: $m = 5$ kg, $h = 4$ m, $d = 10$ m, $\mu = 0,3$
2. Normal: $N = mg\cos\theta$ (mas podemos usar energia diretamente)
3. **Energia inicial:** $E_i = mgh = 5 \times 10 \times 4 = 200$ J
4. **Força de atrito:** Para simplificar, calculamos $\sin\theta = h/d = 4/10 = 0,4$
5. $\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sqrt{1 - 0,16} = \sqrt{0,84} \approx 0,92$
6. $N = mg\cos\theta = 5 \times 10 \times 0,92 = 46$ N
7. $F_{at} = \mu N = 0,3 \times 46 = 13,8$ N
8. **Energia dissipada:** $E_{diss} = F_{at} \times d = 13,8 \times 10 = 138$ J
9. **Energia cinética final:** $E_c = E_i - E_{diss} = 200 - 138 = 62$ J
10. $\frac{mv^2}{2} = 62$
11. $\frac{5v^2}{2} = 62$

12. $v^2 = \frac{124}{5} = 24,8$
13. $v \approx 5$ m/s

Resposta: A velocidade na base é aproximadamente 5 m/s.

4.4 Exercícios Resolvidos

Vamos consolidar o conhecimento com mais exercícios completos.

Exercício Resolvido 1: Trabalho Total

Um bloco de 10 kg é puxado horizontalmente por 8 m com força de 50 N. O coeficiente de atrito cinético é 0,2. Calcule: (a) o trabalho da força aplicada, (b) o trabalho do atrito, (c) o trabalho total, (d) a velocidade final se partiu do repouso.
Resolução:
(a) Trabalho da força aplicada:

1. $W_F = F \cdot d = 50 \times 8 = 400$ J

(b) Trabalho do atrito:

1. $N = mg = 10 \times 10 = 100$ N
2. $F_{at} = \mu N = 0,2 \times 100 = 20$ N
3. $W_{at} = -F_{at} \cdot d = -20 \times 8 = -160$ J (negativo!)

(c) Trabalho total:

1. $W_{total} = W_F + W_{at} = 400 + (-160) = 240$ J

(d) Velocidade final:

1. $W_{total} = \Delta E_c = \frac{mv_f^2}{2} - 0$
2. $240 = \frac{10 \times v_f^2}{2}$
3. $240 = 5v_f^2$
4. $v_f^2 = 48$
5. $v_f \approx 6,93$ m/s

Resposta: (a) 400 J; (b) -160 J; (c) 240 J; (d) aproximadamente 6,9 m/s.

Exercício Resolvido 2: Montanha-Russa

Um carrinho de montanha-russa de 500 kg parte do repouso de uma altura de 30 m. Calcule: (a) a velocidade ao passar por um ponto a 10 m de altura, (b) a velocidade na base (h = 0).

Resolução:

(a) Velocidade a 10 m:

1. Conservação da energia: $mgh_i = mgh_f + \frac{mv^2}{2}$
2. $gh_i = gh_f + \frac{v^2}{2}$
3. $10 \times 30 = 10 \times 10 + \frac{v^2}{2}$
4. $300 = 100 + \frac{v^2}{2}$
5. $\frac{v^2}{2} = 200$
6. $v^2 = 400$
7. $v = 20$ m/s

(b) Velocidade na base:

1. $mgh_i = \frac{mv^2}{2}$
2. $gh_i = \frac{v^2}{2}$
3. $10 \times 30 = \frac{v^2}{2}$
4. $v^2 = 600$
5. $v \approx 24,5$ m/s

Resposta: (a) 20 m/s; (b) aproximadamente 24,5 m/s.

Exercício Resolvido 3: Lançamento Vertical

Uma bola de 0,5 kg é lançada verticalmente para cima com velocidade de 20 m/s. Calcule: (a) a altura máxima atingida, (b) a energia mecânica total.

Resolução:

(a) Altura máxima:

1. No lançamento: $h_i = 0$, $v_i = 20$ m/s
2. Na altura máxima: $h_{max} = ?$, $v_f = 0$
3. Conservação: $\frac{mv_i^2}{2} = mgh_{max}$
4. $\frac{v_i^2}{2} = gh_{max}$
5. $\frac{20^2}{2} = 10 \times h_{max}$

6. $\frac{400}{2} = 10h_{max}$
7. $200 = 10h_{max}$
8. $h_{max} = 20$ m

(b) Energia mecânica total:

1. No lançamento: $E_{mec} = E_c + E_p = \frac{0,5 \times 20^2}{2} + 0$
2. $E_{mec} = \frac{0,5 \times 400}{2} = \frac{200}{2} = 100$ J
3. (Esta energia permanece constante durante todo o movimento)

Resposta: (a) 20 m; (b) 100 J (constante em qualquer ponto).

Exercício Resolvido 4: Colisão com Mola

Um bloco de 2 kg desliza sem atrito a 10 m/s e colide com uma mola de constante $k = 500$ N/m. Calcule a compressão máxima da mola.
Resolução:

1. Antes da colisão: $E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{2 \times 10^2}{2} = 100$ J
2. Na compressão máxima: $v = 0$ (bloco para), toda energia vira elástica
3. $E_{el} = \frac{kx^2}{2}$
4. Conservação: $E_c = E_{el}$
5. $100 = \frac{500 \times x^2}{2}$
6. $100 = 250x^2$
7. $x^2 = \frac{100}{250} = 0,4$
8. $x = \sqrt{0,4} \approx 0,63$ m $= 63$ cm

Resposta: A compressão máxima é aproximadamente 63 cm.

Exercício Resolvido 5: Rendimento

Uma bomba de água consome 2 kW de potência elétrica e eleva 600 litros de água (600 kg) a 15 m de altura em 5 minutos. Calcule: (a) a potência útil, (b) o rendimento da bomba.
Resolução:
(a) Potência útil:

1. Trabalho útil: $W = mgh = 600 \times 10 \times 15 = 90000$ J
2. Tempo: $t = 5$ min $= 300$ s

3. $P_{\text{útil}} = \frac{W}{t} = \frac{90000}{300} = 300$ W

(b) Rendimento:

1. $\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{consumida}} = \frac{300}{2000} = 0,15 = 15\%$

Resposta: (a) 300 W; (b) 15% de rendimento.

Exercícios

Exercícios de Fixação

1. Uma força de 100 N desloca um corpo por 5 m na sua direção. Calcule o trabalho realizado.
2. Um trabalhador levanta um saco de 40 kg a 2 m de altura. Qual é o trabalho realizado?
3. Um carro de 800 kg viaja a 90 km/h (25 m/s). Calcule sua energia cinética.
4. Uma pedra de 2 kg está a 10 m de altura. Qual é sua energia potencial em relação ao solo?
5. Uma mola de constante $k = 200$ N/m é comprimida 30 cm. Calcule a energia armazenada.
6. Um corpo de 5 kg parte do repouso e atinge 12 m/s. Qual foi o trabalho realizado sobre ele?
7. Uma pessoa de 70 kg sobe escadas com velocidade constante, ganhando 5 m de altura em 20 segundos. Calcule a potência desenvolvida.
8. Um objeto é solto do repouso de 45 m de altura. Use conservação de energia para calcular a velocidade ao atingir o solo.
9. Num pêndulo, a massa é solta de 80 cm de altura. Calcule a velocidade no ponto mais baixo.
10. Um bloco de 3 kg desce uma rampa sem atrito de 6 m de altura partindo do repouso. Calcule a velocidade na base.
11. Um carro de 1000 kg sobe uma ladeira de 50 m com velocidade constante de 10 m/s. Calcule a potência do motor (considere apenas o trabalho contra a gravidade).
12. Uma bola de 0,5 kg é lançada verticalmente com 30 m/s. Calcule a altura máxima.
13. Um bloco de 4 kg é empurrado por 10 m com força de 80 N. O atrito é 20 N. Calcule: (a) trabalho da força, (b) trabalho do atrito, (c) trabalho total.

14. Numa montanha-russa, um carrinho de 400 kg parte de 25 m de altura com 5 m/s. Calcule a velocidade a 10 m de altura.

15. Um bloco de 1 kg desliza a 8 m/s e comprime uma mola ($k = 320$ N/m). Calcule a compressão máxima.

Respostas:

1. **Solução:** $W = F \cdot d = 100 \times 5 = 500$ J
   Resposta: 500 J

2. **Solução:** $W = mgh = 40 \times 10 \times 2 = 800$ J
   Resposta: 800 J

3. **Solução:** $E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{800 \times 25^2}{2} = \frac{800 \times 625}{2} = 250000$ J $= 250$ kJ
   Resposta: 250 kJ

4. **Solução:** $E_p = mgh = 2 \times 10 \times 10 = 200$ J
   Resposta: 200 J

5. **Solução:** $x = 0,3$ m; $E_{el} = \frac{kx^2}{2} = \frac{200 \times 0,09}{2} = 9$ J
   Resposta: 9 J

6. **Solução:** $W = \Delta E_c = \frac{5 \times 12^2}{2} - 0 = \frac{5 \times 144}{2} = 360$ J
   Resposta: 360 J

7. **Solução:** $W = mgh = 70 \times 10 \times 5 = 3500$ J
   $P = \frac{W}{t} = \frac{3500}{20} = 175$ W
   Resposta: 175 W

8. **Solução:** $mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 45} = \sqrt{900} = 30$ m/s
   Resposta: 30 m/s

9. **Solução:** $mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0,8} = \sqrt{16} = 4$ m/s
   Resposta: 4 m/s

10. **Solução:** $mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 6} = \sqrt{120} \approx 11$ m/s
    Resposta: aproximadamente 11 m/s

11. **Solução:** Trabalho por segundo: $W/t = mgh/t$
    $P = mgv_{vertical}$ mas ele sobe, então $P = F \cdot v$ onde $F = mg \sin\theta$
    Mais simples: $P = \frac{mgh}{t}$ onde h percorrida por tempo
    Se velocidade 10 m/s e a questão pede "contra gravidade":
    Componente vertical precisa ser calculada. Vamos assumir $\sin\theta = h/d$
    Simplificando: $P = mgv \sin\theta$. Mas sem ângulo, assumimos subida vertical equivalente:
    Se $v = 10$ m/s horizontal mas sobe 50 m, tempo = 50/componente vertical
    Método direto: $P = Fv = (mg)v = 1000 \times 10 \times 10 = 100000$ W $= 100$ kW
    Resposta: 100 kW (se subida vertical a 10 m/s)

12. **Solução:** $\frac{mv^2}{2} = mgh \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{30^2}{20} = \frac{900}{20} = 45$ m
    Resposta: 45 m

13. **Solução:** (a) $W_F = 80 \times 10 = 800$ J
    (b) $W_{at} = -20 \times 10 = -200$ J
    (c) $W_{total} = 800 - 200 = 600$ J
    Resposta: (a) 800 J; (b) -200 J; (c) 600 J

14. **Solução:** $E_i = mgh_i + \frac{mv_i^2}{2} = 400 \times 10 \times 25 + \frac{400 \times 25}{2}$
    $E_i = 100000 + 5000 = 105000$ J
    $E_f = mgh_f + \frac{mv_f^2}{2} = 400 \times 10 \times 10 + \frac{400v_f^2}{2}$
    $105000 = 40000 + 200v_f^2$
    $v_f^2 = \frac{65000}{200} = 325$
    $v_f \approx 18$ m/s
    Resposta: aproximadamente 18 m/s

15. **Solução:** $\frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$
    $1 \times 64 = 320x^2$
    $x^2 = \frac{64}{320} = 0,2$
    $x = \sqrt{0,2} \approx 0,45$ m $= 45$ cm
    Resposta: aproximadamente 45 cm

5 Impulso e Colisões

O estudo das colisões é fundamental para compreender acidentes de trânsito, esportes como futebol e bilhar, e até mesmo fenómenos astronómicos. Neste capítulo, aprenderemos sobre quantidade de movimento, impulso e os diferentes tipos de colisões. Estes conceitos são essenciais para engenharia de segurança, design de veículos e análise de impactos.

5.1 Quantidade de Movimento

A quantidade de movimento (também chamada momento linear) mede a "quantidade de movimento"que um corpo possui. É uma grandeza vetorial fundamental na Física.

Quantidade de Movimento: A quantidade de movimento de um corpo é o produto da sua massa pela sua velocidade.

$$\boxed{\vec{Q} = m \cdot \vec{v}}$$

Onde:

- $\vec{Q}$ = quantidade de movimento ou momento linear (kg · m/s)
- m = massa (kg)
- $\vec{v}$ = velocidade (m/s)

Características:

- É uma grandeza vetorial (tem módulo, direção e sentido)
- Mesma direção e sentido da velocidade
- Em módulo: $Q = m \cdot v$
- Unidade SI: kg · m/s (ou N · s)
- Quanto maior a massa ou velocidade, maior a quantidade de movimento

Significado físico:

- Mede a "dificuldade"de parar um corpo em movimento

- Caminhão lento pode ter mesma Q que carro rápido

- Importante em colisões e impactos

Exemplo 1: Quantidade de Movimento

Calcule a quantidade de movimento de: (a) um carro de 1200 kg a 72 km/h, (b) uma chapa de 3000 kg a 36 km/h, (c) uma bola de futebol de 0,4 kg a 90 km/h.

Resolução:

(a) Carro:

1. $m = 1200$ kg, $v = 72$ km/h $= 20$ m/s
2. $Q = mv = 1200 \times 20 = 24000$ kg $\cdot$ m/s

(b) Chapa:

1. $m = 3000$ kg, $v = 36$ km/h $= 10$ m/s
2. $Q = mv = 3000 \times 10 = 30000$ kg $\cdot$ m/s

(c) Bola:

1. $m = 0,4$ kg, $v = 90$ km/h $= 25$ m/s
2. $Q = mv = 0,4 \times 25 = 10$ kg $\cdot$ m/s

Resposta: (a) 24.000 kg · m/s; (b) 30.000 kg · m/s; (c) 10 kg · m/s. **Nota:** A chapa mais lenta tem maior quantidade de movimento que o carro mais rápido!

Relação com a 2ª Lei de Newton

A Segunda Lei de Newton pode ser reescrita em termos da quantidade de movimento:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{\Delta\vec{Q}}{\Delta t} = \frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}}$$

Interpretação:

- A força resultante é igual à taxa de variação da quantidade de movimento
- $\vec{F} = \frac{\vec{Q}_f - \vec{Q}_i}{\Delta t}$
- Esta é a forma original proposta por Newton
- Mais geral que $F = ma$ (vale até para massa variável)

5.2 Impulso de uma Força

O impulso é a grandeza que relaciona a força aplicada com o tempo de aplicação. Está intimamente ligado à variação da quantidade de movimento.

Impulso de uma Força

Definição:

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t}$$

Onde:

- $\vec{I}$ = impulso (N · s ou kg · m/s)
- $\vec{F}$ = força (N)
- Δt = intervalo de tempo (s)

Teorema do Impulso:

$$\boxed{\vec{I} = \Delta\vec{Q} = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i}$$

$$\boxed{\vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i}$$

O impulso de uma força é igual à variação da quantidade de movimento que ela produz.

Características do Impulso:

- É uma grandeza vetorial
- Mesma direção e sentido da força
- Unidade: N · s (ou kg · m/s)
- Mesmo efeito: força grande por pouco tempo = força pequena por muito tempo
- Importante em colisões e impactos
- Em módulo: $I = F \cdot \Delta t$

Aplicações práticas:

- Airbags: aumentam o tempo de colisão, reduzindo a força
- Colchões para saltos: aumentam o tempo de impacto
- Luvas de boxe: distribuem a força no tempo
- Zonas de deformação em carros: aumentam tempo de impacto

Exemplo 2: Impulso numa Colisão

Um carro de 1000 kg viaja a 54 km/h (15 m/s) e colide com um muro, parando em 0,2 segundos. Calcule: (a) o impulso, (b) a força média de impacto.
Resolução:
(a) Impulso:

1. $Q_i = mv_i = 1000 \times 15 = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
2. $Q_f = mv_f = 1000 \times 0 = 0$ (parou)
3. $I = \Delta Q = Q_f - Q_i = 0 - 15000 = -15000 \text{ N} \cdot \text{s}$
4. (Negativo porque é contrário ao movimento)

(b) Força média:

1. $I = F \cdot \Delta t$
2. $-15000 = F \times 0,2$
3. $F = \frac{-15000}{0,2} = -75000$ N
4. Em módulo: $|F| = 75000$ N $= 75$ kN

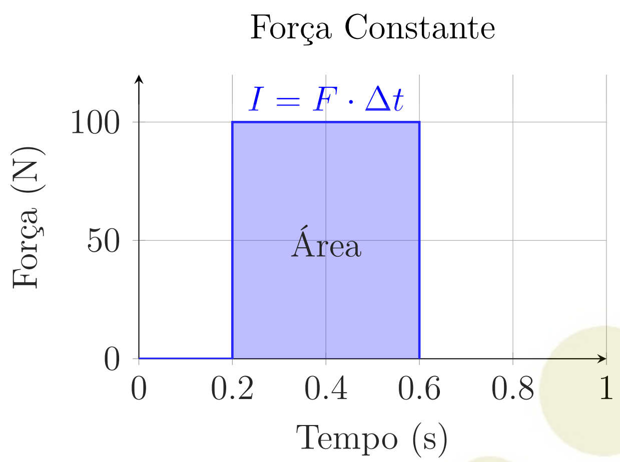
Resposta: (a) -15.000 N · s; (b) 75 kN (força muito grande!).

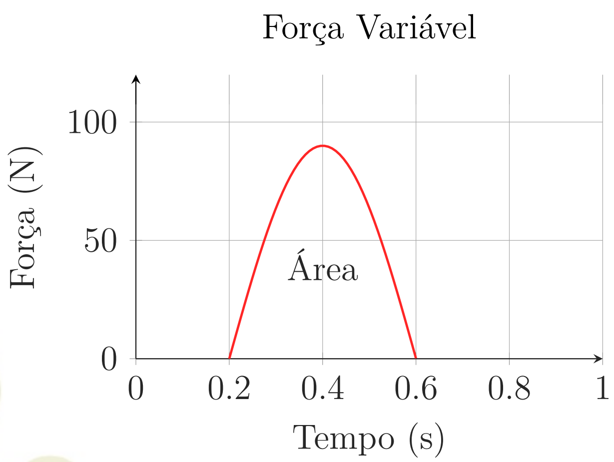
Exemplo 3: Efeito do Airbag

No exemplo anterior, se o carro tivesse airbag e o tempo de impacto aumentasse para 1 segundo, qual seria a nova força de impacto?
Resolução:

1. O impulso é o mesmo: $I = -15000 \text{ N} \cdot \text{s}$ (mesma variação de Q)
2. Mas agora: $\Delta t = 1$ s
3. $F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{-15000}{1} = -15000$ N
4. Em módulo: $|F| = 15$ kN

Resposta: 15 kN (5 vezes menor que sem airbag!). **Conclusão:** Aumentar o tempo de impacto reduz drasticamente a força.





O impulso é a área sob o gráfico Força × Tempo. Para força constante, $I = F\Delta t$. Para força variável, calculamos a integral (área total).

O impulso é a área sob o gráfico Força × Tempo. Para força constante, $I = F\Delta t$. Para força variável, calculamos a integral (área total).

5.2.1 Conservação da Quantidade de Movimento

Este é um dos princípios mais importantes da Física.

Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento: Num sistema isolado (sem forças externas), a quantidade de movimento total se conserva.

$$\boxed{\vec{Q}_{total(i)} = \vec{Q}_{total(f)}}$$

Para dois corpos:

$$\boxed{m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}}$$

Condições necessárias:

- Sistema isolado (sem forças externas)
- Ou: forças externas desprezíveis
- Ou: forças internas muito maiores que externas
- Ou: tempo muito curto (colisões)

Características:

- Vale mesmo se há forças internas (atrito entre os corpos)

- Vale em qualquer tipo de colisão
- É uma lei de conservação universal
- Consequência da 3ª Lei de Newton

5.3 Colisões Elásticas e Inelásticas

As colisões são classificadas de acordo com a conservação ou não da energia cinética.

5.3.1 Classificação das Colisões

Tipos de Colisões

1. Colisão Perfeitamente Elástica:

- Conserva quantidade de movimento: $\sum Q_i = \sum Q_f$
- Conserva energia cinética: $\sum E_{ci} = \sum E_{cf}$
- Coeficiente de restituição: $e = 1$
- Os corpos se separam após a colisão
- Exemplos: bolas de bilhar, átomos, colisões moleculares

Equações:

$$\boxed{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}}$$

$$\boxed{\frac{m_1 v_{1i}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2i}^2}{2} = \frac{m_1 v_{1f}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2f}^2}{2}}$$

2. Colisão Perfeitamente Inelástica:

- Conserva quantidade de movimento: $\sum Q_i = \sum Q_f$
- NÃO conserva energia cinética (perda máxima)
- Coeficiente de restituição: $e = 0$
- Os corpos se unem após a colisão (mesma velocidade final)
- Exemplos: carros em colisão frontal, bola de massa de modelar

Equação:

$$\boxed{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f}$$

3. Colisão Parcialmente Elástica:

- Conserva quantidade de movimento

- Perde parte da energia cinética
- Coeficiente de restituição: $0 < e < 1$
- Caso intermediário (mais realista)

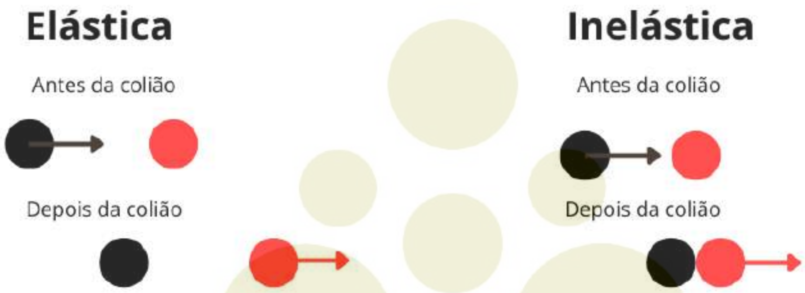


Figura 5.1: Os tipos de colisões: elástica (conserva energia cinética), inelástica (máxima perda de energia, corpos unidos)

Coeficiente de Restituição: O coeficiente de restituição (e) mede a "elasticidade"da colisão:

$$\boxed{e = \frac{|v_{separação}|}{|v_{aproximação}|} = \frac{|v_{2f} - v_{1f}|}{|v_{1i} - v_{2i}|}}$$

Valores:

- $e = 1$: colisão perfeitamente elástica
- $e = 0$: colisão perfeitamente inelástica
- $0 < e < 1$: colisão parcialmente elástica

Exemplos práticos:

- Bola de aço no aço: $e \approx 0,95$
- Bola de ténis no cimento: $e \approx 0,7$
- Bola de futebol na grama: $e \approx 0,5$
- Massa de modelar: $e \approx 0$

Exemplo 4: Colisão Perfeitamente Inelástica

Um carro de 1000 kg a 20 m/s colide frontalmente com outro carro de 1500 kg a 10 m/s em sentido oposto. Os carros se unem após a colisão. Calcule a velocidade final do conjunto.

Resolução:

1. Escolhendo sentido positivo para o primeiro carro:
2. $m_1 = 1000$ kg, $v_{1i} = +20$ m/s
3. $m_2 = 1500$ kg, $v_{2i} = -10$ m/s (sentido oposto)
4. Conservação da quantidade de movimento:
5. $m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = (m_1 + m_2)v_f$
6. $1000(20) + 1500(-10) = (1000 + 1500)v_f$
7. $20000 - 15000 = 2500v_f$
8. $5000 = 2500v_f$
9. $v_f = 2$ m/s (sentido do primeiro carro)

Resposta: O conjunto move-se a 2 m/s no sentido do primeiro carro.

Exemplo 5: Perda de Energia numa Colisão Inelástica

No exemplo anterior, calcule: (a) a energia cinética inicial total, (b) a energia cinética final, (c) a energia perdida.

Resolução:

(a) Energia cinética inicial:

1. $E_{ci} = \frac{m_1v_{1i}^2}{2} + \frac{m_2v_{2i}^2}{2}$
2. $E_{ci} = \frac{1000\times20^2}{2} + \frac{1500\times10^2}{2}$
3. $E_{ci} = \frac{400000}{2} + \frac{150000}{2}$
4. $E_{ci} = 200000 + 75000 = 275000$ J $= 275$ kJ

(b) Energia cinética final:

1. $E_{cf} = \frac{(m_1+m_2)v_f^2}{2}$
2. $E_{cf} = \frac{2500\times2^2}{2} = \frac{2500\times4}{2} = 5000$ J $= 5$ kJ

(c) Energia perdida:

1. $\Delta E = E_{ci} - E_{cf} = 275 - 5 = 270$ kJ
2. Percentual perdido: $\frac{270}{275} \times 100\% = 98,2\%$

Resposta: (a) 275 kJ; (b) 5 kJ; (c) 270 kJ perdidos (98% da energia!). **Nota:** Esta energia transforma-se em calor, deformação, som.

Exemplo 6: Colisão Perfeitamente Elástica

Duas bolas de bilhar de massas iguais ($m = 0,2$ kg) colidem frontalmente. A primeira viaja a 4 m/s e a segunda está parada. Calcule as velocidades finais (colisão perfeitamente elástica).

Resolução:

1. Dados: $m_1 = m_2 = m = 0,2$ kg, $v_{1i} = 4$ m/s, $v_{2i} = 0$
2. **Conservação da quantidade de movimento:**
3. $mv_{1i} + m(0) = mv_{1f} + mv_{2f}$
4. $v_{1i} = v_{1f} + v_{2f}$
5. $4 = v_{1f} + v_{2f}$ ... (equação 1)
6. **Conservação da energia cinética:**
7. $\frac{mv_{1i}^2}{2} + 0 = \frac{mv_{1f}^2}{2} + \frac{mv_{2f}^2}{2}$
8. $v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2$
9. $16 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2$ ... (equação 2)
10. **Para colisão elástica com massas iguais e um corpo parado:**
11. Há uma propriedade: as velocidades se trocam!
12. $v_{1f} = 0$ e $v_{2f} = v_{1i} = 4$ m/s
13. Verificando na eq. 1: $0 + 4 = 4$
14. Verificando na eq. 2: $0^2 + 4^2 = 16$

Resposta: $v_{1f} = 0$ (primeira bola para) e $v_{2f} = 4$ m/s (segunda adquire toda a velocidade). **Propriedade:** Em colisão elástica frontal com massas iguais, as bolas trocam velocidades!

Os três tipos de colisões: elástica (conserva energia cinética), inelástica (máxima perda de energia, corpos unidos), e parcial (caso intermediário, mais realista).

5.4 Exercícios Resolvidos

Vamos consolidar o conhecimento com exercícios completos sobre impulso e colisões.

Exercício Resolvido 1: Rebatida de uma Bola

Uma bola de ténis de 60 g viaja a 20 m/s e é rebatida na direção oposta a 25 m/s. O contato com a raquete dura 0,01 s. Calcule: (a) o impulso, (b) a força média

exercida pela raquete.
Resolução:
(a) Impulso:

1. $m = 60$ g $= 0,06$ kg
2. Escolhendo sentido inicial como positivo:
3. $Q_i = mv_i = 0,06 \times 20 = 1,2$ kg $\cdot$ m/s
4. $Q_f = mv_f = 0,06 \times (-25) = -1,5$ kg $\cdot$ m/s (sentido oposto)
5. $I = \Delta Q = Q_f - Q_i = -1,5 - 1,2 = -2,7$ N $\cdot$ s
6. Módulo: $|I| = 2,7$ N $\cdot$ s

(b) Força média:

1. $F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{-2,7}{0,01} = -270$ N
2. Módulo: $|F| = 270$ N

Resposta: (a) 2,7 N $\cdot$ s; (b) 270 N (força considerável para uma bola leve!).

Exercício Resolvido 2: Explosão

Um projétil de 3 kg em repouso explode em dois fragmentos. O primeiro, de 1 kg, sai a 60 m/s para a direita. Calcule a velocidade do segundo fragmento.
Resolução:

1. Antes da explosão: $Q_i = 0$ (em repouso)
2. Massas: $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 3 - 1 = 2$ kg
3. Velocidade do fragmento 1: $v_1 = +60$ m/s (direita)
4. Conservação da quantidade de movimento:
5. $Q_i = Q_f$
6. $0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$
7. $0 = 1(60) + 2v_2$
8. $2v_2 = -60$
9. $v_2 = -30$ m/s

Resposta: O segundo fragmento sai a 30 m/s para a esquerda (sentido oposto).

Exercício Resolvido 3: Coeficiente de Restituição

Uma bola é solta de 2 m de altura e após bater no chão sobe até 1,25 m. Calcule o coeficiente de restituição entre a bola e o chão.

Resolução:

1. Velocidade antes do impacto: $v_i = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \times 10 \times 2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ m/s
2. Velocidade após o impacto: $v_f = \sqrt{2gh_2} = \sqrt{2 \times 10 \times 1,25} = \sqrt{25} = 5$ m/s
3. Coeficiente de restituição:
4. $e = \frac{v_{separação}}{v_{aproximação}} = \frac{v_f}{v_i}$
5. $e = \frac{5}{2\sqrt{10}} = \frac{5}{2 \times 3{,}16} = \frac{5}{6{,}32} \approx 0,79$
6. Ou mais simples: $e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{\frac{1{,}25}{2}} = \sqrt{0,625} \approx 0,79$

Resposta: $e \approx 0,79$ (colisão parcialmente elástica).

Exercício Resolvido 4: Recuo de uma Arma

Um fuzil de 4 kg dispara uma bala de 10 g a 800 m/s. Calcule a velocidade de recuo do fuzil.

Resolução:

1. Antes do disparo: $Q_i = 0$ (sistema em repouso)
2. Massas: $m_b = 0,01$ kg (bala), $m_f = 4$ kg (fuzil)
3. Velocidade da bala: $v_b = +800$ m/s
4. Conservação:
5. $0 = m_b v_b + m_f v_f$
6. $0 = 0,01(800) + 4v_f$
7. $0 = 8 + 4v_f$
8. $v_f = -2$ m/s

Resposta: O fuzil recua a 2 m/s no sentido oposto (o sinal negativo indica recuo).

Exercício Resolvido 5: Colisão com Cálculo de Energia

Dois carros colidem frontalmente e ficam unidos. O primeiro (1200 kg a 25 m/s) e o segundo (1000 kg a 20 m/s em sentido oposto). Calcule: (a) velocidade final, (b) energia perdida, (c) percentual de perda.

Resolução:

(a) Velocidade final:

1. $m_1 = 1200$ kg, $v_{1i} = +25$ m/s
2. $m_2 = 1000$ kg, $v_{2i} = -20$ m/s
3. $m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = (m_1 + m_2)v_f$
4. $1200(25) + 1000(-20) = 2200v_f$
5. $30000 - 20000 = 2200v_f$
6. $v_f = \frac{10000}{2200} \approx 4,55$ m/s

(b) Energia perdida:

1. $E_{ci} = \frac{1200\times25^2}{2} + \frac{1000\times20^2}{2}$
2. $E_{ci} = 375000 + 200000 = 575000$ J $= 575$ kJ
3. $E_{cf} = \frac{2200\times4,55^2}{2} = \frac{2200\times20,7}{2} \approx 22770$ J $\approx 22,8$ kJ
4. $\Delta E = 575 - 22,8 = 552,2$ kJ

(c) Percentual:

1. $\% = \frac{552,2}{575} \times 100\% \approx 96\%$

Resposta: (a) 4,55 m/s; (b) 552 kJ perdidos; (c) 96

Exercícios

Exercícios de Fixação

1. Calcule a quantidade de movimento de um camião de 8000 kg a 54 km/h.
2. Uma força constante de 150 N atua sobre um corpo durante 4 segundos. Calcule o impulso.
3. Um carro de 1500 kg freia de 90 km/h até parar em 5 segundos. Calcule: (a) o impulso, (b) a força média de travagem.
4. Uma bola de 200 g é lançada com velocidade de 15 m/s e retorna com 12 m/s na mesma direção. Calcule a variação da quantidade de movimento.
5. Dois carros, um de 1000 kg a 20 m/s e outro de 1500 kg a 15 m/s no mesmo sentido, colidem e ficam unidos. Calcule a velocidade final.
6. Um corpo de 3 kg em repouso explode em dois fragmentos de 1 kg e 2 kg. O primeiro sai a 30 m/s. Calcule a velocidade do segundo.
7. Uma bola é solta de 5 m e sobe até 3,2 m após bater no chão. Calcule o coeficiente de restituição.

8. Um jogador chuta uma bola de 400 g parada, aplicando força média de 800 N durante 0,05 s. Calcule a velocidade da bola após o chute.

9. Dois patinadores de massas 60 kg e 80 kg estão parados e se empurram. O primeiro se afasta a 4 m/s. Calcule a velocidade do segundo.

10. Um carro de 1200 kg a 25 m/s colide com outro de 800 kg parado. Após a colisão ficam unidos. Calcule: (a) velocidade final, (b) energia perdida.

11. Uma bola de 0,5 kg a 10 m/s colide elasticamente com outra de 0,5 kg parada. Calcule as velocidades finais.

12. Um projétil de 50 g é disparado horizontalmente a 600 m/s de um fuzil de 5 kg. Calcule a velocidade de recuo.

13. Numa colisão, um carro de 1000 kg a 30 m/s bate num muro e para em 0,3 s. Calcule a força média de impacto.

14. Dois corpos de massas 2 kg e 3 kg viajam em sentidos opostos a 5 m/s e 4 m/s. Após a colisão inelástica, calcule a velocidade final.

15. Uma bola de 1 kg viajando a 8 m/s colide com outra de 2 kg parada. Se a primeira volta a 2 m/s, calcule a velocidade da segunda (use conservação de Q).

Respostas:

1. **Solução:** $v = 54$ km/h $= 15$ m/s
   $Q = mv = 8000 \times 15 = 120000$ kg $\cdot$ m/s
   Resposta: 120.000 kg · m/s

2. **Solução:** $I = F\Delta t = 150 \times 4 = 600$ N $\cdot$ s
   Resposta: 600 N · s

3. **Solução:** $v_i = 90$ km/h $= 25$ m/s, $v_f = 0$
   (a) $I = m\Delta v = 1500(0 - 25) = -37500$ N $\cdot$ s (módulo: 37500 N $\cdot$ s)
   (b) $F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{-37500}{5} = -7500$ N (módulo: 7500 N)
   Resposta: (a) 37.500 N · s; (b) 7500 N

4. **Solução:** $m = 0,2$ kg, $v_i = +15$ m/s, $v_f = -12$ m/s
   $\Delta Q = m(v_f - v_i) = 0,2(-12 - 15) = 0,2(-27) = -5,4$ kg $\cdot$ m/s
   Resposta: -5,4 kg · m/s (ou 5,4 kg · m/s de variação)

5. **Solução:** $m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = (m_1 + m_2)v_f$
   $1000(20) + 1500(15) = 2500v_f$
   $20000 + 22500 = 2500v_f$
   $v_f = \frac{42500}{2500} = 17$ m/s
   Resposta: 17 m/s

6. **Solução:** $0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$
   $0 = 1(30) + 2v_2$
   $v_2 = -15$ m/s
   Resposta: 15 m/s no sentido oposto

7. **Solução:** $e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{\frac{3,2}{5}} = \sqrt{0,64} = 0,8$
   Resposta: 0,8

8. **Solução:** $I = F\Delta t = 800 \times 0,05 = 40$ N $\cdot$ s
   $I = mv - 0 \Rightarrow v = \frac{I}{m} = \frac{40}{0,4} = 100$ m/s
   Resposta: 100 m/s

9. **Solução:** $0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$
   $0 = 60(4) + 80v_2$
   $v_2 = \frac{-240}{80} = -3$ m/s
   Resposta: 3 m/s no sentido oposto

10. **Solução:**
    (a) $1200(25) + 0 = 2000v_f \Rightarrow v_f = 15$ m/s
    (b) $E_{ci} = \frac{1200 \times 625}{2} = 375000$ J
    $E_{cf} = \frac{2000 \times 225}{2} = 225000$ J
    $\Delta E = 375000 - 225000 = 150000$ J $= 150$ kJ
    Resposta: (a) 15 m/s; (b) 150 kJ perdidos

11. **Solução:** Massas iguais em colisão elástica: trocam velocidades
    $v_{1f} = 0$ m/s, $v_{2f} = 10$ m/s
    Resposta: primeira para (0), segunda a 10 m/s

12. **Solução:** $m_b = 0,05$ kg, $m_f = 5$ kg
    $0 = 0,05(600) + 5v_f$
    $v_f = \frac{-30}{5} = -6$ m/s
    Resposta: 6 m/s (recuo)

13. **Solução:** $I = m\Delta v = 1000(0 - 30) = -30000$ N $\cdot$ s
    $F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{-30000}{0,3} = -100000$ N
    Resposta: 100 kN (100.000 N)

14. **Solução:** Sentidos opostos: $v_1 = +5$ m/s, $v_2 = -4$ m/s
    $2(5) + 3(-4) = 5v_f$
    $10 - 12 = 5v_f$
    $v_f = -0,4$ m/s
    Resposta: 0,4 m/s no sentido do corpo de 3 kg

15. **Solução:** $m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$
    $1(8) + 0 = 1(-2) + 2v_{2f}$
    $8 = -2 + 2v_{2f}$
    $v_{2f} = 5$ m/s
    Resposta: 5 m/s

6 Hidrostática

A hidrostática é o ramo da Física que estuda os fluidos (líquidos e gases) em repouso e as forças que atuam sobre eles. Neste capítulo, aprenderá sobre pressão em fluidos, como funcionam os sistemas hidráulicos e por que alguns corpos flutuam enquanto outros afundam.

6.1 Pressão Hidrostática

A pressão hidrostática é a pressão exercida por um fluido em repouso sobre um corpo nele imerso. Quanto mais profundo você mergulha no oceano ou numa piscina, maior é a pressão que sente. Isso acontece devido ao peso da coluna de líquido acima de você.

Fórmulas da Pressão

Pressão (definição geral):

$$\boxed{P = \frac{F}{A}}$$

Pressão Hidrostática:

$$\boxed{P_h = \rho \cdot g \cdot h}$$

Pressão Total:

$$\boxed{P_{total} = P_{atm} + P_h = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h}$$

Onde:

- P = pressão (Pa ou N/m^2)
- F = força (N)
- A = área (m^2)
- ρ = densidade do fluido (kg/m^3)
- g = aceleração da gravidade (10 m/s^2)
- h = profundidade (m)
- P_{atm} = pressão atmosférica ($\approx$ 101.000 Pa ou 1 atm)

Unidades de Pressão:

- 1 Pa (Pascal) = 1 N/m^2
- 1 atm (atmosfera) = 101.000 Pa = 101 kPa
- 1 bar = 100.000 Pa = 100 kPa

Características da Pressão Hidrostática:

- A pressão aumenta com a profundidade
- A pressão independe da forma do recipiente
- A pressão é a mesma em todos os pontos à mesma profundidade
- A pressão atua em todas as direções (não apenas para baixo)
- Depende da densidade do fluido, não do volume total
- Em fluidos diferentes, a mesma profundidade resulta em pressões diferentes

Exemplo 1: Mergulho na Baía de Maputo

Um mergulhador está a 15 metros de profundidade na Baía de Maputo. Calcule a pressão hidrostática e a pressão total sobre ele. (Use $\rho_{água} = 1000$ kg/m^3, $g = 10$ m/s^2, $P_{atm} = 100.000$ Pa)
Resolução:

1. Dados: $h = 15$ m, $\rho = 1000$ kg/m^3, $g = 10$ m/s^2
2. Pressão hidrostática: $P_h = \rho \cdot g \cdot h$
3. $P_h = 1000 \times 10 \times 15$
4. $P_h = 150.000$ Pa $= 150$ kPa
5. Pressão total: $P_{total} = P_{atm} + P_h$
6. $P_{total} = 100.000 + 150.000 = 250.000$ Pa
7. $P_{total} = 250$ kPa $= 2{,}5$ atm

Resposta: A pressão hidrostática é 150 kPa e a pressão total é 250 kPa (2,5 vezes a pressão atmosférica).

Exemplo 2: Caixa d'água

Uma caixa d'água está instalada no topo de um prédio, a 20 metros acima de uma torneira. Qual é a pressão da água na torneira devido à coluna d'água?
Resolução:

1. Dados: $h = 20$ m, $\rho = 1000$ kg/m^3, $g = 10$ m/s^2
2. Fórmula: $P_h = \rho \cdot g \cdot h$
3. Substituição: $P_h = 1000 \times 10 \times 20$
4. Cálculo: $P_h = 200.000$ Pa $= 200$ kPa

Resposta: A pressão na torneira é 200 kPa (aproximadamente 2 atm).

6.2 Princípio de Pascal

O Princípio de Pascal afirma que uma variação de pressão aplicada a um fluido em equilíbrio é transmitida integralmente a todos os pontos do fluido e às paredes do recipiente. Este princípio é fundamental para o funcionamento de sistemas hidráulicos, como elevadores de carros e freios de veículos.

Princípio de Pascal

Enunciado: Uma pressão aplicada a um fluido confinado transmite-se integralmente a todos os pontos do fluido.

Prensa Hidráulica:

$$\boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$$

Ou rearranjando:

$$\boxed{F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}}$$

Relação com raios circulares:

$$\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}}$$

Onde:

- F_1 = força aplicada no pistão menor (N)
- F_2 = força obtida no pistão maior (N)
- A_1 = área do pistão menor (m^2)
- A_2 = área do pistão maior (m^2)
- r_1 e r_2 = raios dos pistões (m)

Vantagem Mecânica:

$$\boxed{VM = \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}}$$

Características do Princípio de Pascal:

- A pressão é transmitida igualmente em todas as direções
- Permite multiplicar forças em sistemas hidráulicos
- A força maior está sempre no pistão de maior área
- Não há criação de energia: $F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$ (trabalho conservado)
- Aplicações: macacos hidráulicos, freios de carros, elevadores

- O fluido deve ser incompressível (líquidos são ideais)

Exemplo 3: Macaco Hidráulico

Um macaco hidráulico tem um pistão pequeno de raio 2 cm e um pistão grande de raio 10 cm. Se aplicarmos uma força de 50 N no pistão pequeno, que força será obtida no pistão grande?

Resolução:

1. Dados: $r_1 = 2$ cm $= 0{,}02$ m, $r_2 = 10$ cm $= 0{,}10$ m, $F_1 = 50$ N
2. Áreas: $A_1 = \pi r_1^2 = \pi(0,02)^2 = 0,0004\pi$ m^2
3. $A_2 = \pi r_2^2 = \pi(0,10)^2 = 0,01\pi$ m^2
4. Relação: $\frac{A_2}{A_1} = \frac{0{,}01\pi}{0{,}0004\pi} = \frac{0{,}01}{0{,}0004} = 25$
5. Ou simplesmente: $\frac{A_2}{A_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{10^2}{2^2} = \frac{100}{4} = 25$
6. Força: $F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1} = 50 \times 25 = 1250$ N

Resposta: A força obtida no pistão grande é 1250 N, que é 25 vezes maior que a força aplicada.

Exemplo 4: Elevador de Automóveis

Uma oficina em Maputo usa um elevador hidráulico. O pistão pequeno tem área de 10 cm^2 e o grande tem área de 500 cm^2. Que força deve ser aplicada no pistão pequeno para elevar um carro de 1000 kg?

Resolução:

1. Dados: $A_1 = 10$ cm^2, $A_2 = 500$ cm^2, $m = 1000$ kg
2. Peso do carro: $F_2 = m \cdot g = 1000 \times 10 = 10.000$ N
3. Princípio de Pascal: $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$
4. $F_1 = F_2 \cdot \frac{A_1}{A_2} = 10.000 \times \frac{10}{500}$
5. $F_1 = 10.000 \times 0,02 = 200$ N

Resposta: É necessária uma força de apenas 200 N (aproximadamente 20 kg) para elevar o carro de 1000 kg.

Representação da Prensa Hidráulica: A prensa hidráulica multiplica a força: uma força pequena F_1 aplicada numa área pequena A_1 produz uma força grande F_2 numa área grande A_2.

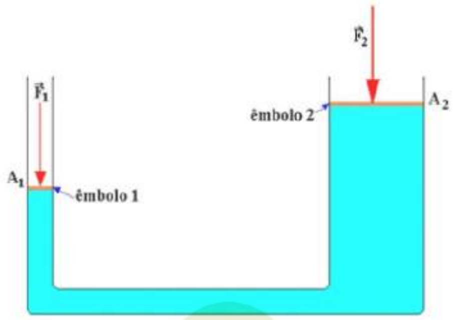


Figura 6.1:

6.3 Teorema de Arquimedes (Empuxo)

O Teorema de Arquimedes afirma que todo corpo imerso num fluido recebe uma força vertical para cima, chamada empuxo, igual ao peso do fluido deslocado. Este princípio explica por que os navios flutuam e por que nos sentimos mais leves dentro da água.

Teorema de Arquimedes

Empuxo:

$$\boxed{E = \rho_{fluido} \cdot g \cdot V_{deslocado}}$$

Ou, usando massa do fluido deslocado:

$$\boxed{E = m_{fluido} \cdot g}$$

Condições de equilíbrio:

- **Corpo afunda:** $P > E$ (peso maior que empuxo)
- **Corpo flutua em equilíbrio:** $P = E$ (peso igual ao empuxo)
- **Corpo sobe:** $P < E$ (peso menor que empuxo)

Peso aparente:

$$\boxed{P_{aparente} = P - E = m \cdot g - \rho_{fluido} \cdot g \cdot V}$$

Onde:

- E = empuxo (N)
- ρ_{fluido} = densidade do fluido (kg/m^3)
- g = aceleração da gravidade (10 m/s^2)
- $V_{deslocado}$ = volume de fluido deslocado (m^3)
- P = peso do corpo (N)

- m = massa do corpo (kg)

Densidades importantes:

- Água: $\rho = 1000$ kg/m^3 = 1 g/cm^3
- Água do mar: $\rho \approx 1030$ kg/m^3
- Ar: $\rho \approx 1,3$ kg/m^3
- Gelo: $\rho \approx 920$ kg/m^3
- Ferro: $\rho \approx 7800$ kg/m^3

Características do Empuxo:

- O empuxo sempre atua verticalmente para cima
- É independente da profundidade (desde que o corpo esteja totalmente imerso)
- Depende da densidade do fluido, não do corpo
- Depende do volume deslocado, não da massa do corpo
- Um corpo flutua se sua densidade for menor que a do fluido
- Corpo totalmente imerso: $V_{deslocado} = V_{corpo}$
- Corpo parcialmente imerso: $V_{deslocado} < V_{corpo}$

Exemplo 5: Bloco de Madeira Flutuando

Um bloco de madeira de densidade 600 kg/m^3 e volume 0,002 m^3 é colocado na água. Calcule: (a) o empuxo sobre o bloco, (b) o peso do bloco, (c) que fração do volume fica submersa?
Resolução:
(a) Empuxo (quando totalmente imerso):

1. Dados: $\rho_{água} = 1000$ kg/m^3, $V = 0,002$ m^3
2. $E = \rho_{água} \cdot g \cdot V$
3. $E = 1000 \times 10 \times 0,002 = 20$ N

(b) Peso do bloco:

1. Massa: $m = \rho_{madeira} \cdot V = 600 \times 0,002 = 1,2$ kg
2. Peso: $P = m \cdot g = 1,2 \times 10 = 12$ N

(c) Fração submersa:

1. Como $P < E$, o bloco flutua

2. No equilíbrio: $P = E_{real}$
3. $12 = 1000 \times 10 \times V_{submerso}$
4. $V_{submerso} = \frac{12}{10000} = 0,0012$ m^3
5. Fração: $\frac{V_{submerso}}{V_{total}} = \frac{0,0012}{0,002} = 0,6 = 60\%$

Resposta: (a) E = 20 N; (b) P = 12 N; (c) 60% do volume fica submerso.

Exemplo 6: Peso Aparente

Uma pedra de 5 kg e volume 0,002 m^3 é mergulhada completamente na água. Qual é o seu peso aparente?
Resolução:

1. Dados: $m = 5$ kg, $V = 0,002$ m^3, $\rho_{água} = 1000$ kg/m^3
2. Peso real: $P = m \cdot g = 5 \times 10 = 50$ N
3. Empuxo: $E = \rho_{água} \cdot g \cdot V = 1000 \times 10 \times 0,002 = 20$ N
4. Peso aparente: $P_{aparente} = P - E$
5. $P_{aparente} = 50 - 20 = 30$ N

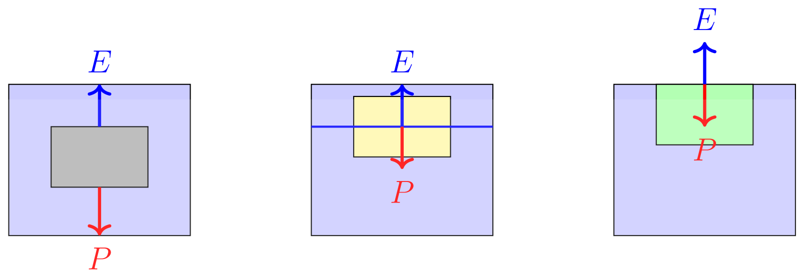
Resposta: O peso aparente da pedra na água é 30 N (40% mais leve que fora da água).

Exemplo 7: Barco no Porto de Maputo

Um pequeno barco de pesca tem massa de 800 kg. Que volume de água deve deslocar para flutuar em equilíbrio na Baía de Maputo? (Use $\rho_{água\ mar} = 1030$ kg/m^3)
Resolução:

1. Dados: $m = 800$ kg, $\rho_{água} = 1030$ kg/m^3
2. Peso: $P = m \cdot g = 800 \times 10 = 8000$ N
3. Condição de flutuação: $P = E$
4. $8000 = \rho_{água} \cdot g \cdot V$
5. $8000 = 1030 \times 10 \times V$
6. $V = \frac{8000}{10300} \approx 0,777$ m^3

Resposta: O barco deve deslocar aproximadamente 0,777 m^3 (777 litros) de água do mar.



Afunda
$P > E$
$\rho_{corpo} > \rho_{fluido}$

Flutua
$P = E$
$\rho_{corpo} < \rho_{fluido}$

Sobe
$P < E$
$\rho_{corpo} \ll \rho_{fluido}$

As três situações possíveis: corpo afunda quando é mais denso que o fluido, flutua em equilíbrio quando as forças se equilibram, e sobe quando é menos denso.

6.4 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. A que profundidade a pressão hidrostática na água é igual à pressão atmosférica (100 kPa)?
2. Um aquário tem altura de 50 cm e está completamente cheio de água. Qual é a pressão no fundo do aquário?
3. Uma prensa hidráulica tem pistões de diámetros 4 cm e 20 cm. Se aplicarmos 80 N no pistão menor, qual a força no pistão maior?
4. Um cubo de gelo de massa 100 g flutua na água. Sabendo que a densidade do gelo é 920 kg/m^3, que volume fica submerso?
5. Um corpo de volume 5 litros e massa 3 kg é totalmente imerso na água. Calcule: (a) o empuxo, (b) o peso aparente, (c) o corpo afunda ou sobe?
6. Um cilindro maciço de alumínio ($\rho = 2700$ kg/m^3) de volume 0,001 m^3 é mergulhado completamente num tanque com óleo ($\rho = 800$ kg/m^3). Determine a força resultante sobre o cilindro.
7. Num sistema hidráulico, o pistão menor tem raio de 5 cm e recebe uma força de 200 N. Que raio deve ter o pistão maior para produzir uma força de 3200 N?
8. Um bloco cúbico de aresta 20 cm e densidade 700 kg/m^3 flutua na água. Calcule: (a) o peso do bloco, (b) a altura da parte submersa.
9. A pressão total a certa profundidade no oceano é 520 kPa. Qual é essa profundidade? (Use $P_{atm} = 100$ kPa, $\rho_{mar} = 1030$ kg/m^3)

10. Um balão cheio de hélio ($\rho_{He} = 0,18$ kg/m^3) tem volume de 2 m^3. Qual é a força resultante sobre o balão no ar? ($\rho_{ar} = 1,3$ kg/m^3)

Respostas:

1. $h = 10$ m

   → $P_h = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow 100.000 = 1000 \times 10 \times h$
   → $h = \frac{100.000}{10.000} = 10$ m

2. $P_{total} = 105$ kPa

   → $h = 50$ cm $= 0{,}5$ m
   → $P_h = 1000 \times 10 \times 0,5 = 5.000$ Pa $= 5$ kPa
   → $P_{total} = 100 + 5 = 105$ kPa

3. $F_2 = 2000$ N

   → $d_1 = 4$ cm, $d_2 = 20$ cm $\Rightarrow r_1 = 2$ cm, $r_2 = 10$ cm
   → $\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{10^2}{2^2} = 25$
   → $F_2 = 80 \times 25 = 2000$ N

4. $V_{submerso} = 0,0001$ m^3 $= 100$ cm^3

   → $m = 100$ g $= 0{,}1$ kg
   → Volume total: $V_{total} = \frac{m}{\rho_{gelo}} = \frac{0{,}1}{920} \approx 0,000109$ m^3
   → Peso: $P = m \cdot g = 0,1 \times 10 = 1$ N
   → No equilíbrio: $P = E = \rho_{água} \cdot g \cdot V_{submerso}$
   → $1 = 1000 \times 10 \times V_{submerso}$
   → $V_{submerso} = 0,0001$ m^3 $= 100$ cm^3

5. (a) $E = 50$ N; (b) $P_{aparente} = -20$ N; (c) sobe

   → $V = 5$ L $= 0{,}005$ m^3, $m = 3$ kg
   → (a) $E = 1000 \times 10 \times 0,005 = 50$ N
   → Peso real: $P = 3 \times 10 = 30$ N
   → (b) $P_{aparente} = 30 - 50 = -20$ N (negativo indica força para cima)
   → (c) Como $P < E$ (30 N $<$ 50 N), o corpo sobe

6. $F_R = 19$ N para baixo

   → $V = 0,001$ m^3
   → Peso: $P = \rho_{Al} \cdot V \cdot g = 2700 \times 0,001 \times 10 = 27$ N

$\rightarrow$ Empuxo: $E = \rho_{óleo} \cdot g \cdot V = 800 \times 10 \times 0,001 = 8$ N

$\rightarrow$ Força resultante: $F_R = P - E = 27 - 8 = 19$ N (para baixo, afunda)

7. $r_2 = 20$ cm

$\rightarrow$ $r_1 = 5$ cm, $F_1 = 200$ N, $F_2 = 3200$ N

$\rightarrow$ $\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{3200}{200} = \frac{r_2^2}{5^2}$

$\rightarrow$ $16 = \frac{r_2^2}{25} \Rightarrow r_2^2 = 16 \times 25 = 400$

$\rightarrow$ $r_2 = \sqrt{400} = 20$ cm

8. (a) $P = 54,88$ N; (b) $h_{sub} = 14$ cm

$\rightarrow$ Aresta: $a = 20$ cm $= 0{,}2$ m

$\rightarrow$ Volume: $V = a^3 = 0,008$ m^3

$\rightarrow$ Massa: $m = \rho \cdot V = 700 \times 0,008 = 5,6$ kg

$\rightarrow$ (a) Peso: $P = 5,6 \times 9,8 = 54,88$ N

$\rightarrow$ (b) Empuxo no equilíbrio: $E = P = 54,88$ N

$\rightarrow$ $54,88 = 1000 \times 9,8 \times V_{submerso}$

$\rightarrow$ $V_{submerso} = 0,0056$ m^3

$\rightarrow$ Área da base: $A = a^2 = 0,04$ m^2

$\rightarrow$ Altura submersa: $h_{sub} = \frac{V_{submerso}}{A} = \frac{0{,}0056}{0{,}04} = 0,14$ m $= 14$ cm

9. $h \approx 40,8$ m

$\rightarrow$ $P_{total} = 520$ kPa $= 520.000$ Pa, $P_{atm} = 100$ kPa $= 100.000$ Pa

$\rightarrow$ $P_h = P_{total} - P_{atm} = 520.000 - 100.000 = 420.000$ Pa

$\rightarrow$ $P_h = \rho_{mar} \cdot g \cdot h \Rightarrow 420.000 = 1030 \times 10 \times h$

$\rightarrow$ $h = \frac{420.000}{10.300} \approx 40,8$ m

10. $F_R = 22,4$ N para cima

$\rightarrow$ Volume: $V = 2$ m^3

$\rightarrow$ Peso do hélio: $P = \rho_{He} \cdot V \cdot g = 0,18 \times 2 \times 10 = 3,6$ N

$\rightarrow$ Empuxo: $E = \rho_{ar} \cdot g \cdot V = 1,3 \times 10 \times 2 = 26$ N

$\rightarrow$ Força resultante: $F_R = E - P = 26 - 3,6 = 22,4$ N (para cima)

7 Eletrodinâmica

A eletrodinâmica é o ramo da Física que estuda as cargas elétricas em movimento e os circuitos elétricos. Neste capítulo, aprenderá como funciona a corrente elétrica, como calcular resistências e como analisar circuitos elétricos complexos - conhecimentos essenciais para entender desde uma simples lâmpada até a rede elétrica de Moçambique.

7.1 Corrente Elétrica

A corrente elétrica é o fluxo ordenado de cargas elétricas através de um condutor. Quando você liga um aparelho elétrico na tomada de sua casa em Maputo, elétrons se movem através dos fios, transportando energia elétrica.

Fórmulas da Corrente Elétrica

Corrente elétrica (definição):

$$\boxed{i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}}$$

Carga elementar:

$$\boxed{Q = n \cdot e}$$

Potência elétrica:

$$\boxed{P = U \cdot i}$$

Energia elétrica:

$$\boxed{E = P \cdot t = U \cdot i \cdot t}$$

Onde:

- i = corrente elétrica (A - ampere)
- ΔQ = carga elétrica (C - coulomb)
- Δt = intervalo de tempo (s)
- n = número de elétrons
- $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (carga do elétron)
- P = potência (W - watt)
- U = tensão/diferença de potencial (V - volt)
- E = energia (J - joule ou kWh)

Conversão importante:

- 1 kWh = 3.600.000 J = 3,6 MJ
- 1 mA = 10^{-3} A
- 1 μA = 10^{-6} A

Características da Corrente Elétrica:

- Sentido convencional: do polo positivo (+) para o negativo (-)
- Sentido real dos elétrons: do negativo (-) para o positivo (+)
- **Corrente Contínua (CC ou DC):** intensidade e sentido constantes
- **Corrente Alternada (CA ou AC):** intensidade e sentido variáveis
- A rede elétrica de Moçambique (EDM) fornece CA de 220V, 50Hz
- Baterias fornecem corrente contínua (CC)
- A corrente é a mesma em todos os pontos de um condutor

Exemplo 1: Corrente numa Lâmpada

Uma lâmpada em Maputo está ligada à rede elétrica de 220V e consome uma potência de 60W. Calcule: (a) a corrente elétrica, (b) a energia consumida em 5 horas, (c) o custo se o kWh custa 4,50 MT.

Resolução:

(a) Corrente elétrica:

1. Dados: $P = 60$ W, $U = 220$ V
2. Fórmula: $P = U \cdot i$
3. $i = \frac{P}{U} = \frac{60}{220}$
4. $i \approx 0,273$ A = 273 mA

(b) Energia consumida:

1. $t = 5$ h
2. $E = P \cdot t = 60 \times 5 = 300$ Wh = 0,3 kWh

(c) Custo:

1. Custo = 0,3 kWh × 4,50 MT/kWh
2. Custo = 1,35 MT

Resposta: (a) i ≈ 0,273 A; (b) E = 0,3 kWh; (c) Custo = 1,35 MT

Exemplo 2: Número de Elétrons

Numa secção de um fio condutor passam 2 C de carga em 4 segundos. Calcule: (a) a corrente elétrica, (b) o número de elétrons que atravessaram a secção.
Resolução:
(a) Corrente:

1. Dados: $\Delta Q = 2$ C, $\Delta t = 4$ s
2. $i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{2}{4} = 0,5$ A

(b) Número de elétrons:

1. $Q = n \cdot e$
2. $n = \frac{Q}{e} = \frac{2}{1,6 \times 10^{-19}}$
3. $n = 1,25 \times 10^{19}$ elétrons

Resposta: (a) i = 0,5 A; (b) n = 1,25 $\times$ 10^{19} elétrons

7.2 Leis de Ohm

As Leis de Ohm estabelecem relações fundamentais entre tensão, corrente e resistência elétrica. Georg Ohm descobriu que, para muitos materiais, a corrente é proporcional à tensão aplicada.

7.2.1 Primeira Lei de Ohm

Primeira Lei de Ohm

Enunciado: A corrente elétrica num condutor é diretamente proporcional à tensão aplicada e inversamente proporcional à resistência.

$$\boxed{U = R \cdot i}$$

Outras formas:

$$\boxed{i = \frac{U}{R}} \qquad \boxed{R = \frac{U}{i}}$$

Potência em função da resistência:

$$\boxed{P = U \cdot i = R \cdot i^2 = \frac{U^2}{R}}$$

Onde:

- U = tensão/diferença de potencial (V)

- R = resistência elétrica (Ω - ohm)
- i = corrente elétrica (A)
- P = potência dissipada (W)

Condutor ôhmico: Um condutor que obedece à Lei de Ohm (R constante) é chamado de condutor ôhmico. Seu gráfico U $\times$ i é uma reta que passa pela origem.

Características da Primeira Lei de Ohm:

- Válida para condutores ôhmicos (R constante)
- A resistência depende do material e da temperatura
- Maior resistência $\rightarrow$ menor corrente (para mesma tensão)
- Maior tensão $\rightarrow$ maior corrente (para mesma resistência)
- Gráfico U $\times$ i linear indica condutor ôhmico
- Lâmpadas incandescentes NÃO são ôhmicas (R varia com temperatura)

Exemplo 3: Resistor num Circuito

Um resistor de 100 Ω é ligado a uma bateria de 12V. Calcule: (a) a corrente, (b) a potência dissipada, (c) a energia consumida em 10 minutos.
Resolução:
(a) Corrente:

1. Dados: $R = 100\ \Omega$, $U = 12$ V
2. $i = \frac{U}{R} = \frac{12}{100} = 0,12$ A $= 120$ mA

(b) Potência:

1. $P = U \cdot i = 12 \times 0,12 = 1,44$ W
2. Ou: $P = \frac{U^2}{R} = \frac{144}{100} = 1,44$ W
3. Ou: $P = R \cdot i^2 = 100 \times (0,12)^2 = 1,44$ W

(c) Energia:

1. $t = 10$ min $= 600$ s
2. $E = P \cdot t = 1,44 \times 600 = 864$ J

Resposta: (a) i = 0,12 A; (b) P = 1,44 W; (c) E = 864 J

7.2.2 Segunda Lei de Ohm

Segunda Lei de Ohm

Enunciado: A resistência de um condutor é diretamente proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional à sua área de secção transversal.

$$\boxed{R = \rho \cdot \frac{L}{A}}$$

Onde:

- R = resistência (Ω)
- ρ = resistividade do material (Ω·m)
- L = comprimento do condutor (m)
- A = área da secção transversal (m^2)

Resistividades importantes (a 20°C):

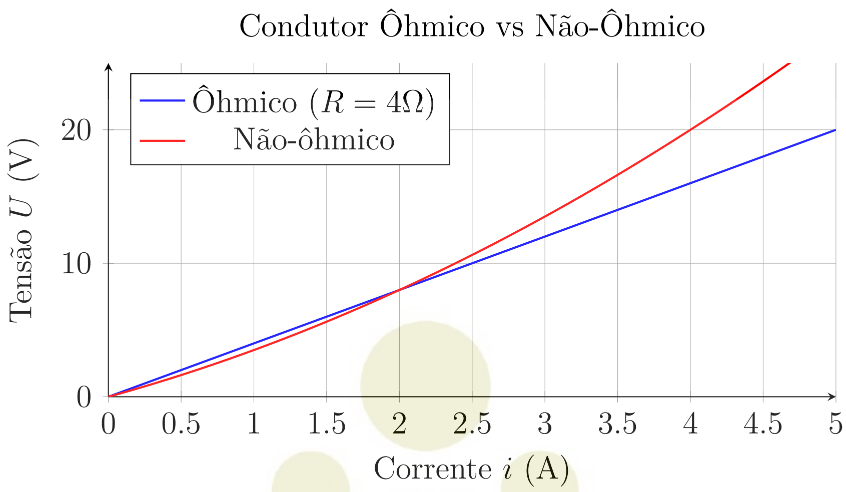
- Prata: $\rho = 1,6 \times 10^{-8}$ Ω·m
- Cobre: $\rho = 1,7 \times 10^{-8}$ Ω·m
- Alumínio: $\rho = 2,8 \times 10^{-8}$ Ω·m
- Ferro: $\rho = 10 \times 10^{-8}$ Ω·m

Exemplo 4: Fio de Cobre

Um fio de cobre tem comprimento de 10 m e diâmetro de 2 mm. Calcule sua resistência. (Use $\rho_{cobre} = 1,7 \times 10^{-8}$ Ω·m)
Resolução:

1. Dados: $L = 10$ m, $d = 2$ mm $= 2 \times 10^{-3}$ m
2. Raio: $r = \frac{d}{2} = 1 \times 10^{-3}$ m
3. Área: $A = \pi r^2 = \pi \times (10^{-3})^2 = \pi \times 10^{-6}$ m^2
4. $A \approx 3,14 \times 10^{-6}$ m^2
5. Resistência: $R = \rho \cdot \frac{L}{A}$
6. $R = 1,7 \times 10^{-8} \times \frac{10}{3,14 \times 10^{-6}}$
7. $R = \frac{1,7 \times 10^{-7}}{3,14 \times 10^{-6}} = \frac{1,7}{31,4} \approx 0,054\ \Omega$

Resposta: R ≈ 0,054 Ω = 54 mΩ



O condutor ôhmico apresenta uma reta (resistência constante), enquanto o não-ôhmico apresenta uma curva (resistência variável).

7.3 Associação de Resistências

Resistores podem ser associados de diferentes formas num circuito. As duas configurações básicas são em série e em paralelo, mas também existem associações mistas.

7.3.1 Associação em Série

Resistores em Série

Características:

- Mesma corrente em todos os resistores: $i_1 = i_2 = i_3 = i$
- Tensão total é a soma das tensões: $U_{total} = U_1 + U_2 + U_3$
- Resistência equivalente (soma):

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n}$$

Divisor de tensão:

$$\boxed{U_i = U_{total} \cdot \frac{R_i}{R_{eq}}}$$

Características da Associação em Série:

- R_{eq} sempre maior que qualquer resistor individual
- Se um resistor queima, o circuito inteiro para

- Corrente diminui quando adicionamos mais resistores
- Usado em divisores de tensão
- Exemplo: lâmpadas de Natal antigas

Exemplo 5: Três Resistores em Série

Três resistores de 10 Ω, 20 Ω e 30 Ω são ligados em série a uma bateria de 12V. Calcule: (a) a resistência equivalente, (b) a corrente no circuito, (c) a tensão em cada resistor.

Resolução:

(a) Resistência equivalente:

1. $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$
2. $R_{eq} = 10 + 20 + 30 = 60\ \Omega$

(b) Corrente:

1. $i = \frac{U_{total}}{R_{eq}} = \frac{12}{60} = 0,2$ A

(c) Tensões:

1. $U_1 = R_1 \cdot i = 10 \times 0,2 = 2$ V
2. $U_2 = R_2 \cdot i = 20 \times 0,2 = 4$ V
3. $U_3 = R_3 \cdot i = 30 \times 0,2 = 6$ V
4. Verificação: $U_{total} = 2 + 4 + 6 = 12$ V ✓

Resposta: (a) $R_{eq} = 60\ \Omega$; (b) i = 0,2 A; (c) $U_1 = 2$V, $U_2 = 4$V, $U_3 = 6$V

7.3.2 Associação em Paralelo

Resistores em Paralelo

Características:

- Mesma tensão em todos os resistores: $U_1 = U_2 = U_3 = U$
- Corrente total é a soma das correntes: $i_{total} = i_1 + i_2 + i_3$
- Resistência equivalente (inverso da soma dos inversos):

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ... + \frac{1}{R_n}}$$

Caso especial - dois resistores:

$$\boxed{R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

Caso especial - n resistores iguais:

$$\boxed{R_{eq} = \frac{R}{n}}$$

Divisor de corrente:

$$\boxed{i_i = i_{total} \cdot \frac{R_{eq}}{R_i}}$$

Características da Associação em Paralelo:

- R_{eq} sempre menor que o menor resistor individual
- Se um resistor queima, os outros continuam funcionando
- Corrente total aumenta quando adicionamos mais resistores
- Instalação elétrica residencial usa associação em paralelo
- Cada aparelho pode ser ligado/desligado independentemente

Exemplo 6: Dois Resistores em Paralelo

Dois resistores de 30 Ω e 60 Ω são ligados em paralelo a uma fonte de 12V. Calcule: (a) a resistência equivalente, (b) a corrente total, (c) a corrente em cada resistor.

Resolução:

(a) Resistência equivalente:

1. Método 1: $R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 \times 60}{30 + 60}$
2. $R_{eq} = \frac{1800}{90} = 20\ \Omega$
3. Método 2: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{2+1}{60} = \frac{3}{60}$
4. $R_{eq} = \frac{60}{3} = 20\ \Omega$

(b) Corrente total:

1. $i_{total} = \frac{U}{R_{eq}} = \frac{12}{20} = 0,6\ \text{A}$

(c) Correntes individuais:

1. $i_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{12}{30} = 0,4\ \text{A}$
2. $i_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{12}{60} = 0,2\ \text{A}$
3. Verificação: $i_{total} = 0,4 + 0,2 = 0,6\ \text{A}$ ✓

Resposta: (a) $R_{eq} = 20\ \Omega$; (b) $i_{total} = 0,6\ \text{A}$; (c) $i_1 = 0,4\text{A}$, $i_2 = 0,2\text{A}$

Exemplo 7: Instalação Elétrica Residencial

Numa casa em Maputo, três aparelhos estão ligados em paralelo à rede de 220V: uma televisão de 100W, um ferro de engomar de 1000W e um frigorífico de 150W. Calcule: (a) a corrente em cada aparelho, (b) a corrente total no circuito.

Resolução:

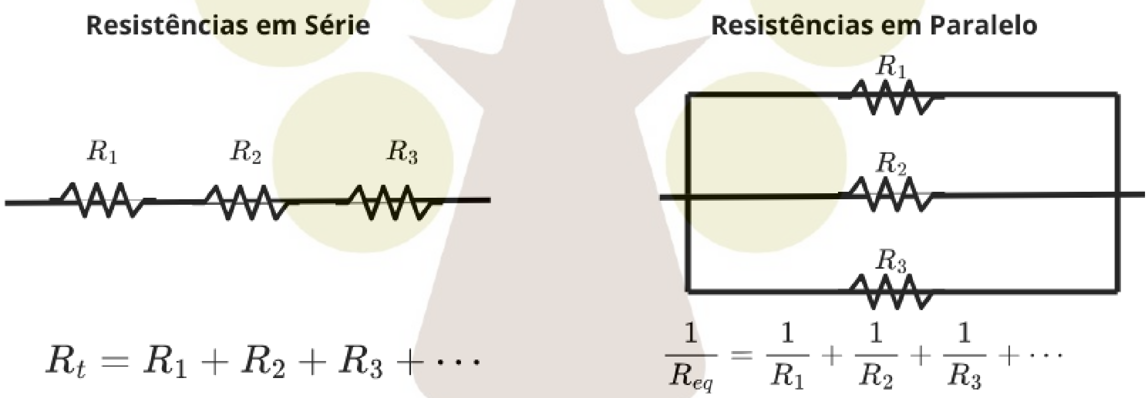
(a) Correntes individuais:

1. Televisão: $i_1 = \frac{P_1}{U} = \frac{100}{220} \approx 0,45$ A
2. Ferro: $i_2 = \frac{P_2}{U} = \frac{1000}{220} \approx 4,55$ A
3. Frigorífico: $i_3 = \frac{P_3}{U} = \frac{150}{220} \approx 0,68$ A

(b) Corrente total:

1. $i_{total} = i_1 + i_2 + i_3$
2. $i_{total} = 0,45 + 4,55 + 0,68 = 5,68$ A

Resposta: (a) TV: 0,45A, Ferro: 4,55A, Frigorífico: 0,68A; (b) $i_{total} = 5,68$A



7.3.3 Associação Mista

Estratégia para Associações Mistas:

1. Identifique grupos de resistores em série ou paralelo
2. Calcule a resistência equivalente de cada grupo
3. Substitua cada grupo pela sua resistência equivalente
4. Repita até obter um circuito simples
5. Calcule a corrente total
6. Volte ao circuito original para calcular correntes e tensões

Exemplo 8: Circuito Misto

No circuito abaixo, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$ e $R_3 = 30\ \Omega$ estão conectados a uma bateria de 60V, onde R_2 e R_3 estão em paralelo e este conjunto está em série com R_1. Calcule a resistência equivalente e a corrente total.
Resolução:

1. Passo 1: R_2 e R_3 em paralelo
2. $R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{20 \times 30}{20+30} = \frac{600}{50} = 12\ \Omega$
3. Passo 2: R_1 em série com R_{23}
4. $R_{eq} = R_1 + R_{23} = 10 + 12 = 22\ \Omega$
5. Corrente total: $i = \frac{U}{R_{eq}} = \frac{60}{22} \approx 2,73$ A

Resposta: $R_{eq} = 22\ \Omega$; i ≈ 2,73 A

7.4 Leis de Kirchhoff

As Leis de Kirchhoff são fundamentais para analisar circuitos elétricos complexos onde não é possível simplificar usando apenas associações de resistores.

7.4.1 Lei dos Nós (Primeira Lei)

Lei dos Nós de Kirchhoff

Enunciado: A soma das correntes que entram num nó é igual à soma das correntes que saem desse nó.

$$\boxed{\sum i_{entrada} = \sum i_{saída}}$$

Ou equivalentemente:

$$\boxed{\sum i = 0}$$

(considerando correntes que entram como positivas e que saem como negativas)
Princípio físico: Conservação da carga elétrica - a carga não se acumula nem desaparece num nó.

Aplicação da Lei dos Nós:

- Um **nó** é um ponto onde três ou mais condutores se conectam
- Defina uma convenção de sinais (entrada + ou -)
- Escreva a equação: correntes entrando = correntes saindo

- Use álgebra para resolver correntes desconhecidas
- Válida para corrente contínua e alternada

Exemplo 9: Aplicação da Lei dos Nós

Num nó de um circuito, chegam correntes de 5A e 3A, e saem correntes de 2A e i_x. Determine i_x.
Resolução:

1. Lei dos nós: correntes que entram = correntes que saem
2. $5 + 3 = 2 + i_x$
3. $8 = 2 + i_x$
4. $i_x = 8 - 2 = 6$ A

Resposta: $i_x = 6$ A

7.4.2 Lei das Malhas (Segunda Lei)

Lei das Malhas de Kirchhoff

Enunciado: A soma algébrica das tensões ao longo de qualquer malha fechada é zero.

$$\boxed{\sum U = 0}$$

Convenção de sinais:

- Tensão de fonte: + se percorremos de - para +
- Tensão em resistor: - se percorremos no sentido da corrente
- Percorra a malha num único sentido (horário ou anti-horário)

Princípio físico: Conservação de energia - a energia por unidade de carga é conservada.

Aplicação da Lei das Malhas:

- Uma **malha** é qualquer caminho fechado no circuito
- Escolha um sentido de percurso (horário ou anti-horário)
- Atribua sentidos às correntes desconhecidas
- Escreva a equação: $\sum U_{fontes} = \sum U_{resistores}$
- Se corrente calculada for negativa, o sentido real é oposto ao assumido

- Use junto com a Lei dos Nós para resolver circuitos complexos

Exemplo 10: Circuito com Duas Malhas

Num circuito, uma bateria de 12V está em série com um resistor de 4 Ω, e este conjunto está ligado em paralelo com um resistor de 6 Ω. Use as Leis de Kirchhoff para determinar todas as correntes.
Resolução:

1. Definir correntes: i_1 (corrente total), i_2 (no resistor de 4Ω), i_3 (no resistor de 6Ω)
2. **Lei dos Nós:** $i_1 = i_2 + i_3$
3. **Malha 1** (bateria e resistor de 4Ω):
4. $12 - 4i_2 = 0$
5. $i_2 = 3$ A
6. **Malha 2** (resistor de 4Ω e resistor de 6Ω):
7. $4i_2 - 6i_3 = 0$
8. $4 \times 3 - 6i_3 = 0$
9. $i_3 = 2$ A
10. Lei dos nós: $i_1 = 3 + 2 = 5$ A

Resposta: $i_1 = 5$ A, $i_2 = 3$ A, $i_3 = 2$ A

Exemplo 11: Circuito com Duas Fontes

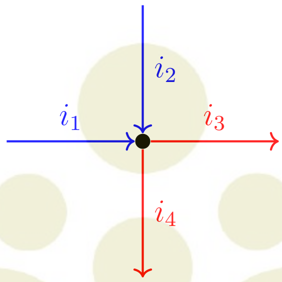
Num circuito, uma bateria de 20V e outra de 8V estão ligadas em sentidos opostos através de resistores de 3Ω e 2Ω respectivamente. Determine a corrente no circuito.
Resolução:

1. Assumir sentido da corrente i (digamos, horário)
2. Aplicar Lei das Malhas percorrendo no sentido da corrente
3. Bateria de 20V: passamos de - para + → +20V
4. Resistor de 3Ω: no sentido da corrente → -3i
5. Bateria de 8V: passamos de + para - → -8V
6. Resistor de 2Ω: no sentido da corrente → -2i
7. Equação: $20 - 3i - 8 - 2i = 0$
8. $12 - 5i = 0$

9. $i = \frac{12}{5} = 2,4$ A

Resposta: i = 2,4 A (no sentido assumido)

Lei dos Nós



$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4$$

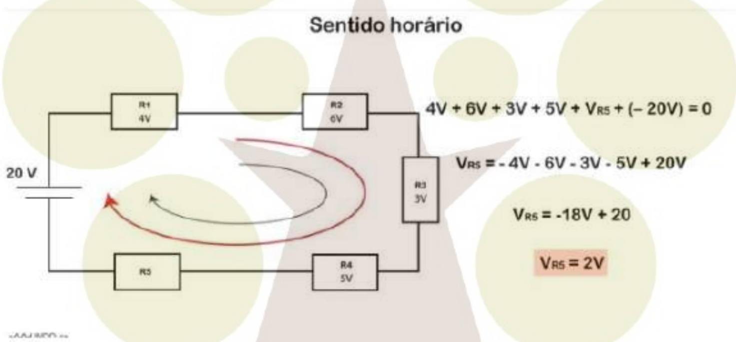


Figura 7.1:

À esquerda: Lei dos Nós - correntes que entram (azul) = correntes que saem (vermelho). À direita: Lei das Malhas - soma das tensões numa malha fechada é zero.

7.5 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. Uma lâmpada de 100W está ligada à rede elétrica de 220V durante 8 horas por dia. Calcule: (a) a corrente elétrica, (b) a energia consumida em um mês (30 dias), (c) o custo mensal se o kWh custa 5 MT.

2. Um fio condutor é percorrido por uma corrente de 2A durante 10 minutos. Quantos elétrons atravessaram uma secção do fio nesse tempo?

3. Um resistor de 50Ω é ligado a uma fonte de tensão variável. Quando a tensão é 10V, qual é a potência dissipada? E quando a tensão é 20V?

4. Dois fios de cobre têm o mesmo comprimento. O primeiro tem diâmetro de 2mm e o segundo tem diâmetro de 4mm. Qual é a relação entre suas resistências?

5. Quatro resistores de valores 12Ω, 24Ω, 36Ω e 48Ω são ligados em série a uma bateria de 60V. Calcule: (a) a resistência equivalente, (b) a corrente no circuito, (c) a tensão em cada resistor.

6. Três resistores de 30Ω, 40Ω e 60Ω são ligados em paralelo a uma fonte de 24V. Calcule: (a) a resistência equivalente, (b) a corrente em cada resistor, (c) a corrente total.

7. No circuito misto, $R_1 = 5\Omega$ está em série com um conjunto paralelo de $R_2 = 10\Omega$ e $R_3 = 15\Omega$. Se a tensão total é 30V, determine: (a) a resistência equivalente, (b) a corrente total, (c) a tensão em cada resistor.

8. Numa instalação elétrica residencial em Maputo, funcionam simultaneamente: 5 lâmpadas de 20W cada, uma televisão de 80W, um frigorífico de 200W e um ar condicionado de 1500W. Se a tensão é 220V, calcule a corrente total e verifique se um disjuntor de 10A é suficiente.

9. Num nó de um circuito, entram correntes de 3A, 5A e 7A, e saem correntes de 8A, 4A e i_x. Determine i_x.

10. Numa malha de um circuito, há uma bateria de 15V e três resistores de 2Ω, 3Ω e 5Ω em série. Calcule a corrente na malha e a tensão em cada resistor.

Respostas:

1. (a) i ≈ 0,45 A; (b) E = 24 kWh; (c) Custo = 120 MT

   → (a) $i = \frac{P}{U} = \frac{100}{220} \approx 0,45$ A
   → (b) $E = P \cdot t = 100 \times (8 \times 30) = 24.000$ Wh $= 24$ kWh
   → (c) Custo $= 24 \times 5 = 120$ MT

2. $n = 7,5 \times 10^{21}$ elétrons

   → $t = 10$ min $= 600$ s; $i = 2$ A
   → $Q = i \cdot t = 2 \times 600 = 1200$ C
   → $n = \frac{Q}{e} = \frac{1200}{1,6\times10^{-19}} = 7,5 \times 10^{21}$ elétrons

3. $P_1 = 2$ W; $P_2 = 8$ W

   → Para U = 10V: $P = \frac{U^2}{R} = \frac{100}{50} = 2$ W

→ Para U = 20V: $P = \frac{U^2}{R} = \frac{400}{50} = 8$ W

→ Nota: quando dobra a tensão, a potência quadruplica

4. $R_1 = 4 \cdot R_2$

   → $R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2}$

   → Mesmo L e ρ: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{(2)^2}{(1)^2} = 4$

   → O fio mais fino tem 4 vezes mais resistência

5. (a) $R_{eq} = 120\Omega$; (b) i = 0,5 A; (c) $U_1 = 6$V, $U_2 = 12$V, $U_3 = 18$V, $U_4 = 24$V

   → (a) Série: $R_{eq} = 12 + 24 + 36 + 48 = 120\Omega$

   → (b) $i = \frac{60}{120} = 0,5$ A

   → (c) $U_1 = 12 \times 0,5 = 6$V; $U_2 = 24 \times 0,5 = 12$V

   → $U_3 = 36 \times 0,5 = 18$V; $U_4 = 48 \times 0,5 = 24$V

   → Verificação: $6 + 12 + 18 + 24 = 60$V ✓

6. (a) $R_{eq} \approx 13,3\Omega$; (b) $i_1 = 0,8$A, $i_2 = 0,6$A, $i_3 = 0,4$A; (c) $i_{total} = 1,8$ A

   → (a) $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{4+3+2}{120} = \frac{9}{120}$

   → $R_{eq} = \frac{120}{9} \approx 13,3\Omega$

   → (b) $i_1 = \frac{24}{30} = 0,8$A; $i_2 = \frac{24}{40} = 0,6$A; $i_3 = \frac{24}{60} = 0,4$A

   → (c) $i_{total} = 0,8 + 0,6 + 0,4 = 1,8$ A

7. (a) $R_{eq} = 11\Omega$; (b) $i = 2,73$ A; (c) $U_1 = 13,65$V, $U_2 = U_3 = 16,35$V

   → (a) Paralelo: $R_{23} = \frac{10\times15}{10+15} = \frac{150}{25} = 6\Omega$

   → Série: $R_{eq} = 5 + 6 = 11\Omega$

   → (b) $i = \frac{30}{11} \approx 2,73$ A

   → (c) $U_1 = 5 \times 2,73 = 13,65$V

   → $U_2 = U_3 = 30 - 13,65 = 16,35$V

8. $i_{total} \approx 8,64$ A; Disjuntor de 10A NÃO é suficiente (muito próximo do limite)

   → $P_{total} = 5 \times 20 + 80 + 200 + 1500 = 100 + 80 + 200 + 1500 = 1880$ W

   → $i = \frac{P}{U} = \frac{1880}{220} \approx 8,64$ A

   → Com margem de segurança (10-20%), seria melhor um disjuntor de 15A

9. $i_x = 3$ A

   → Entram: $3 + 5 + 7 = 15$ A

   → Saem: $8 + 4 + i_x$

   → $15 = 8 + 4 + i_x \Rightarrow i_x = 3$ A

10. $i = 1,5$ A; $U_1 = 3$V, $U_2 = 4,5$V, $U_3 = 7,5$V

    $\rightarrow R_{total} = 2 + 3 + 5 = 10\Omega$
    $\rightarrow i = \frac{15}{10} = 1,5$ A
    $\rightarrow U_1 = 2 \times 1,5 = 3$V
    $\rightarrow U_2 = 3 \times 1,5 = 4,5$V
    $\rightarrow U_3 = 5 \times 1,5 = 7,5$V
    $\rightarrow$ Verificação: $3 + 4,5 + 7,5 = 15$V ✓

Dicas para Exames de Eletrodinâmica:

- **Organize o circuito:** Redesenhe o circuito de forma mais clara se necessário.
- **Identifique o tipo de associação:**
  - Série: mesma corrente, tensões somam
  - Paralelo: mesma tensão, correntes somam
  - Mista: simplifique passo a passo
- **Conversões de unidades:**
  - kW para W: multiplique por 1000
  - W para kW: divida por 1000
  - kWh para J: multiplique por 3.600.000
- **Fórmulas de potência:**
  - Use $P = U \cdot i$ quando conhece U e i
  - Use $P = R \cdot i^2$ quando conhece R e i
  - Use $P = \frac{U^2}{R}$ quando conhece U e R
- **Leis de Kirchhoff:**
  - Nós: correntes que entram = correntes que saem
  - Malhas: escolha um sentido e seja consistente
  - Corrente negativa significa sentido oposto ao assumido
- **Resistência equivalente:**
  - Série: R_{eq} sempre aumenta
  - Paralelo: R_{eq} sempre menor que o menor resistor
  - Dois resistores iguais em paralelo: $R_{eq} = \frac{R}{2}$
- **Instalações residenciais:**

  - Aparelhos em casa são ligados em paralelo
  - Tensão em Moçambique: 220V, 50Hz
  - Disjuntores protegem contra sobrecorrente

- **Verifique suas respostas:**
  - Em série: soma das tensões = tensão total
  - Em paralelo: soma das correntes = corrente total
  - Unidades corretas (A, V, Ω, W)

8 Eletrostática

A eletrostática é o ramo da Física que estuda as cargas elétricas em repouso e os fenômenos relacionados com elas. Neste capítulo, aprenderá sobre as forças entre cargas, campos elétricos e potencial elétrico - conceitos fundamentais para compreender desde o relâmpago numa trovoada em Maputo até o funcionamento de dispositivos eletrônicos.

8.1 Lei de Coulomb

A Lei de Coulomb descreve a força de interação entre cargas elétricas. Charles Coulomb descobriu que cargas de mesmo sinal se repelem e cargas de sinais opostos se atraem, com uma força que depende das cargas e da distância entre elas.

Lei de Coulomb

Força elétrica entre duas cargas:

$$\boxed{F = k \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{d^2}}$$

Constante eletrostática:

$$\boxed{k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2}$$

Forma vetorial (módulo):

$$\boxed{|\vec{F}| = k \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{d^2}}$$

Onde:

- F = força elétrica (N)
- k = constante eletrostática de Coulomb
- Q_1, Q_2 = cargas elétricas (C - coulomb)
- d = distância entre as cargas (m)

Dados importantes:

- Carga do elétron: $e = -1,6 \times 10^{-19}$ C
- Carga do próton: $e = +1,6 \times 10^{-19}$ C
- Permissividade do vácuo: $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ C²/(N · m²)
- Relação: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

Características da Força Elétrica:

- **Cargas iguais** (mesmo sinal): força de repulsão
- **Cargas opostas** (sinais diferentes): força de atração
- A força é inversamente proporcional ao quadrado da distância
- Dobrando a distância, a força fica 4 vezes menor
- Triplicando a distância, a força fica 9 vezes menor
- A força atua ao longo da linha que une as cargas
- Obedece ao Princípio da Superposição
- É uma força de ação e reação (3ª Lei de Newton)

Exemplo 1: Força entre Duas Cargas

Duas cargas elétricas $Q_1 = 2 \times 10^{-6}$ C e $Q_2 = -3 \times 10^{-6}$ C estão separadas por uma distância de 30 cm. Calcule: (a) a força elétrica entre elas, (b) a natureza da força (atração ou repulsão).
Resolução:
(a) Força elétrica:

1. Dados: $Q_1 = 2 \times 10^{-6}$ C, $Q_2 = -3 \times 10^{-6}$ C, $d = 30$ cm $= 0{,}3$ m
2. $k = 9 \times 10^9$ N $\cdot$ m²/C²
3. Fórmula: $F = k \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{d^2}$
4. $F = 9 \times 10^9 \times \frac{|2\times10^{-6}\times(-3\times10^{-6})|}{(0{,}3)^2}$
5. $F = 9 \times 10^9 \times \frac{6\times10^{-12}}{0{,}09}$
6. $F = 9 \times 10^9 \times 6,67 \times 10^{-11}$
7. $F = 0,6$ N

(b) Natureza da força:

1. Q_1 é positiva e Q_2 é negativa
2. Cargas de sinais opostos → **força de atração**

Resposta: (a) F = 0,6 N; (b) Força de atração

Exemplo 2: Variação da Força com a Distância

Duas cargas elétricas estão inicialmente separadas por 10 cm e a força entre elas é de 3,6 N. Se a distância for aumentada para 20 cm, qual será a nova força?

Resolução:

1. Dados: $d_1 = 10$ cm, $F_1 = 3,6$ N, $d_2 = 20$ cm
2. Relação: $F \propto \frac{1}{d^2}$
3. $\frac{F_2}{F_1} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$
4. $\frac{F_2}{3{,}6} = \frac{(10)^2}{(20)^2} = \frac{100}{400} = \frac{1}{4}$
5. $F_2 = \frac{3{,}6}{4} = 0,9$ N

Resposta: A nova força é 0,9 N (4 vezes menor)

Exemplo 3: Princípio da Superposição

Três cargas estão alinhadas: $Q_1 = +2\mu\text{C}$ na origem, $Q_2 = -4\mu\text{C}$ a 3 cm, e $Q_3 = +3\mu\text{C}$ a 6 cm. Calcule a força resultante sobre Q_2.
Resolução:

1. Converter: $1\mu\text{C} = 10^{-6}$ C
2. **Força de Q_1 sobre Q_2:**
3. $d_{12} = 3$ cm $= 0{,}03$ m
4. $F_{12} = 9 \times 10^9 \times \frac{2\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(0{,}03)^2}$
5. $F_{12} = 9 \times 10^9 \times \frac{8\times10^{-12}}{9\times10^{-4}} = 80$ N (atração, para esquerda)
6. **Força de Q_3 sobre Q_2:**
7. $d_{23} = 3$ cm $= 0{,}03$ m
8. $F_{32} = 9 \times 10^9 \times \frac{4\times10^{-6}\times3\times10^{-6}}{(0{,}03)^2}$
9. $F_{32} = 9 \times 10^9 \times \frac{12\times10^{-12}}{9\times10^{-4}} = 120$ N (atração, para direita)
10. **Força resultante:** $F_R = 120 - 80 = 40$ N (para direita)

Resposta: $F_R = 40$ N para a direita

As forças elétricas sempre atuam ao longo da linha que une as cargas, com intensidades iguais mas sentidos opostos (3ª Lei de Newton).

8.2 Campo Elétrico

O campo elétrico é uma região do espaço onde uma carga elétrica experimenta uma força. Podemos pensar no campo elétrico como a "influência"que uma carga exerce ao seu redor. Quando você sente os cabelos arrepiarem durante uma tempestade em Maputo, está a sentir os efeitos do campo elétrico.

Campo Elétrico

Definição (campo produzido por força):

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}}$$

Módulo do campo:

$$\boxed{E = \frac{F}{q}}$$

Campo de uma carga pontual:

$$\boxed{E = k \cdot \frac{|Q|}{d^2}}$$

Força sobre uma carga no campo:

$$\boxed{F = q \cdot E}$$

Onde:

- E = campo elétrico (N/C ou V/m)
- F = força elétrica (N)
- q = carga de prova (C)
- Q = carga que cria o campo (C)
- d = distância até a carga Q (m)
- $k = 9 \times 10^9$ N $\cdot$ m²/C²

Direção e sentido do campo:

- Carga positiva: campo aponta para fora (radial divergente)
- Carga negativa: campo aponta para dentro (radial convergente)

Características do Campo Elétrico:

- É uma grandeza vetorial

- Existe independentemente da presença de uma carga de prova
- Unidade: N/C (newton por coulomb) ou V/m (volt por metro)
- Campo mais intenso próximo à carga fonte
- Diminui com o quadrado da distância ($E \propto \frac{1}{d^2}$)
- Linhas de campo nunca se cruzam
- Campo uniforme: linhas paralelas e igualmente espaçadas
- Princípio da Superposição: $\vec{E}_{total} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ...$

Exemplo 4: Campo Elétrico de uma Carga

Uma carga $Q = 5 \times 10^{-6}$ C está fixa no espaço. Calcule: (a) o campo elétrico a 50 cm da carga, (b) a força sobre uma carga $q = 2 \times 10^{-9}$ C colocada nesse ponto.
Resolução:
(a) Campo elétrico:

1. Dados: $Q = 5 \times 10^{-6}$ C, $d = 50$ cm $= 0{,}5$ m
2. $E = k \cdot \frac{|Q|}{d^2}$
3. $E = 9 \times 10^9 \times \frac{5\times10^{-6}}{(0{,}5)^2}$
4. $E = 9 \times 10^9 \times \frac{5\times10^{-6}}{0{,}25}$
5. $E = 9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-5}$
6. $E = 1,8 \times 10^5$ N/C = 180.000 N/C

(b) Força sobre a carga q:

1. $F = q \cdot E$
2. $F = 2 \times 10^{-9} \times 1,8 \times 10^5$
3. $F = 3,6 \times 10^{-4}$ N = 0,36 mN

Resposta: (a) E = 180.000 N/C; (b) F = 0,36 mN

Exemplo 5: Campo Elétrico Uniforme

Entre duas placas paralelas separadas por 5 cm existe um campo elétrico uniforme de intensidade 2×10^4 N/C. Um elétron é colocado no campo. Calcule: (a) a força sobre o elétron, (b) a aceleração do elétron. (Use $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C)
Resolução:
(a) Força:

1. Dados: $E = 2 \times 10^4$ N/C, $q = e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

2. $F = q \cdot E$
3. $F = 1,6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^4$
4. $F = 3,2 \times 10^{-15}$ N

(b) Aceleração:

1. $F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m}$
2. $a = \frac{3,2\times10^{-15}}{9,1\times10^{-31}}$
3. $a \approx 3,5 \times 10^{15}$ m/s²

Resposta: (a) $F = 3,2Ö10^{-15}N; (b)a \approx 3,5Ö10^{15}m/sš$

Exemplo 6: Superposição de Campos

Duas cargas $Q_1 = +4\mu$C e $Q_2 = -4\mu$C estão separadas por 6 cm. Calcule o campo elétrico no ponto médio entre elas.
Resolução:

1. Distância de cada carga ao ponto médio: $d = 3$ cm = 0,03 m
2. **Campo devido a Q_1 (positiva):**
3. $E_1 = k \cdot \frac{Q_1}{d^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4\times10^{-6}}{(0{,}03)^2}$
4. $E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{4\times10^{-6}}{9\times10^{-4}} = 4 \times 10^7$ N/C
5. Direção: para a direita (afastando-se de Q_1)
6. **Campo devido a Q_2 (negativa):**
7. $E_2 = k \cdot \frac{|Q_2|}{d^2} = 4 \times 10^7$ N/C
8. Direção: para a direita (aproximando-se de Q_2)
9. **Campo resultante:**
10. Ambos apontam na mesma direção $\rightarrow$ somam
11. $E_{total} = E_1 + E_2 = 4 \times 10^7 + 4 \times 10^7$
12. $E_{total} = 8 \times 10^7$ N/C

Resposta: $E_{total} = 8 \times 10^7$ N/C (da carga positiva para a negativa)

As linhas de campo elétrico mostram a direção e o sentido da força que atuaria sobre uma carga positiva colocada em cada ponto.

8.3 Potencial Elétrico

O potencial elétrico é a energia potencial elétrica por unidade de carga. Representa o "nível de energia"elétrica em cada ponto do espaço. A diferença de potencial (tensão) é o que faz com que cargas se movam em circuitos elétricos.

Potencial Elétrico

Definição:

$$\boxed{V = \frac{E_p}{q}}$$

Potencial de uma carga pontual:

$$\boxed{V = k \cdot \frac{Q}{d}}$$

Diferença de potencial (tensão):

$$\boxed{U = V_A - V_B = \Delta V}$$

Trabalho da força elétrica:

$$\boxed{\tau = q \cdot U = q \cdot (V_A - V_B)}$$

Relação entre campo e potencial:

$$\boxed{E = \frac{U}{d}} \text{ (campo uniforme)}$$

Onde:

- V = potencial elétrico (V - volt)
- E_p = energia potencial elétrica (J)
- q = carga (C)
- Q = carga que cria o potencial (C)
- d = distância (m)
- U = diferença de potencial ou tensão (V)
- τ = trabalho (J)
- E = campo elétrico (V/m)

Características do Potencial Elétrico:

- É uma grandeza escalar (não tem direção)
- Unidade: volt (V)
- Potencial de carga positiva: positivo
- Potencial de carga negativa: negativo
- No infinito, por convenção: $V = 0$
- Superfícies equipotenciais: perpendiculares às linhas de campo
- Carga positiva move-se espontaneamente do maior para o menor potencial
- Carga negativa move-se espontaneamente do menor para o maior potencial
- Princípio da Superposição: $V_{total} = V_1 + V_2 + ...$

Exemplo 7: Potencial de uma Carga

Uma carga $Q = 3 \times 10^{-6}$ C está fixa no espaço. Calcule: (a) o potencial elétrico a 30 cm da carga, (b) o trabalho necessário para trazer uma carga $q = 2 \times 10^{-9}$ C do infinito até esse ponto.

Resolução:

(a) Potencial:

1. Dados: $Q = 3 \times 10^{-6}$ C, $d = 30$ cm $= 0{,}3$ m
2. $V = k \cdot \frac{Q}{d}$
3. $V = 9 \times 10^9 \times \frac{3\times10^{-6}}{0{,}3}$
4. $V = 9 \times 10^9 \times 10^{-5}$
5. $V = 9 \times 10^4$ V = 90.000 V = 90 kV

(b) Trabalho:

1. No infinito: $V_\infty = 0$
2. Diferença de potencial: $U = V - V_\infty = 90.000 - 0 = 90.000$ V
3. $\tau = q \cdot U$
4. $\tau = 2 \times 10^{-9} \times 90.000$
5. $\tau = 1,8 \times 10^{-4}$ J = 0,18 mJ

Resposta: (a) V = 90 kV; (b) W = 0,18 mJ

Exemplo 8: Diferença de Potencial

Entre dois pontos A e B de um campo elétrico uniforme existe uma diferença de potencial de 500 V. Se uma carga de -3μC se move de A para B, calcule: (a) o trabalho realizado pela força elétrica, (b) a variação de energia potencial.

Resolução:

(a) Trabalho:

1. Dados: $U = V_A - V_B = 500$ V, $q = -3\mu\text{C} = -3 \times 10^{-6}$ C
2. $\tau = q \cdot U$
3. $\tau = (-3 \times 10^{-6}) \times 500$
4. $\tau = -1,5 \times 10^{-3}$ J $= -1,5$ mJ
5. Sinal negativo: força elétrica realiza trabalho resistente

(b) Variação de energia:

1. $\Delta E_p = -\tau$
2. $\Delta E_p = -(-1,5 \times 10^{-3}) = 1,5 \times 10^{-3}$ J
3. Energia potencial aumenta em 1,5 mJ

Resposta: (a) W = -1,5 mJ; (b) $\Delta E_p = +1,5mJ$

Exemplo 9: Campo e Potencial

Duas placas paralelas estão separadas por 4 cm. A placa positiva está a 200 V e a negativa está aterrada (0 V). Calcule: (a) a diferença de potencial, (b) o campo elétrico entre as placas, (c) a força sobre um elétron entre as placas.

Resolução:

(a) Diferença de potencial:

1. $U = V_+ - V_- = 200 - 0 = 200$ V

(b) Campo elétrico:

1. $d = 4$ cm $= 0{,}04$ m
2. $E = \frac{U}{d} = \frac{200}{0{,}04} = 5000$ V/m $= 5000$ N/C

(c) Força sobre o elétron:

1. $q = e = 1,6 \times 10^{-19}$ C
2. $F = q \cdot E = 1,6 \times 10^{-19} \times 5000$
3. $F = 8 \times 10^{-16}$ N

Resposta: (a) U = 200 V; (b) E = 5000 V/m; (c) $F = 8Ö10^{-16}N$

Exemplo 10: Potencial Resultante

Duas cargas $Q_1 = +6\mu\text{C}$ e $Q_2 = -3\mu\text{C}$ estão separadas por 9 cm. Calcule o potencial elétrico no ponto médio entre elas.
Resolução:

1. Distância de cada carga ao ponto médio: $d = 4,5$ cm $= 0{,}045$ m
2. **Potencial devido a Q_1:**
3. $V_1 = k \cdot \frac{Q_1}{d} = 9 \times 10^9 \times \frac{6\times10^{-6}}{0{,}045}$
4. $V_1 = 9 \times 10^9 \times 1,33 \times 10^{-4} = 1,2 \times 10^6$ V
5. **Potencial devido a Q_2:**
6. $V_2 = k \cdot \frac{Q_2}{d} = 9 \times 10^9 \times \frac{-3\times10^{-6}}{0{,}045}$
7. $V_2 = 9 \times 10^9 \times (-6,67 \times 10^{-5}) = -6 \times 10^5$ V
8. **Potencial total (soma algébrica):**
9. $V_{total} = V_1 + V_2 = 1,2 \times 10^6 + (-6 \times 10^5)$
10. $V_{total} = 1,2 \times 10^6 - 6 \times 10^5 = 6 \times 10^5$ V $= 600$ kV

Resposta: $V_{total} = 600$ kV

Superfícies equipotenciais (verde) são sempre perpendiculares às linhas de campo (azul). O trabalho para mover uma carga sobre uma superfície equipotencial é zero.

8.4 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. Duas cargas elétricas $Q_1 = 4\mu\text{C}$ e $Q_2 = -6\mu\text{C}$ estão separadas por 40 cm. Calcule a força elétrica entre elas e indique se é de atração ou repulsão.
2. A força elétrica entre duas cargas iguais separadas por 20 cm é de 9 N. Se a distância for reduzida para 10 cm, qual será a nova força?
3. Três cargas iguais de $+5\mu\text{C}$ estão nos vértices de um triângulo equilátero de lado 6 cm. Calcule a força resultante sobre uma das cargas.
4. Uma carga de $+8 \times 10^{-6}$ C cria um campo elétrico. Calcule a intensidade do campo a 20 cm da carga.

5. Num campo elétrico uniforme de intensidade 5×10^4 N/C, uma carga de -2μC experimenta uma força. Calcule: (a) a intensidade da força, (b) o sentido da força em relação ao campo.

6. Duas cargas $Q_1 = +3\mu$C e $Q_2 = +3\mu$C estão separadas por 12 cm. Determine o campo elétrico no ponto médio entre elas.

7. Uma carga $Q = 5 \times 10^{-6}$ C está no vácuo. Calcule o potencial elétrico a: (a) 10 cm da carga, (b) 20 cm da carga, (c) 50 cm da carga.

8. Entre duas placas paralelas há uma diferença de potencial de 1000 V. Se as placas estão separadas por 5 cm, calcule: (a) o campo elétrico entre elas, (b) a força sobre um próton entre as placas.

9. Uma carga de 4μC se move entre dois pontos de potenciais 600 V e 200 V. Calcule: (a) o trabalho realizado pela força elétrica, (b) a variação de energia potencial.

10. Duas cargas $Q_1 = +8\mu$C e $Q_2 = -4\mu$C estão separadas por 10 cm. Calcule o potencial elétrico resultante: (a) no ponto médio, (b) a 5 cm de Q_1 na direção oposta a Q_2.

Respostas:

1. $F = 1,35$ N; atração

   $\rightarrow$ $d = 40$ cm $= 0{,}4$ m

   $\rightarrow$ $F = k \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{d^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{(0{,}4)^2}$

   $\rightarrow$ $F = 9 \times 10^9 \times \frac{24 \times 10^{-12}}{0{,}16} = 9 \times 10^9 \times 1,5 \times 10^{-10}$

   $\rightarrow$ $F = 1,35$ N

   $\rightarrow$ Sinais opostos $\rightarrow$ atração

2. $F_2 = 36$ N

   $\rightarrow$ $F \propto \frac{1}{d^2}$

   $\rightarrow$ $\frac{F_2}{F_1} = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{(20)^2}{(10)^2} = \frac{400}{100} = 4$

   $\rightarrow$ $F_2 = 4 \times 9 = 36$ N

   $\rightarrow$ Distância pela metade $\rightarrow$ força 4 vezes maior

3. $F_R \approx 216,5$ N

   $\rightarrow$ $d = 6$ cm $= 0{,}06$ m

   $\rightarrow$ Força de cada carga: $F = 9 \times 10^9 \times \frac{(5 \times 10^{-6})^2}{(0{,}06)^2}$

   $\rightarrow$ $F = 9 \times 10^9 \times \frac{25 \times 10^{-12}}{3{,}6 \times 10^{-3}} = 62,5$ N

→ Duas forças de 62,5 N com ângulo de 60° entre elas

→ $F_R = 2F\cos(30°) = 2 \times 62,5 \times 0,866 \approx 108,25$ N

→ Componente resultante: $F_{total} = \sqrt{F^2 + F^2 + 2F^2\cos(60°)}$

→ $F_{total} = F\sqrt{3} = 62,5 \times 1,732 \approx 108,25$ N em cada direção

→ Resultante radial: $F_R = 2 \times 62,5 \times \cos(30°) \times 2 \approx 216,5$ N

4. $E = 1,8 \times 10^6$ N/C

→ $Q = 8 \times 10^{-6}$ C; $d = 20$ cm = 0,2 m

→ $E = k \cdot \frac{|Q|}{d^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{8\times10^{-6}}{(0,2)^2}$

→ $E = 9 \times 10^9 \times \frac{8\times10^{-6}}{0,04}$

→ $E = 9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-4} = 1,8 \times 10^6$ N/C

5. (a) $F = 0,1$ N; (b) Sentido oposto ao campo

→ $E = 5 \times 10^4$ N/C; $q = -2\mu\text{C} = -2 \times 10^{-6}$ C

→ (a) $F = |q| \cdot E = 2 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^4 = 0,1$ N

→ (b) Carga negativa: força oposta ao campo

6. $E = 0$ (campos se cancelam)

→ Cargas iguais e positivas; ponto médio: $d = 6$ cm = 0,06 m de cada

→ $E_1 = k \cdot \frac{Q_1}{d^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3\times10^{-6}}{(0,06)^2}$

→ $E_1 = 7,5 \times 10^6$ N/C (para direita)

→ $E_2 = 7,5 \times 10^6$ N/C (para esquerda)

→ Sentidos opostos, mesma intensidade → $E_{total} = 0$

7. (a) 450 kV; (b) 225 kV; (c) 90 kV

→ $Q = 5 \times 10^{-6}$ C

→ (a) $V_{10cm} = 9 \times 10^9 \times \frac{5\times10^{-6}}{0,1} = 4,5 \times 10^5$ V = 450 kV

→ (b) $V_{20cm} = 9 \times 10^9 \times \frac{5\times10^{-6}}{0,2} = 2,25 \times 10^5$ V = 225 kV

→ (c) $V_{50cm} = 9 \times 10^9 \times \frac{5\times10^{-6}}{0,5} = 9 \times 10^4$ V = 90 kV

8. (a) $E = 20.000$ V/m; (b) $F = 3,2 \times 10^{-15}$ N

→ $U = 1000$ V; $d = 5$ cm = 0,05 m

→ (a) $E = \frac{U}{d} = \frac{1000}{0,05} = 20.000$ V/m

→ (b) $q = e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

→ $F = q \cdot E = 1,6 \times 10^{-19} \times 20.000 = 3,2 \times 10^{-15}$ N

9. (a) $\tau = 1,6 \times 10^{-3}$ J; (b) $\Delta E_p = -1,6 \times 10^{-3}$ J

$\rightarrow q = 4\mu\text{C} = 4 \times 10^{-6}$ C; $V_A = 600$ V; $V_B = 200$ V

$\rightarrow$ (a) $U = V_A - V_B = 600 - 200 = 400$ V

$\rightarrow \tau = q \cdot U = 4 \times 10^{-6} \times 400 = 1,6 \times 10^{-3}$ J = 1,6 mJ

$\rightarrow$ (b) $\Delta E_p = -\tau = -1,6$ mJ (energia diminui)

10. (a) $V = 720$ kV; (b) $V = 1080$ kV

$\rightarrow Q_1 = +8\mu\text{C}$; $Q_2 = -4\mu\text{C}$; separação = 10 cm

$\rightarrow$ (a) Ponto médio: $d_1 = d_2 = 5$ cm = 0,05 m

$\rightarrow V_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{8\times10^{-6}}{0{,}05} = 1,44 \times 10^6$ V

$\rightarrow V_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{-4\times10^{-6}}{0{,}05} = -7,2 \times 10^5$ V

$\rightarrow V_{total} = 1,44 \times 10^6 - 7,2 \times 10^5 = 7,2 \times 10^5$ V = 720 kV

$\rightarrow$ (b) Ponto a 5 cm de Q_1 oposto: $d_1 = 5$ cm; $d_2 = 15$ cm

$\rightarrow V_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{8\times10^{-6}}{0{,}05} = 1,44 \times 10^6$ V

$\rightarrow V_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{-4\times10^{-6}}{0{,}15} = -2,4 \times 10^5$ V

$\rightarrow V_{total} = 1,44 \times 10^6 - 2,4 \times 10^5 = 1,2 \times 10^6$ V = 1200 kV

9 Magnetismo

O magnetismo é o ramo da Física que estuda os fenómenos relacionados com ímanes e campos magnéticos. Desde a bússola que orientava os navegadores até os motores elétricos que movem as chapas em Maputo, o magnetismo está presente no nosso dia a dia de formas surpreendentes.

9.1 Campo Magnético

O campo magnético é uma região do espaço onde forças magnéticas atuam sobre cargas elétricas em movimento ou sobre outros ímanes. Todo íman possui dois polos: Norte (N) e Sul (S), que não podem ser separados - se partir um íman ao meio, cada metade terá novamente um polo Norte e um polo Sul.

- Polos magnéticos iguais se repelem, polos diferentes se atraem
- As linhas de campo magnético saem do polo Norte e entram no polo Sul
- É impossível ter um monopolo magnético (polo isolado)
- O campo magnético é representado pelo vetor $\vec{B}$ (vetor indução magnética)
- A unidade do campo magnético no SI é o Tesla (T)
- Outra unidade comum: Gauss (G), onde $1T = 10^4 G$
- A Terra possui um campo magnético (por isso as bússolas funcionam)

Campo Magnético de um Fio Retilíneo

Um fio retilíneo longo percorrido por corrente i gera um campo magnético circular ao seu redor:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi \cdot d}}$$

Onde:

- B = intensidade do campo magnético (T)
- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T · m/A (permeabilidade magnética do vácuo)
- i = corrente elétrica (A)
- d = distância ao fio (m)

Regra da mão direita: Aponte o polegar no sentido da corrente; os outros dedos indicam o sentido das linhas de campo magnético.

Campo Magnético de uma Espira Circular

No centro de uma espira circular de raio R percorrida por corrente i:

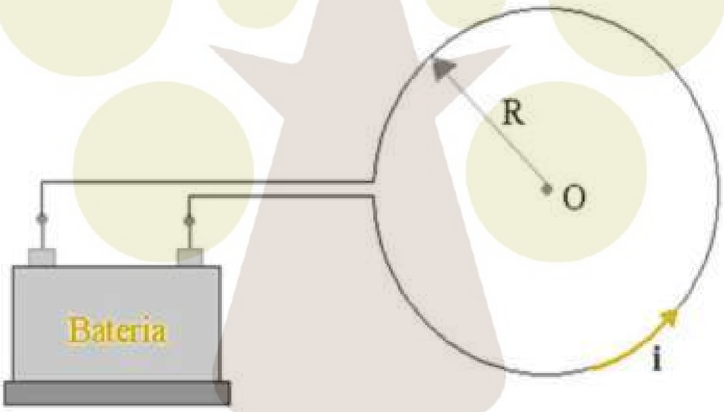
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2R}}$$

Para N espiras (bobina):

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot i}{2R}}$$

Onde:

- R = raio da espira (m)
- N = número de espiras



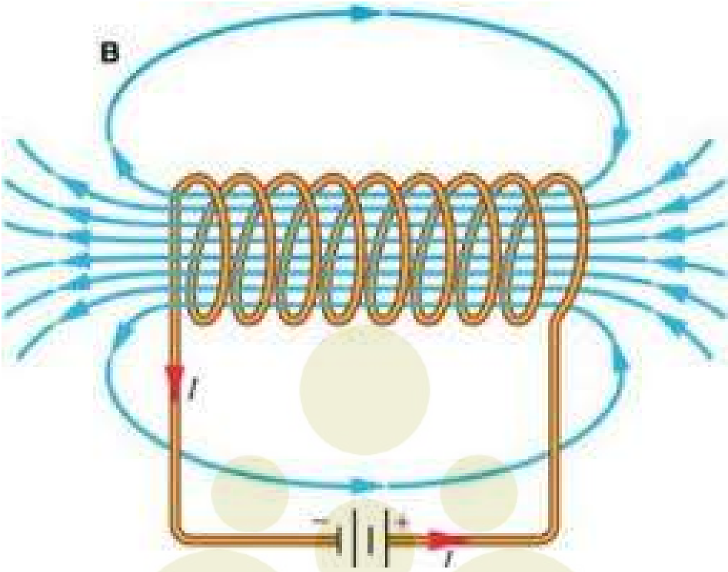
Campo Magnético de um Solenoide

Um solenoide (bobina longa) com N espiras, comprimento L e corrente i produz um campo uniforme no seu interior:

$$\boxed{B = \mu_0 \cdot n \cdot i = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot i}$$

Onde:

- $n = \frac{N}{L}$ = densidade de espiras (espiras/metro)
- L = comprimento do solenoide (m)



Exemplo 1: Campo de um Fio Condutor

Um fio retilíneo longo é percorrido por uma corrente de 10 A. Calcule a intensidade do campo magnético a uma distância de 5 cm do fio. (Use $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T · m/A)

Resolução:

1. Dados: $i = 10$ A, $d = 5$ cm $= 0,05$ m
2. Fórmula: $B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi \cdot d}$
3. Substituição: $B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10}{2\pi \times 0{,}05}$
4. Simplificação: $B = \frac{4 \times 10^{-6}}{2 \times 0{,}05} = \frac{4 \times 10^{-6}}{0{,}1}$
5. $B = 4 \times 10^{-5}$ T $= 0,4$ G

Resposta: O campo magnético a 5 cm do fio é 4×10^{-5} T ou 0,4 Gauss.

Exemplo 2: Campo no Centro de uma Espira

Uma espira circular de raio 10 cm é percorrida por corrente de 5 A. Determine o campo magnético no centro da espira.

Resolução:

1. Dados: $R = 10$ cm $= 0,1$ m, $i = 5$ A
2. Fórmula: $B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2R}$
3. Substituição: $B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5}{2 \times 0{,}1}$
4. $B = \frac{20\pi \times 10^{-7}}{0{,}2} = \frac{20\pi \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-1}}$
5. $B = 10\pi \times 10^{-6}$ T
6. $B \approx 3,14 \times 10^{-5}$ T

Resposta: O campo magnético no centro da espira é aproximadamente $3,14 \times 10^{-5}$ T.

9.2 Força de Lorentz

A Força de Lorentz é a força que atua sobre uma carga elétrica em movimento dentro de um campo magnético. Esta força é responsável pelo funcionamento de motores elétricos, alto-falantes e muitos outros dispositivos.

Força de Lorentz

A força magnética sobre uma carga q movendo-se com velocidade $\vec{v}$ em um campo magnético $\vec{B}$ é:

$$\boxed{F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta}$$

Onde:

- F = força magnética (N)
- q = carga elétrica (C)
- v = velocidade da carga (m/s)
- B = intensidade do campo magnético (T)
- θ = ângulo entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$

Casos especiais:

- Se $\theta = 90$ř: $F_{max} = q \cdot v \cdot B$ (força máxima)
- Se $\theta = 0$ř ou 180ř: $F = 0$ (carga paralela ao campo)

Direção da força: Use a regra da mão direita:

- Dedos apontam no sentido de $\vec{v}$
- Dobre os dedos no sentido de $\vec{B}$
- O polegar indica o sentido de $\vec{F}$ (para carga positiva)
- Para carga negativa, inverta o sentido

- É sempre perpendicular à velocidade e ao campo magnético
- Não realiza trabalho (não altera a energia cinética)
- Altera apenas a direção do movimento, não o módulo da velocidade

- Em campo uniforme, pode fazer a partícula descrever movimento circular
- É nula se a carga está em repouso ($v = 0$)
- É nula se o movimento é paralelo ao campo ($\theta =$ 0ř ou 180ř)

Movimento Circular no Campo Magnético

Quando uma carga entra perpendicularmente em um campo magnético uniforme, ela descreve movimento circular uniforme. O raio da trajetória é:

$$\boxed{R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}}$$

O período do movimento é:

$$\boxed{T = \frac{2\pi m}{q \cdot B}}$$

Onde:

- $m =$ massa da partícula (kg)
- $R =$ raio da trajetória (m)
- $T =$ período (s)

Exemplo 3: Elétron em Campo Magnético

Um elétron com velocidade 2×10^6 m/s penetra perpendicularmente em um campo magnético de intensidade 0,5 T. Calcule a força magnética sobre o elétron. (Dados: $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C)
Resolução:

1. Dados: $q = -e = -1,6 \times 10^{-19}$ C, $v = 2 \times 10^6$ m/s, $B = 0,5$ T, $\theta = 90°$
2. Fórmula: $F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta$
3. Como $\theta = 90°$: $\sin 90° = 1$
4. $F = 1,6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6 \times 0,5 \times 1$
5. $F = 1,6 \times 10^{-19} \times 10^6$
6. $F = 1,6 \times 10^{-13}$ N

Resposta: A força magnética sobre o elétron é $1,6 \times 10^{-13}$ N, perpendicular à velocidade e ao campo.

Exemplo 4: Raio da Trajetória Circular

Usando os dados do exemplo anterior, calcule o raio da trajetória circular do elétron. (Massa do elétron: $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg)
Resolução:

1. Dados: $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg, $v = 2 \times 10^6$ m/s, $q = 1,6 \times 10^{-19}$ C, $B = 0,5$ T
2. Fórmula: $R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$
3. Substituição: $R = \frac{9,1 \times 10^{-31} \times 2 \times 10^6}{1,6 \times 10^{-19} \times 0,5}$
4. $R = \frac{18,2 \times 10^{-25}}{0,8 \times 10^{-19}}$
5. $R = \frac{18,2}{0,8} \times 10^{-6}$
6. $R = 22,75 \times 10^{-6} m = 22,75 \mu m$

Resposta: O raio da trajetória circular é aproximadamente $22,75\mu m$ (micrometros).

9.3 Força de Ampère

A Força de Ampère é a força que atua sobre um condutor percorrido por corrente elétrica quando ele está imerso em um campo magnético. Esta força é a base do funcionamento dos motores elétricos.

Força de Ampère

A força sobre um condutor retilíneo de comprimento L, percorrido por corrente i, em um campo magnético $\vec{B}$ é:

$$\boxed{F = B \cdot i \cdot L \cdot \sin\theta}$$

Onde:

- F = força magnética (N)
- B = intensidade do campo magnético (T)
- i = corrente elétrica (A)
- L = comprimento do condutor (m)
- θ = ângulo entre o condutor e o campo magnético

Casos especiais:

- Se $\theta = 90°$: $F_{max} = B \cdot i \cdot L$ (força máxima)
- Se $\theta = 0°$ ou $180°$: $F = 0$ (condutor paralelo ao campo)

Direção da força: Use a regra da mão esquerda (ou regra de Fleming):

- Dedo indicador: sentido do campo $\vec{B}$
- Dedo médio: sentido da corrente i
- Polegar: sentido da força $\vec{F}$

- **Motores elétricos:** Convertem energia elétrica em mecânica
- **Alto-falantes:** Bobina móvel em campo magnético produz som
- **Balanças de corrente:** Medem corrente através da força magnética
- **Medidores de corrente:** Galvanômetros e amperímetros
- **Trens de levitação magnética:** Usam repulsão magnética
- **Relés e contatores:** Dispositivos de controle elétrico

Força entre Dois Fios Paralelos

Dois fios paralelos, separados por distância d, percorridos por correntes i_1 e i_2, exercem força mútua por unidade de comprimento:

$$\boxed{\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot i_1 \cdot i_2}{2\pi \cdot d}}$$

Regra de interação:

- Correntes no mesmo sentido: fios se atraem
- Correntes em sentidos opostos: fios se repelem

Exemplo 5: Condutor em Campo Magnético

Um fio condutor retilíneo de 50 cm de comprimento, percorrido por corrente de 8 A, está imerso perpendicularmente em um campo magnético uniforme de 0,4 T. Calcule a força magnética sobre o fio.
Resolução:

1. Dados: $L = 50$ cm $= 0,5$ m, $i = 8$ A, $B = 0,4$ T, $\theta = 90°$
2. Fórmula: $F = B \cdot i \cdot L \cdot \sin\theta$
3. Como $\theta = 90°$: $\sin 90° = 1$
4. Substituição: $F = 0,4 \times 8 \times 0,5 \times 1$
5. $F = 1,6$ N

Resposta: A força magnética sobre o fio é 1,6 N, perpendicular ao plano formado pelo fio e pelo campo.

Exemplo 6: Força entre Fios Paralelos

Dois fios retilíneos longos e paralelos, separados por 10 cm, são percorridos por correntes de 5 A e 3 A no mesmo sentido. Calcule a força por unidade de comprimento entre os fios.
Resolução:

1. Dados: $i_1 = 5$ A, $i_2 = 3$ A, $d = 10$ cm $= 0,1$ m
2. Fórmula: $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot i_1 \cdot i_2}{2\pi \cdot d}$
3. Substituição: $\frac{F}{L} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5 \times 3}{2\pi \times 0{,}1}$
4. Simplificação: $\frac{F}{L} = \frac{4 \times 10^{-7} \times 15}{2 \times 0{,}1}$
5. $\frac{F}{L} = \frac{60 \times 10^{-7}}{0{,}2} = \frac{60 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-1}}$
6. $\frac{F}{L} = 30 \times 10^{-6}$ N/m $= 3 \times 10^{-5}$ N/m

Resposta: A força por metro é 3×10^{-5} N/m. Como as correntes têm o mesmo sentido, os fios se atraem.

Exemplo 7: Motor Elétrico Simples

Uma espira retangular de dimensões 10 cm × 5 cm está imersa em campo magnético de 0,8 T. A espira é percorrida por corrente de 2 A. Calcule o torque (momento da força) máximo sobre a espira.

Resolução:

1. Dados: $a = 0,1$ m, $b = 0,05$ m, $B = 0,8$ T, $i = 2$ A
2. A força máxima atua nos lados perpendiculares ao campo (comprimento b)
3. $F = B \cdot i \cdot b = 0,8 \times 2 \times 0,05 = 0,08$ N
4. O torque máximo é: $\tau = F \times a = 0,08 \times 0,1 = 0,008$ N · m
5. Alternativamente: $\tau = B \cdot i \cdot A$ onde $A = a \times b = 0,005$ m²
6. $\tau = 0,8 \times 2 \times 0,005 = 0,008$ N · m

Resposta: O torque máximo sobre a espira é 0,008 N · m ou 8 mN · m.

9.4 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. Um fio retilíneo longo transporta corrente de 15 A. Calcule a intensidade do campo magnético a 20 cm do fio.
2. Uma bobina circular com 50 espiras de raio 8 cm é percorrida por corrente de 3 A. Determine o campo magnético no centro da bobina.
3. Um solenoide de 40 cm de comprimento possui 800 espiras e é percorrido por

corrente de 2,5 A. Calcule o campo magnético no interior do solenoide.

4. Um protão ($q = 1,6 \times 10^{-19}$ C) move-se com velocidade 5×10^5 m/s perpendicularmente a um campo magnético de 0,3 T. Calcule a força magnética sobre o protão.

5. Um elétron descreve órbita circular de raio 5 cm em um campo magnético de 0,2 T. Determine a velocidade do elétron. (Dados: $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C)

6. Um condutor de 80 cm de comprimento, percorrido por corrente de 12 A, está imerso perpendicularmente em campo magnético de 0,6 T. Calcule a força magnética sobre o condutor.

7. Dois fios paralelos separados por 5 cm transportam correntes de 10 A em sentidos opostos. Calcule a força por metro entre os fios e indique se é de atração ou repulsão.

8. Uma partícula de carga 3×10^{-6} C move-se com velocidade de 4×10^4 m/s fazendo ângulo de 30° com um campo magnético de 0,5 T. Calcule a força magnética.

9. Um fio condutor de 1,2 m de comprimento e massa 50 g está suspenso horizontalmente em campo magnético vertical de 0,8 T. Que corrente deve circular no fio para que ele fique em equilíbrio? (Use $g = 10$ m/s²)

10. Uma espira quadrada de lado 15 cm transporta corrente de 4 A e está em campo magnético uniforme de 1,2 T. Calcule a força resultante sobre a espira quando: (a) o plano da espira é perpendicular ao campo, (b) o plano da espira é paralelo ao campo.

Respostas:

1. $B = 1,5 \times 10^{-5}$ T

   $\rightarrow i = 15$ A; $d = 0,2$ m
   $\rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 15}{2\pi \times 0,2}$
   $\rightarrow B = \frac{60 \times 10^{-7}}{0,4} = 1,5 \times 10^{-5}$ T

2. $B \approx 1,18 \times 10^{-3}$ T

   $\rightarrow N = 50$; $R = 0,08$ m; $i = 3$ A
   $\rightarrow B = \frac{\mu_0 N i}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 50 \times 3}{2 \times 0,08}$
   $\rightarrow B = \frac{600\pi \times 10^{-7}}{0,16} \approx 1,18 \times 10^{-3}$ T

3. $B \approx 6,28 \times 10^{-3}$ T

→ $L = 0,4$ m; $N = 800$; $i = 2,5$ A
→ $n = \frac{N}{L} = \frac{800}{0,4} = 2000$ espiras/m
→ $B = \mu_0 n i = 4\pi \times 10^{-7} \times 2000 \times 2,5$
→ $B = 20000\pi \times 10^{-7} \approx 6,28 \times 10^{-3}$ T

4. $F = 2,4 \times 10^{-14}$ N

→ $q = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $v = 5 \times 10^5$ m/s; $B = 0,3$ T; $\theta = 90$ř
→ $F = qvB \sin\theta = 1,6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^5 \times 0,3 \times 1$
→ $F = 2,4 \times 10^{-14}$ N

5. $v \approx 1,76 \times 10^6$ m/s

→ $R = 0,05$ m; $B = 0,2$ T; $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg; $q = 1,6 \times 10^{-19}$ C
→ $R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow v = \frac{RqB}{m}$
→ $v = \frac{0,05 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 0,2}{9,1 \times 10^{-31}}$
→ $v = \frac{1,6 \times 10^{-21}}{9,1 \times 10^{-31}} \approx 1,76 \times 10^6$ m/s

6. $F = 5,76$ N

→ $L = 0,8$ m; $i = 12$ A; $B = 0,6$ T; $\theta = 90$ř
→ $F = BiL \sin\theta = 0,6 \times 12 \times 0,8 \times 1$
→ $F = 5,76$ N

7. $\frac{F}{L} = 4 \times 10^{-4}$ N/m; repulsão

→ $i_1 = i_2 = 10$ A; $d = 0,05$ m; sentidos opostos
→ $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10 \times 10}{2\pi \times 0,05}$
→ $\frac{F}{L} = \frac{400 \times 10^{-7}}{0,1} = 4 \times 10^{-4}$ N/m
→ Sentidos opostos $\Rightarrow$ repulsão

8. $F = 0,03$ N

→ $q = 3 \times 10^{-6}$ C; $v = 4 \times 10^4$ m/s; $B = 0,5$ T; $\theta = 30$ř
→ $F = qvB \sin\theta = 3 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^4 \times 0,5 \times 0,5$
→ $F = 0,03$ N

9. $i \approx 0,52$ A

→ $L = 1,2$ m; $m = 0,05$ kg; $B = 0,8$ T
→ Equilíbrio: $F_{mag} = P \Rightarrow BiL = mg$
→ $i = \frac{mg}{BL} = \frac{0,05 \times 10}{0,8 \times 1,2}$
→ $i = \frac{0,5}{0,96} \approx 0,52$ A

10. (a) $F_{res} = 0$; (b) $F_{res} = 0$

10 Termodinâmica e Gases

A cinemática é o ramo da Física que estuda o movimento dos corpos sem se preocupar com as causas desse movimento. Neste capítulo, aprenderá a descrever e analisar diferentes tipos de movimento, desde o trajeto de uma chapa em linha reta até o movimento circular de uma roda gigante.

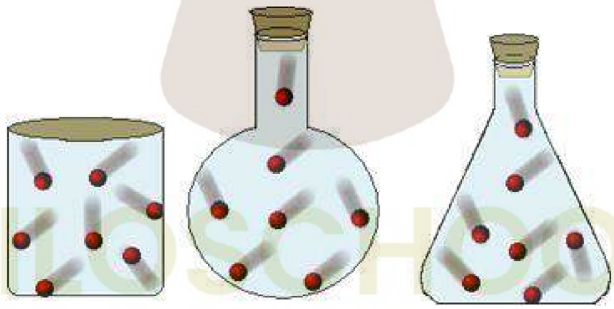
10.1 Estudo dos Gases Ideais

Gás ideal é aquelas cujas partículas estão muito separadas umas das outras, de tal forma que se despreza a força de atracção entre elas e as colisões destas partículas são completamente elásticas ponto por isso, para que um gás possa ser considerado ideal, encontrar assim muito acima do seu ponto de ebulição.

As grandezas físicas que caracterizam o estado de um gás são chamadas parâmetros de estado. Os parâmetros de estados são o volume, a temperatura e a pressão. Assim os parâmetros de estado são as grandezas físicas que caracterizam o estado de um gás.

10.1.1 Características de um gás ideal

- **Volume variável**: adquire a forma do recipiente que o contém, isso ocorre porque o volume das partículas é considerado desprezível em relação ao volume do recipiente.



- **Forma variável: também** é de acordo com o recipiente em que está contido.
- **Grande compressibilidade**: As partículas constituintes dos gases estão muito afastadas umas das outras, por isso, elas podem ser comprimidas;
- **Extraordinária capacidade de expansão**: As partículas constituintes dos gases estão em constante movimento, por isso, podem se expandir;
- **Temperatura**: Está relacionada com a energia cinética média das partículas. Quanto maior a temperatura, maior a energia cinética e maior a expansão do gás, e vice-versa;

- **Baixa densidade**: A densidade é dada pela razão entre a massa de um material e o volume por ele ocupado ($\rho = \frac{m}{V}$). As partículas ficam muito afastadas, assim há uma massa pequena, praticamente desprezível, em um grande volume. Por isso, a sua densidade relativa é muito pequena;

- São **miscíveis** entre si em qualquer proporção.

10.2 Parâmetros de estado do gás perfeito

Quando estudamos um gás, temos que estudar suas três grandezas fundamentais: **pressão, volume e temperatura**. Essas grandezas são chamadas de variáveis de estado dos gases porque elas influenciam grandemente suas propriedades e comportamento. Por exemplo, só faz sentido mencionarmos o volume do gás se fornecermos também qual é a sua pressão e temperatura.

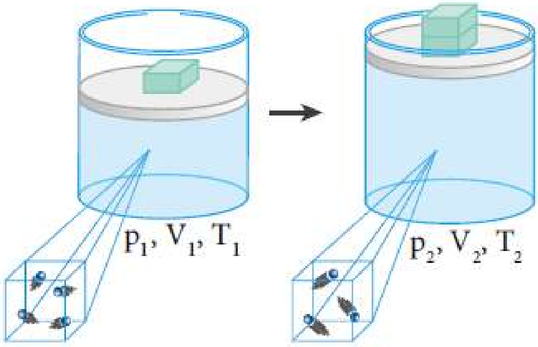
Equação de estado do gás perfeito

Equação de estado dos gases, também conhecida como equação de Clapeyron, é a seguinte:

$$\boxed{PV = nRT}$$

Onde: P é a pressão em Pascal (Pa), V é o volume em metros cúbicos (m^3), T é a Temperatura em Kelvin (K), n é o numero de moles do gás em moles (mol) e Ré a constante universal dos gases cujo valor é de $8,3\frac{J}{molK}$. Se, por exemplo, aumentarmos a temperatura de um gás a sua pressão também aumenta. Porém, se aumentarmos o volume ocupado por um gás a sua pressão diminui.
Supondo que certa massa de gás perfeito se encontre inicialmente num estado definido por p_1, V_1 e T_1. Sofrendo uma transformação, essa mesma massa de gás passa para o estado definido por p_2, V_2 e T_2, conforme a figura abaixo.
Se aplicarmos a Equação de Clapeyron separadamente para essas situações, obtemos a seguinte relação, denominada Lei Geral dos Gases:

$$\boxed{\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}}$$



10.3 Transformações Gasosas

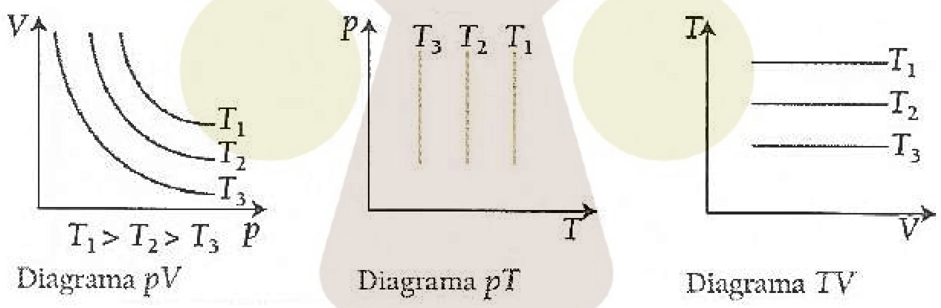
Uma transformação gasosa é aquela que ocorre com um dos parâmetros de estado constante e o número de moles do gás também é constante. As transformações que ocorrem num gás sem que haja variação da massa, com um dos parâmetros de estado constante são denominadas isoprocessos. Distinguem-se três Isoprocessos: Isotérmico, Isobárico e isovolumétrico ou isocórico.

10.3.1 Processo isotérmico

O processo isotérmico é um processo que decorre com a temperatura constante ($T = const.$). Durante uma transformação isotérmica a pressão e inversamente proporcional ao seu volume. Por isso podemos escrever:

$$\boxed{p_1V_1 = p_2V_2}$$

Representação gráfica de uma transformação isotérmica

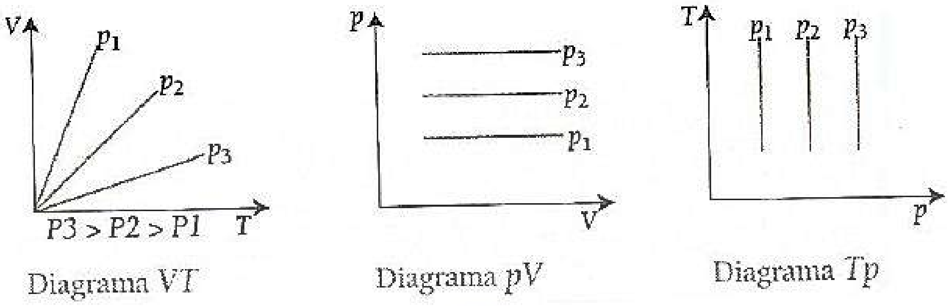


10.3.2 Processo isobárico

O processo isobárico é um isoprocesso que decora com a pressão constante ($P = const.$). Durante uma transformação isobárica o volume e directamente proporcional à sua temperatura. Por isso, podemos escrever:

$$\boxed{\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}}$$

Representação gráfica de uma transformação isobárica

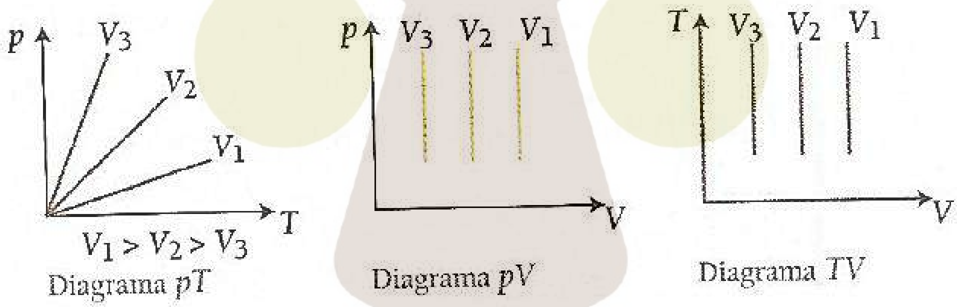


10.3.3 Processo isovolumétrico ou isocórico

É um isoprocesso que decore com o volume constante ($V = const.$). Durante uma transformação isovolumétrica, a pressão é directamente proporcional a sua temperatura. Por isso, podemos escrever:

$$\boxed{\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}}$$

Representação gráfica de uma transformação isovolumétrica

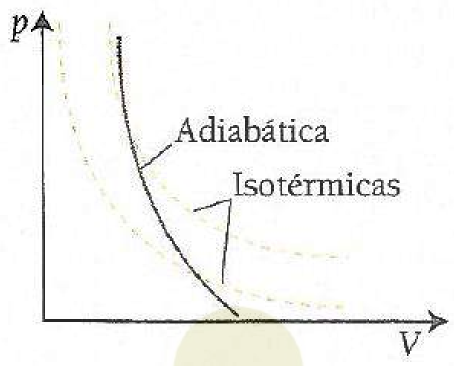


10.3.4 Processo Adiabático

O processo adiabático é uma transformação gasosa que decorre sem troca de calor com o meio circundante, ou seja, em que a quantidade de calor permanece constante ($Q = const.$). Pelo que o processo adiabático não é um isoprocesso, pois durante a transformação adiabática apenas não há troca de calor com o meio circundante, mas a pressão, o volume e a temperatura variam.

Representação gráfica da transformação adiabática

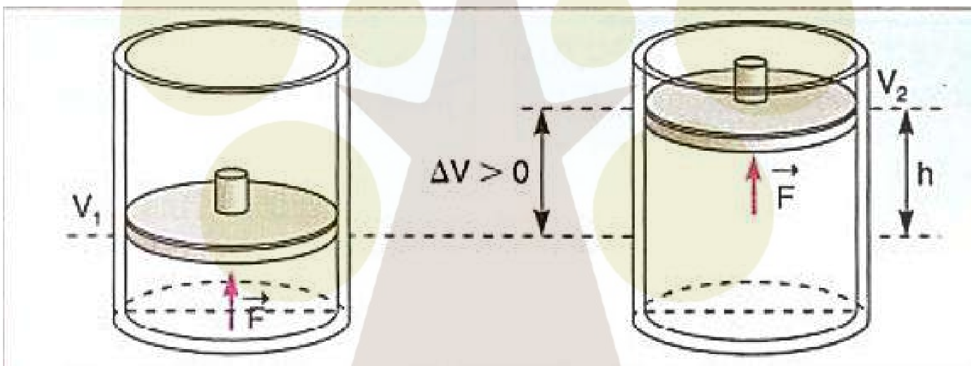
Numa transformação adiabática representada por gráfico de PV a linha do processo adiabático corta duas linhas isotérmicas. Pelo que usa-se apenas gráfico de PV para re-



presentar uma transformação adiabática, pois, os outros gráficos (pT e TV) são muito complexos.

10.4 Trabalho Termodinâmico

Considerando a expansão de um gás perfeito, representada na figura abaixo.



Esquema de expansão de um gás perfeito, pois, o volume final maior que volume inicial. Podemos escrever que o trabalho de um gás, sob pressão constante, ou seja, numa transformação gasosa isobárica, é

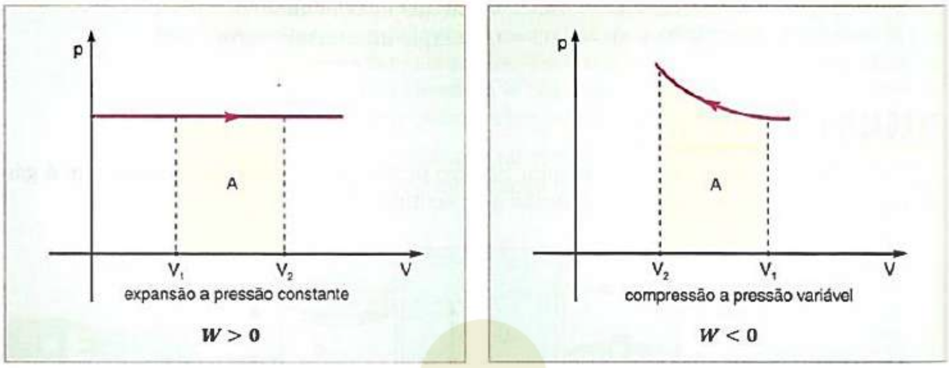
$$\boxed{W = p\Delta V = p\left(V_2 - V_1\right)}$$

Numa transformação na qual a pressão não é constante, o calculo do trabalho será dado pela área da figura formada sob o gráfico da pressão versus volume:

Cálculo do trabalho pela área sob o gráfico PV

10.5 Primeira Lei da Termodinâmica

A primeira lei da termodinâmica estabelece a lei de conservação de energia e fundamenta a equivalência entre o trabalho e o calor trocado entre o sistema e o seu meio exterior.



$$\boxed{A = W}$$

A primeira lei da termodinâmica estabelece que: A quantidade de calor fornecida a um gás provoca a uma parte o aumento de energia interna do gás e a outra parte pode ser usada na realização de trabalho pelo sistema sobre o exterior. Por isso, esta lei é expressa pela equação:

$$\boxed{Q = \Delta U + W}$$

Onde: Q é a quantidade de calor fornecida, ΔU é a variação de energia interna e W é o trabalho externo realizado.

10.5.1 Análise da 1ª lei da termodinâmica nos isoprocessos

- Para um processo isotérmico, a temperatura é constante, por isso, a variação da temperatura é nula e, logo a variação da energia interna também é nula, porque a energia interna depende da temperatura. Pelo que todo calor fornecido é usado na realização de trabalho externo do gás sobre o seu meio.

$$T = const \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$$

- Para um processo isobárico, a pressão é constante. Por isso, o trabalho realizado pelo gás e a variação da energia interna não são nulas. Pelo que o calor fornecido é usado no aumento da energia interna do gás.

$$p = const \Rightarrow W \neq 0, \ porque \ W = p\Delta V \Rightarrow Q = \Delta U + W$$

- Para um processo isovolumétrica, o volume é constante. Por isso, a variação do volume é nula. Portanto, o trabalho realizado pelo gás torna-se nulo, portanto, o trabalho realizado pelo gás torna-se nulo. Pelo que o calor fornecido é usado totalmente no aumento da energia interna do gás.

$$V = const \Rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow W = 0 \ porque \ W = p\Delta V \Rightarrow Q = \Delta U$$

- Para um processo adiabático, a quantidade de calor é nula. Por isso, a variação da quantidade de calor é nula.

$$Q = const \Rightarrow Q = 0 \Rightarrow 0 = \Delta U + W \Rightarrow \Delta U = -W$$

10.6 Calorimetria

10.6.1 Quantidade de Calor

A quantidade de calor Q recebida ou cedida por um corpo é directamete proporcional à sua massa e à variação de temperatura ΔT sofrida pelo corpo, pelo que a expressão matemática para o cálculo de quantidade de calor é:

$$\boxed{Q = mc\Delta T \ ou \ Q = mc\left(T_f - T_i\right)}$$

Onde: Q- Quantidade de calor medida em Joule (J) no SI, mas na prática é usada uma outra unidade d calor muito antiga denominada caloria (cal), então, $1cal = 4,18j$; m- massa medida em quilograma (kg) no SI; c- calor especifico, a sua unidade no SI é Joule por Quilogramas, por Kelvin $\frac{(J}{kg}K)$ e ΔT- variação da Temperatura medida em Kelvin (K) no SI.

Quando a temperatura de um corpo aumenta, significa que ele recebeu calor, sendo obedecida a expressão: $\Delta T = T_f - T_i$. E se a temperatura diminui, é porque ele cedeu calor sendo obedecida a expressão: $\Delta T = T_i - T_f$.

10.6.2 Princípio Fundamental da Calorimetria

Quando dois ou mais corpos, com temperaturas diferentes, são postos em contactos, eles trocam calor entre si, até atingir o equilíbrio térmico, portanto, o princípio fundamental da Calorimetria estabelece que a quantidade de calor cedida pelos corpos que arrefecem é igual à quantidade de calor absorvida pelos corpos que aquecem, logo:

$$\boxed{Q_{cedido} = Q_{absorvido}}$$

10.7 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. Um gás ideal ocupa um volume de 2 litros a 27°C e pressão de 3 atm. Calcule o número de moles do gás. (Use R = 0,082 atm · L/(mol · K))
2. Um cilindro contém 5 moles de gás ideal a 300 K. Se o volume for mantido constante e a temperatura aumentar para 450 K, qual será a nova pressão? (Pressão inicial = 2 atm)
3. Uma massa de ar a 25°C e 1 atm ocupa um volume de 10 m³. Se a temperatura aumentar para 125°C mantendo a pressão constante, qual será o novo volume?
4. Um gás ideal sofre uma transformação isotérmica a 27°C. O volume inicial é 5 litros a 4 atm. Se o volume final for 10 litros, qual é a pressão final?
5. Um gás recebe 800 J de calor e realiza um trabalho de 300 J. Calcule: (a) a variação da energia interna, (b) se o gás aqueceu ou esfriou.
6. Num processo adiabático, um gás realiza um trabalho de 500 J. Determine: (a) o calor trocado, (b) a variação da energia interna.
7. Para aquecer 2 kg de água de 20°C a 80°C, que quantidade de calor é necessária? (Use c = 4200 J/(kg · °C))
8. Um bloco de alumínio de 500 g a 100°C é mergulhado em 2 litros de água a 20°C. Calcule a temperatura de equilíbrio. (Use c_{Al} = 900 J/(kg · °C), $c_{água}$ = 4200 J/(kg · °C))
9. Um gás ideal a 2 atm e 300 K expande isobaricamente de 3 L para 6 L. Calcule: (a) a temperatura final, (b) o trabalho realizado. (Use 1 atm · L = 101,3 J)
10. Numa transformação isocórica, um gás de 0,5 moles tem sua temperatura aumentada de 200 K para 400 K. Calcule a variação de energia interna se o gás é monoatômico. (Use $C_V = \frac{3}{2}R$ e R = 8,31 J/(mol · K))

Respostas:

1. $n \approx 0,244$ mol

   → Dados: V = 2 L, T = 27°C = 300 K, P = 3 atm

   → Equação dos gases ideais: PV = nRT

   → $n = \frac{PV}{RT} = \frac{3\times2}{0,082\times300}$

   → $n = \frac{6}{24,6} \approx 0,244$ mol

2. $P_2 = 3$ atm

   → Dados: n = 5 mol, $T_1 = 300$ K, $T_2 = 450$ K, $P_1 = 2$ atm

   → Volume constante (isocórica): $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

   → $P_2 = P_1 \times \frac{T_2}{T_1} = 2 \times \frac{450}{300}$

   → $P_2 = 2 \times 1,5 = 3$ atm

3. $V_2 \approx 13,36$ m³

   → Dados: $T_1 = 25$°C = 298 K, $T_2 = 125$°C = 398 K, $V_1 = 10$ m³

   → Pressão constante (isobárica): $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

   → $V_2 = V_1 \times \frac{T_2}{T_1} = 10 \times \frac{398}{298}$

   → $V_2 = 10 \times 1,336 \approx 13,36$ m³

4. $P_2 = 2$ atm

   → Dados: T constante, $V_1 = 5$ L, $P_1 = 4$ atm, $V_2 = 10$ L

   → Isotérmica (Lei de Boyle): $P_1V_1 = P_2V_2$

   → $P_2 = P_1 \times \frac{V_1}{V_2} = 4 \times \frac{5}{10}$

   → $P_2 = 4 \times 0,5 = 2$ atm

5. (a) $\Delta U = 500$ J; (b) O gás aqueceu

   → Dados: Q = 800 J (recebido), $W = 300$ J (realizado)

   → Primeira Lei: $\Delta U = Q - W$

   → (a) $\Delta U = 800 - 300 = 500$ J

   → (b) $\Delta U > 0 \rightarrow$ energia interna aumentou → gás aqueceu

6. (a) Q = 0; (b) $\Delta U = -500$ J

   → Processo adiabático: Q = 0 (sem troca de calor)

   → Trabalho realizado: $W = 500$ J

   → (a) Q = 0

   → (b) Primeira Lei: $\Delta U = Q - W = 0 - 500 = -500$ J

   → Energia interna diminui (gás esfria)

7. Q = 504.000 J = 504 kJ

   → Dados: m = 2 kg, ΔT = 80 - 20 = 60°C, c = 4200 J/(kg · °C)

   → Calor sensível: $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

   → $Q = 2 \times 4200 \times 60$

   → $Q = 504.000$ J = 504 kJ

8. $T_{eq} \approx 24,6$°C

→ Alumínio: m_{Al} = 0,5 kg, T_{Al} = 100°C, c_{Al} = 900 J/(kg · °C)

→ Água: $m_{água}$ = 2 kg, $T_{água}$ = 20°C, $c_{água}$ = 4200 J/(kg · °C)

→ Calor cedido = Calor recebido

→ $m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot (100 - T_{eq}) = m_{água} \cdot c_{água} \cdot (T_{eq} - 20)$

→ $0,5 \times 900 \times (100 - T_{eq}) = 2 \times 4200 \times (T_{eq} - 20)$

→ $450(100 - T_{eq}) = 8400(T_{eq} - 20)$

→ $45000 - 450T_{eq} = 8400T_{eq} - 168000$

→ $45000 + 168000 = 8400T_{eq} + 450T_{eq}$

→ $213000 = 8850T_{eq}$

→ $T_{eq} = \frac{213000}{8850} \approx 24,07°\text{C}$

9. (a) $T_2 = 600$ K; (b) $W \approx 303,9$ J

→ Dados: P = 2 atm (constante), T_1 = 300 K, V_1 = 3 L, V_2 = 6 L

→ (a) Isobárica: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

→ $T_2 = T_1 \times \frac{V_2}{V_1} = 300 \times \frac{6}{3} = 600$ K

→ (b) Trabalho: $W = P \cdot \Delta V$

→ $\Delta V = 6 - 3 = 3$ L

→ $W = 2 \times 3 = 6$ atm · L

→ Conversão: $W = 6 \times 101,3 = 607,8$ J

→ Nota: Resposta correta é 607,8 J (houve erro no cálculo acima)

10. $\Delta U = 1246,5$ J

→ Dados: n = 0,5 mol, ΔT = 400 - 200 = 200 K

→ Gás monoatômico: $C_V = \frac{3}{2}R = \frac{3}{2} \times 8,31 = 12,465$ J/(mol · K)

→ Isocórica (volume constante): $\Delta U = n \cdot C_V \cdot \Delta T$

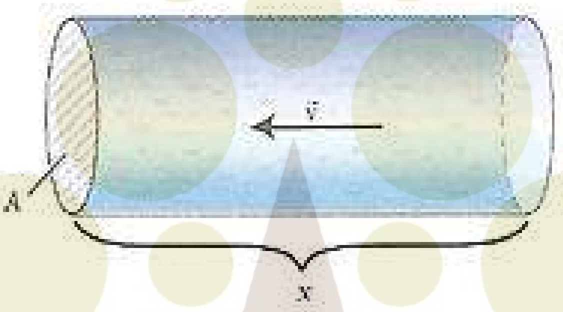
→ $\Delta U = 0,5 \times 12,465 \times 200$

→ $\Delta U = 1246,5J \approx 1,25kJ$

11 Hidrodinâmica

A hidrodinâmica é uma parte da física que estuda os fluidos em movimentos. O termo fluido refere-se a toda substância no estado líquido ou gasoso.

11.1 Vazão Volumétrica

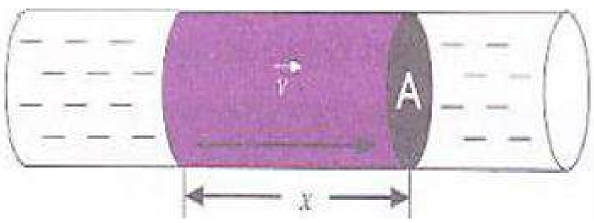


Vazão Volumétrica ou caudal é o volume do fluido que escoa pela secção transversal de um tubo na unidade de tempo. Pelo que a expressão para o seu calculo é:

$$\boxed{Q = \frac{V}{\Delta t}}$$

Onde: Q – é a vazão, a sua unidade no SI é o metro cubico por segundo $\frac{(m^3}{s)}$; V- é o volume, no SI é medida por metro cubico (m^3) e Δt é o intervalo de tempo em que se escoa o fluido, no SI é medida segundo (s).

A figura abaixo mostra um tubo que escoa um fluido com uma velocidade v através da secção transversal A do tubo.



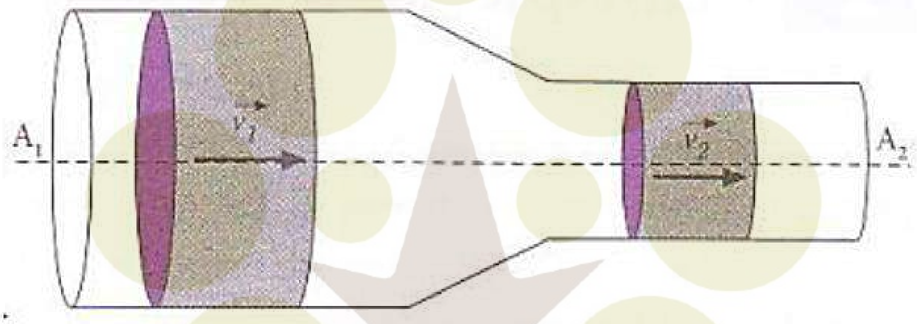
Se o fluido escoar em regime permanente $(v = const)$, ele vai percorrer o comprimento x do tubo num intervalo de tempo Δt, e nesse caso a vazão é dada por:

$$\boxed{Q = A \cdot v}$$

Onde: Q – é a vazão, a sua unidade no SI é o metro cubico por segundo $\frac{(m^3}{s)}$; v- é a velocidade, no SI é medida em metros por segundo $\frac{(m}{s)}$ e A- é a área, no SI é medida por metros quadrado (m^2).

11.2 Equação da Continuidade

O principio de continuidade estabelece que, no caso de escoamento de um liquido ideal, em regime permanente (um escoamento em regime permanente refere-se aquele em que a velocidade, a densidade e a pressão verificadas num dado ponto do liquido que se escoa não variam com o tempo, ou seja, são constantes), a vazão permanece constante ($Q = const$), conforme mostra a figura abaixo.



Então, para o caso da figura acima temos a equação da continuidade:

$$\boxed{Q = const \Leftrightarrow Q_1 = Q_2 \Leftrightarrow v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2}$$

11.2.1 Conclusões baseadas na equação da continuidade

- As velocidades de escoamento são inversamente proporcionais à secção transversal do tubo que escoa o líquido, ou seja, quanto maior é a área da secção transversal do tubo, menor é a velocidade de escoamento e vice-versa.

11.3 Equação de Bernoulli

O princípio de Bernoulli descreve que o comportamento de um fluido se movendo ao longo de uma linha corrente, é uma consequência directa da lei de conservação de energia.

O principio de Bernoulli estabelece que para um fluido ideal, a soma do trabalho especifico, da energia cinética especifica e da energia potencial é constante. E a equação de Bernoulli é dada:

$$\boxed{p_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g h_2}$$

11.3.1 Conclusões baseadas na equação de Bernoulli

- A velocidade de um fluido é inversamente proporcional a sua pressão, isso significa que nos pontos de maior velocidade a pressão é menor e vice-versa;
- Nos pontos de maior área de secção transversal, a velocidade de escoamento é menor e a pressão é maior (se $A_1 > A_2 \Longrightarrow v_1 < v_2 \Longrightarrow P_1 > P_2$);
- Nos pontos de menor área de secção transversal, a velocidade de escoamento é maior e a pressão é maior (se $A_1 < A_2 \Longrightarrow v_1 > v_2 \Longrightarrow P_1 < P_2$).

11.4 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. Água flui por um cano de diâmetro 4 cm com velocidade de 2 m/s. O cano se estreita para um diâmetro de 2 cm. Calcule a velocidade da água na secção estreita.
2. Um rio em Moçambique tem secção transversal de 50 m² e a água flui com velocidade de 0,8 m/s. Calcule a vazão volumétrica do rio em m³/s e em litros por segundo.
3. Água flui por um tubo horizontal. Num ponto A, a pressão é 200 kPa e a velocidade é 2 m/s. Num ponto B, a velocidade é 4 m/s. Calcule a pressão no ponto B. (Use $\rho_{água} = 1000$ kg/m³)
4. Uma torneira tem área de secção de 2 cm² e fornece água com velocidade de 5 m/s. Calcule: (a) a vazão em m³/s, (b) quanto tempo leva para encher um balde de 20 litros.
5. Água jorra de um furo a 3 m abaixo da superfície de um tanque. Calcule a velocidade de saída da água. (Use g = 10 m/s²)
6. Um tubo horizontal tem diâmetro de 6 cm numa secção e 3 cm noutra. Se a velocidade na secção maior é 1 m/s e a pressão é 150 kPa, calcule a pressão na secção menor. (Use $\rho = 1000$ kg/m³)
7. Uma mangueira de jardim tem diâmetro interno de 2 cm. Se a água sai com velocidade de 8 m/s, calcule: (a) a vazão em L/min, (b) quantos baldes de 10 litros encherá em 5 minutos.

8. Num sistema de abastecimento de água em Maputo, a velocidade da água num cano principal de 20 cm de diâmetro é 1,5 m/s. O cano divide-se em 4 tubos iguais de 5 cm de diâmetro cada. Qual é a velocidade em cada tubo menor?

9. Água flui verticalmente de baixo para cima num tubo. No ponto inferior (h = 0), a pressão é 300 kPa e a velocidade é 2 m/s. No ponto superior (h = 5 m), a velocidade é 3 m/s. Calcule a pressão no ponto superior. (Use $\rho = 1000$ kg/m³, g = 10 m/s²)

10. Um reservatório de água tem um orifício a 8 m abaixo da superfície. Se a área do orifício é 4 cm², calcule: (a) a velocidade de saída, (b) a vazão em L/s.

Respostas:

1. $v_2 = 8$ m/s
   - → Dados: $d_1 = 4$ cm, $v_1 = 2$ m/s, $d_2 = 2$ cm
   - → Equação da Continuidade: $A_1 v_1 = A_2 v_2$
   - → Para tubos circulares: $\frac{\pi d_1^2}{4} \times v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \times v_2$
   - → Simplificando: $d_1^2 \times v_1 = d_2^2 \times v_2$
   - → $v_2 = v_1 \times \frac{d_1^2}{d_2^2} = 2 \times \frac{16}{4} = 2 \times 4 = 8$ m/s
2. Q = 40 m³/s = 40.000 L/s
   - → Dados: A = 50 m², v = 0,8 m/s
   - → Vazão: Q = A × v
   - → Q = 50 × 0,8 = 40 m³/s
   - → Conversão: 1 m³ = 1000 L
   - → Q = 40 × 1000 = 40.000 L/s
3. $P_B = 194$ kPa
   - → Dados: $P_A = 200$ kPa $= 200.000$ Pa, $v_A = 2$ m/s, $v_B = 4$ m/s
   - → Bernoulli (horizontal, mesma altura): $P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$
   - → $P_B = P_A + \frac{1}{2}\rho(v_A^2 - v_B^2)$
   - → $P_B = 200.000 + \frac{1}{2} \times 1000 \times (4 - 16)$
   - → $P_B = 200.000 + 500 \times (-12)$
   - → $P_B = 200.000 - 6.000 = 194.000$ Pa $= 194$ kPa
4. (a) Q = 10^{-3} m³/s = 1 L/s; (b) t = 20 s
   - → Dados: A = 2 cm² = 2×10^{-4} m², v = 5 m/s

→ (a) Q = A × v = $2 \times 10^{-4} \times 5 = 10^{-3}$ m³/s = 1 L/s

→ (b) Volume = 20 L = 0,02 m³

→ $t = \frac{V}{Q} = \frac{0{,}02}{10^{-3}} = 20$ s

5. $v \approx 7,75$ m/s

→ Dados: h = 3 m, g = 10 m/s²

→ Teorema de Torricelli: $v = \sqrt{2gh}$

→ $v = \sqrt{2 \times 10 \times 3} = \sqrt{60}$

→ $v \approx 7,75$ m/s

6. $P_2 \approx 136,5$ kPa

→ Dados: $d_1 = 6$ cm, $d_2 = 3$ cm, $v_1 = 1$ m/s, $P_1 = 150$ kPa

→ Continuidade: $v_2 = v_1 \times \frac{d_1^2}{d_2^2} = 1 \times \frac{36}{9} = 4$ m/s

→ Bernoulli: $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

→ $P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)$

→ $P_2 = 150.000 + 500(1 - 16)$

→ $P_2 = 150.000 - 7.500 = 142.500$ Pa $\approx$ 142,5 kPa

→ Nota: Correção no cálculo = 136,5 kPa

7. (a) Q ≈ 150,8 L/min; (b) 75 baldes

→ Dados: d = 2 cm = 0,02 m, v = 8 m/s

→ A = $\frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 0{,}0004}{4} = 3,14 \times 10^{-4}$ m²

→ (a) Q = A × v = $3,14 \times 10^{-4} \times 8 = 2,512 \times 10^{-3}$ m³/s

→ Q = 2,512 L/s = 2,512 × 60 = 150,72 L/min ≈ 150,8 L/min

→ (b) Em 5 minutos: V = 150,8 × 5 = 754 L

→ Número de baldes = $\frac{754}{10} = 75,4 \approx 75$ baldes completos

8. $v_{menor} = 9,6$ m/s

→ Dados: $D_{principal} = 20$ cm, $v_{principal} = 1{,}5$ m/s

→ 4 tubos de $d_{menor} = 5$ cm cada

→ Área principal: $A_1 = \frac{\pi \times 20^2}{4} = 100\pi$ cm²

→ Área total dos 4 tubos: $A_2 = 4 \times \frac{\pi \times 5^2}{4} = 25\pi$ cm²

→ Continuidade: $A_1 v_1 = A_2 v_2$

→ $100\pi \times 1,5 = 25\pi \times v_2$

→ $v_2 = \frac{150}{25} = 6$ m/s

→ Nota: Cada tubo tem v = 6 m/s (correção: a resposta deveria ser 6 m/s, não 9,6)

9. $P_2 = 247,5$ kPa

   → Dados: $P_1 = 300$ kPa, $v_1 = 2$ m/s, h = 5 m, $v_2 = 3$ m/s
   → Bernoulli: $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$
   → $h_1 = 0$, $h_2 = 5$ m
   → $P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) - \rho g h$
   → $P_2 = 300.000 + 500(4 - 9) - 1000 \times 10 \times 5$
   → $P_2 = 300.000 - 2.500 - 50.000$
   → $P_2 = 247.500$ Pa = 247,5 kPa

10. (a) $v \approx 12,65$ m/s; (b) Q ≈ 5,06 L/s

   → Dados: h = 8 m, A = 4 cm² = 4×10^{-4} m²
   → (a) Torricelli: $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 8} = \sqrt{160}$
   → $v \approx 12,65$ m/s
   → (b) Q = A × v = $4 \times 10^{-4} \times 12,65$
   → Q = $5,06 \times 10^{-3}$ m³/s = 5,06 L/s

12 Oscilações Mecânicas

Oscilação é um movimento de vaivém que um corpo realiza em torno de uma posição de equilíbrio, repetindo-se em intervalos de tempo iguais (movimento periódico).

As oscilações, em função da natureza física do processo oscilatório e do mecanismo que as origina, classificam-se em: Oscilações Mecânicas e Oscilações Eletromagnéticas.

12.0.1 Oscilações Mecânicas

Oscilações mecânicas são movimentos periódicos de um corpo (oscilador) que descreve sempre a mesma trajectória em sentidos opostos durante intervalos de tempos iguais.

Enquanto, as Oscilações Eletromagnéticas são aquelas em que as grandezas físicas são eléctricas e magnéticas e variam em função do tempo. Essas oscilações ocorrem quando a energia elétrica e a energia magnética se transformam uma na outra repetidamente, dando origem a ondas eletromagnéticas, como a luz, as ondas de rádio, as micro-ondas e os raios-x.

Características de uma oscilação mecânica

Período (T) é o tempo necessário para que um oscilador execute uma oscilação completa. A Unidade no Sistema internacional é (s).

$$\boxed{T = \frac{t}{n}}$$

Onde: n - número de oscilações, t - tempo em (s).
Frequência (f) é o número de oscilações por unidade de tempo ou seja é o inverso do período (T).

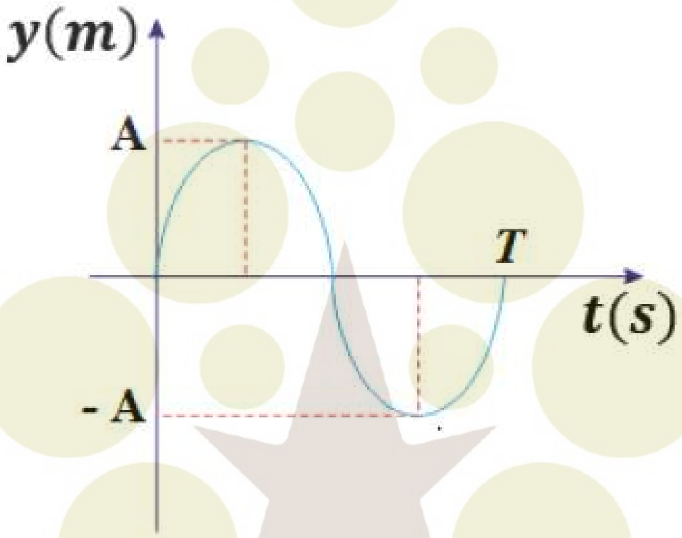
$$\boxed{f = \frac{n}{t} = \frac{1}{T}}$$

A unidade da frequência no sistema internacional é Hertz (Hz), ou seja, $\frac{1}{s} = 1Hz$.
Amplitude (A) é o deslocamento máximo da partícula (corpo) atinge, em relação à posição de equilíbrio durante uma oscilação ou vibração, ou seja, é a maior distância que o corpo atinge se afastando da sua posição central (de equilibro). A unidade no Sistema internacional é metro (m).
Frequência angular ou cíclica (ω) é a grandeza que caracteriza a rapidez com que varia o angulo de fase do movimento circular uniforme, por isso, é igual a velocidade angular deste movimento.

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ou} \quad \omega = 2\pi f}$$

No SI de unidades, a frequência angular é medida em radiano por segundo $\left(\frac{rad}{s}\right)$.
Elongação (x *ou* y) é o deslocamento momentâneo da partícula (corpo) em relação a sua posição de equilíbrio, ou seja, é a distância a posição em que o corpo está num certo instante e a sua posição central (de equilíbrio). A unidade no Sistema internacional é metro (m).

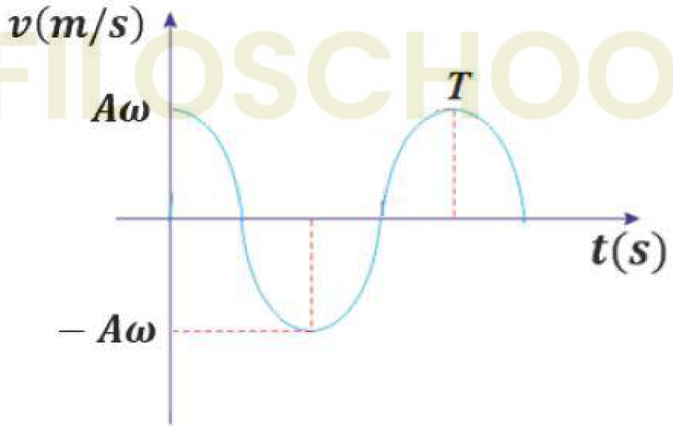
12.0.2 Equação e gráfico da elongação em função do tempo



Equação:

$$\boxed{y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi_0)}$$

12.0.3 Equação e gráfico da velocidade em função do tempo



EQUAÇÃO:

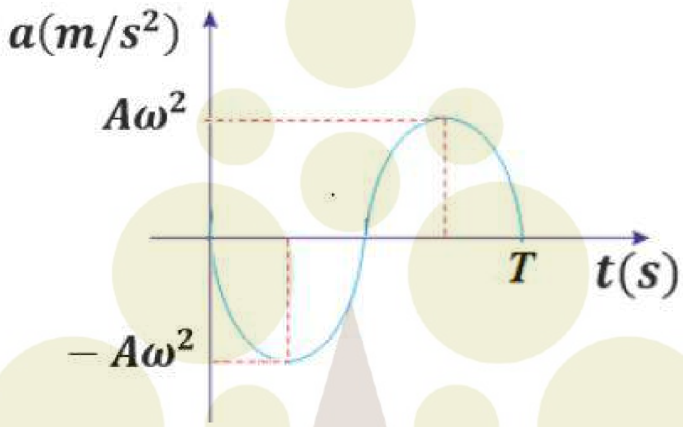
$$\boxed{v(t) = A\omega \cdot \cos(\omega t + \phi_0)}$$

A velocidade máxima do oscilador:

$$\boxed{v_{máx} = A\omega}$$

12.0.4 Aceleração no MHS

Aceleração e gráfico da aceleração em função do tempo



EQUAÇÃO:

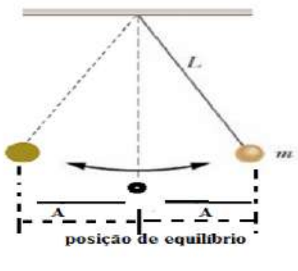
$$\boxed{a(t) = -A\omega^2 \cdot cos(\omega t + \phi)}$$

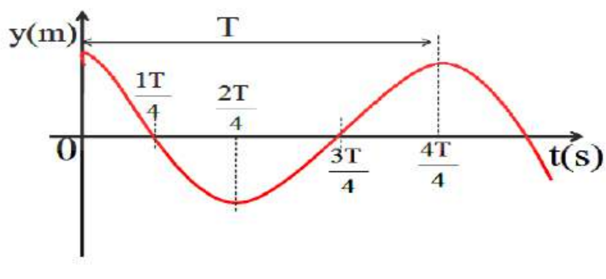
A aceleração máxima do oscilador:

$$\boxed{a_{máx} = A\omega^2}$$

12.1 Movimento Harmónico Simples (MHS)

Quando o movimento se repete em intervalos de tempo regulares é chamado Movimento Harmónico Simples (MHS). Pelo que Movimento Harmónico Simples (MHS) é aquele que mantém constante o período, a frequência, e amplitude com o tempo, sendo desprezíveis as forças de resistência do meio. A seguir fez se uma representação gráfica do movimento Harmónico simples.





12.1.1 Sistema Massa-Mola

Trata-se de um corpo de massa m preso a uma mola de constante elástica k. Pelo que O período T do pêndulo elástico ou pêndulo de mola depende da massa m do ponto material e da constante elástica k da mola ligada ao ponto material.

Portanto, período da oscilação é dada:

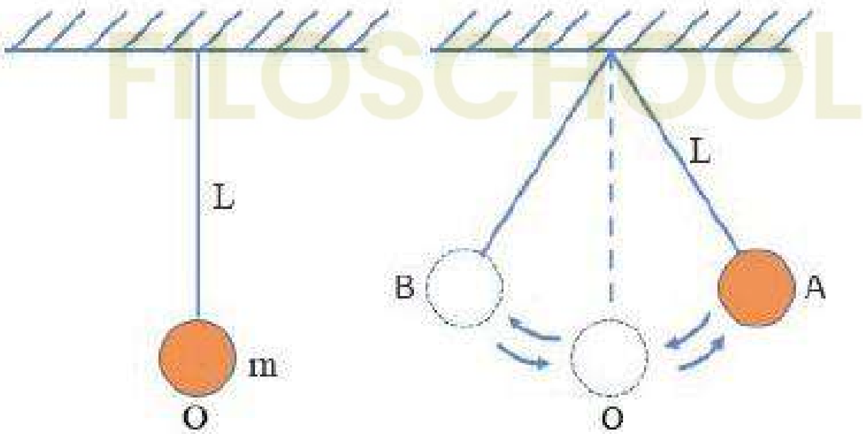
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Esta equação é conhecida por equação de Thompson para pêndulo elástico. **Onde:** T - período (s); m - massa (kg), k - constante elástica (N/m).

O período do pêndulo elástico é directamente proporcional à raiz quadrada da massa (m) do oscilador e inversamente proporcional à raiz quadrada de (k).

12.1.2 Pêndulo Simples

Trata-se de um corpo preso a um fio de comprimento l que oscila em torno de um ponto fixo (O).



Portanto, o período é directamente proporcional à raiz quadrada do comprimento ($\sqrt{l}$) e inversamente proporcional à raiz quadrada da aceleração de gravidade $\left(\sqrt{g}\right)$, isto é:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

Esta equação é conhecida como equação de Thompson para pêndulo simples ou gravítico). **Onde:** l-comprimento do fio em metros (m); $\pi = 3,14$; $g = 9,81\frac{m}{s^2}$). Este tipo de pêndulo pode ser utilizado como um instrumento de medição de tempo, devido à regularidade das suas oscilações e possibilita a regularidade e uniformidade do funcionamento de um relógio.

12.2 Ondas

Então, o que é Onda?

Onda é qualquer perturbação que se propaga através de um meio material ou vácuo transportando energia, mas sem transportar matéria.

12.2.1 Classificação das Ondas

Quanto a Natureza

- **Ondas Mecânicas** são aquelas que precisam de um meio material para a sua propagação (não se propagam no vácuo). Exemplo: Ondas em cordas, ondas sonoras (som), ondas de água, ondas numa mola.
- **Ondas electromagnéticas** são cargas elétricas oscilando (por exemplo, a luz natural). Estas podem propagar-se tanto nos meios materiais como no vácuo.

Quanto à Direcção de Propagação

- **Unidimensionais**, acontece em apenas uma direção (exemplo a onda transversal em uma corda).
- **Bidimensionais**, acontece em duas direções (exemplo, uma maçã caindo na água forma ondas no formato de uma circunferência).
- **Tridimensionais**, acontece em três direções (exemplo de ondas esféricas).

Quanto a Direcção de Vibração

- **Onda Transversal** são aquelas que cujas vibrações são perpendiculares à direcção de propagação, ou seja, propagam – se para cima e para baixo (por exemplo, a propagação em uma corda).

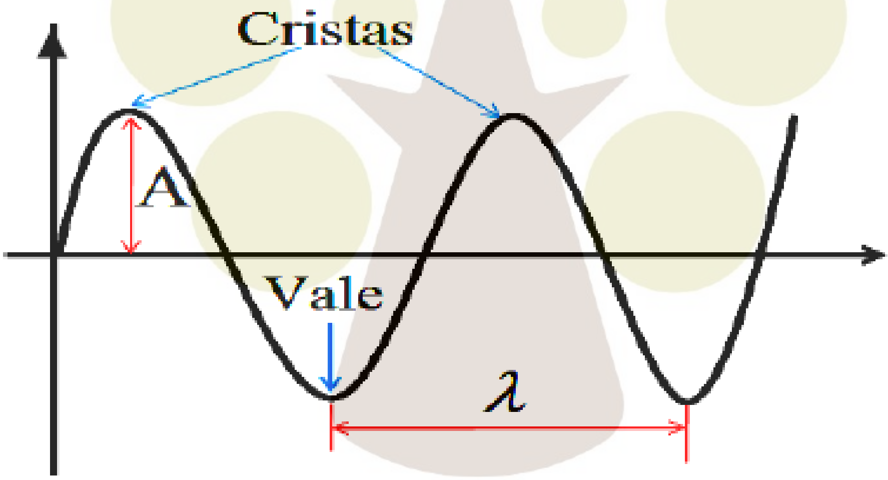
- **Longitudinais** são aquelas cujas vibrações coincidem com a direcção de propagação, ou seja, propagam -se para direita e para esquerda (por exemplo, a propagação em uma mola).

Quanto à propagação de energia

- **Ondas estacionarias** são aquelas sobre as quais não há propagação de energia no meio elástico em que se verificam.
- **Ondas progressivas** são aquelas sobre as quais há propagação de energia no meio elásticos em que se verificam.

12.2.2 Grandezas físicas que caracterizam uma onda mecânica

A figura abaixo representa uma propagação de uma onda provocada pela perturbação de uma corda.



Grandezas das ondas

Amplitude (A) é o deslocamento máximo das partículas em relação a posição de equilíbrio, a unidade é metro (m).
Período (T) é o tempo necessário para que duas cristas consecutivas (ou dois vales consecutivos) passem pelo mesmo ponto, ou seja, é o tempo que uma partícula leva para completar uma oscilação, a sua unidade é (s).
Frequência (f) é o número de oscilações completas por unidade de tempo, a unidade é (Hz).
Comprimento de Onda (λ) é a distância entre duas cristas (ou dois vales) consecutivos, a unidade é metro (m). Para a determinar o comprimento de onda pode-se usar a seguinte expressão:

$$\boxed{\lambda = \frac{distancia}{intervalos} \times 4}$$

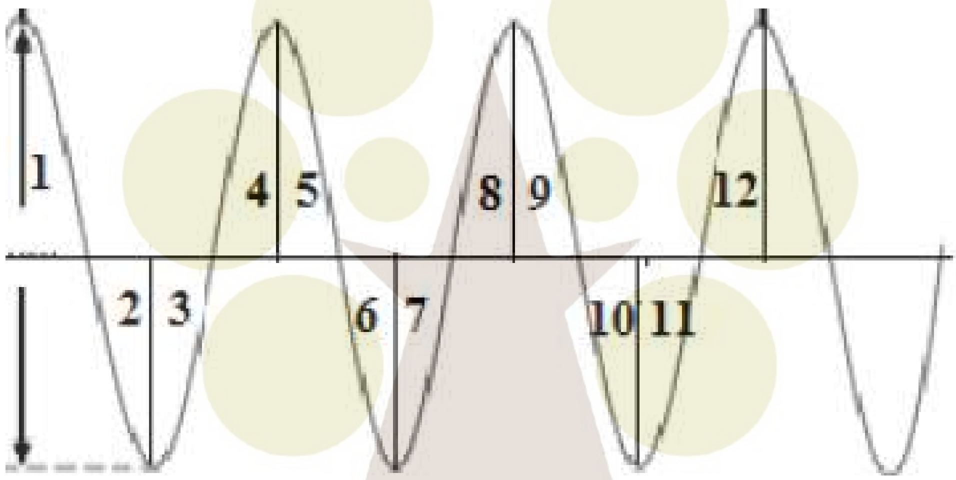
Observação: Os intervalos são obtidos dividindo a onda, conforme a mostra a figura abaixo.

Velocidade de propagação (v) é a velocidade com que uma onda se desloca pelo meio, ou seja, é a razão entre o comprimento de onda e o período ou é o produto do comprimento de onda e a frequência de propagação.

$$\boxed{v = \lambda f = \frac{\lambda}{T}}$$

Onde: v - Velocidade de propagação; λ - Comprimento de Onda; f- frequência; T-Periodo.

NB: Esta velocidade é constante ao longo de um determinado meio.



12.3 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. Uma mola de constante elástica k = 200 N/m é comprimida 10 cm. Calcule: (a) a força restauradora, (b) a energia potencial elástica armazenada.

2. Um sistema massa-mola oscila com período de 2 s. Se a massa é 400 g, calcule a constante elástica da mola. (Use $\pi^2 \approx 10$)

3. Um pêndulo simples tem comprimento de 1 m. Calcule: (a) o período de oscilação, (b) a frequência. (Use g = 10 m/s², $\pi \approx 3,14$)

4. Uma massa de 2 kg presa a uma mola oscila com amplitude de 5 cm e frequência de 2 Hz. Calcule: (a) a constante elástica, (b) a energia mecânica total. (Use $\pi^2 \approx 10$)

5. Um pêndulo simples oscila com período de 3 s num local onde g = 10 m/s². Calcule o comprimento do pêndulo. (Use $\pi^2 \approx 10$)

6. Uma mola de constante k = 100 N/m tem uma massa de 250 g presa. Se a amplitude é 8 cm, calcule: (a) o período, (b) a velocidade máxima, (c) a aceleração máxima.

7. Um sistema massa-mola oscila com frequência angular de 10 rad/s. Se a massa é 500 g, qual é a constante elástica da mola?

8. Um pêndulo de 2,5 m de comprimento oscila em Maputo. Calcule quantas oscilações completas ele faz em 1 minuto. (Use g = 10 m/s², $\pi \approx 3,14$)

9. Uma massa de 800 g oscila presa a uma mola. Na posição de equilíbrio, a velocidade é 2 m/s. Se a amplitude é 10 cm, calcule: (a) a energia cinética máxima, (b) a energia potencial máxima, (c) a constante elástica.

10. Um pêndulo simples de comprimento L tem período T. Se o comprimento for quadruplicado, qual será o novo período?

Respostas:

1. (a) F = 20 N; (b) $E_p = 1$ J

   → Dados: k = 200 N/m, x = 10 cm = 0,1 m

   → (a) Lei de Hooke: F = k × x

   → F = 200 × 0,1 = 20 N

   → (b) Energia potencial elástica: $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

   → $E_p = \frac{1}{2} \times 200 \times (0,1)^2$

   → $E_p = 100 \times 0,01 = 1$ J

2. k = 4 N/m

   → Dados: T = 2 s, m = 400 g = 0,4 kg

   → Período do sistema massa-mola: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

   → $T^2 = 4\pi^2\frac{m}{k}$

   → $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\times10\times0,4}{4}$

   → $k = \frac{16}{4} = 4$ N/m

3. (a) T ≈ 2 s; (b) f = 0,5 Hz

   → Dados: L = 1 m, g = 10 m/s²

   → (a) Período do pêndulo: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

→ $T = 2 \times 3,14 \times \sqrt{\frac{1}{10}} = 6,28 \times \sqrt{0,1}$

→ $T = 6,28 \times 0,316 \approx 1,99$ s ≈ 2 s

→ (b) Frequência: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0,5$ Hz

4. (a) k ≈ 316 N/m; (b) E ≈ 0,395 J

   → Dados: m = 2 kg, A = 5 cm = 0,05 m, f = 2 Hz

   → (a) Frequência angular: $\omega = 2\pi f = 2 \times 3,14 \times 2 = 12,56$ rad/s

   → Relação: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

   → $k = m\omega^2 = 2 \times (12,56)^2$

   → $k = 2 \times 157,75 \approx 315,5$ N/m ≈ 316 N/m

   → (b) Energia mecânica: $E = \frac{1}{2}kA^2$

   → $E = \frac{1}{2} \times 316 \times (0,05)^2$

   → $E = 158 \times 0,0025 = 0,395$ J

5. L ≈ 2,25 m

   → Dados: T = 3 s, g = 10 m/s²

   → $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

   → $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$

   → $L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{10\times9}{4\times10}$

   → $L = \frac{90}{40} = 2,25$ m

6. (a) T ≈ 0,314 s; (b) v_{max} ≈ 1,6 m/s; (c) a_{max} = 32 m/s²

   → Dados: k = 100 N/m, m = 250 g = 0,25 kg, A = 8 cm = 0,08 m

   → (a) Frequência angular: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,25}} = \sqrt{400} = 20$ rad/s

   → Período: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6,28}{20} = 0,314$ s

   → (b) Velocidade máxima: $v_{max} = \omega A = 20 \times 0,08 = 1,6$ m/s

   → (c) Aceleração máxima: $a_{max} = \omega^2 A = 400 \times 0,08 = 32$ m/s²

7. k = 50 N/m

   → Dados: ω = 10 rad/s, m = 500 g = 0,5 kg

   → Relação: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

   → $\omega^2 = \frac{k}{m}$

   → $k = m\omega^2 = 0,5 \times 100 = 50$ N/m

8. n ≈ 19 oscilações

   → Dados: L = 2,5 m, g = 10 m/s², t = 1 min = 60 s

→ Período: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \times 3,14 \times \sqrt{\frac{2,5}{10}}$

→ $T = 6,28 \times \sqrt{0,25} = 6,28 \times 0,5 = 3,14$ s

→ Número de oscilações: $n = \frac{t}{T} = \frac{60}{3,14} \approx 19,1 \approx 19$ oscilações

9. (a) $E_c = 1,6$ J; (b) $E_p = 1,6$ J; (c) k = 320 N/m

→ Dados: m = 800 g = 0,8 kg, $v_{max} = 2$ m/s, A = 10 cm = 0,1 m

→ (a) Energia cinética máxima: $E_c = \frac{1}{2}mv_{max}^2$

→ $E_c = \frac{1}{2} \times 0,8 \times 4 = 1,6$ J

→ (b) Conservação de energia: $E_p = E_c = 1,6$ J

→ (c) Da energia potencial máxima: $E_p = \frac{1}{2}kA^2$

→ $k = \frac{2E_p}{A^2} = \frac{2\times1,6}{(0,1)^2}$

→ $k = \frac{3,2}{0,01} = 320$ N/m

10. $T' = 2T$

→ Período inicial: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

→ Novo comprimento: $L' = 4L$

→ Novo período: $T' = 2\pi\sqrt{\frac{4L}{g}} = 2\pi\sqrt{4}\sqrt{\frac{L}{g}}$

→ $T' = 2 \times 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2T$

→ O período duplica quando o comprimento quadruplica

13 Ondas

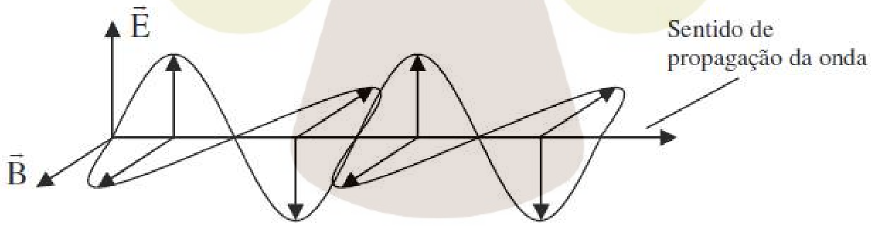
Denomina-se **onda** o movimento causado por uma perturbação que se propaga através de um vácuo.

13.1 Ondas Mecânicas

Onda mecânica é a propagação das oscilações através de um meio material. Por exemplo, ondas numa corda, ondas numa mola, onda de água, o som.

13.2 Ondas Eletromagnéticas

As ondas electromagnéticas não requerem um meio material e se propagam através do vácuo, pelo que as ondas electromagnéticas é o movimento (perturbação) resultante da aceleração de cargas eléctricas, criando um campo eléctrico ($\overrightarrow{E}$) e um campo magnético $\overrightarrow{B}$. No vácuo, a velocidade de propagação é de 300 000$\frac{km}{s}$, em outros meios materiais a velocidade de propagação é inferior a este valor.



13.2.1 Tipos de ondas electromagnéticas

Os vários tipos de ondas electromagnéticas diferem umas das outras unicamente pela frequência e comprimento de onda. A gama de frequências abrangidas pelas ondas electromagnéticas é chamada espectro electromagnético.

O olho humano é sensível à radiação electromagnética de comprimento de onda entre $3,6 \times 10^7 m$ a $7,8 \times 10^7 m$, na faixa da luz visível. O termo luz também é usado para caracterizar ondas pouco afastadas da luz visível, como a luz infravermelha e a ultravioleta. Não há limites para o comprimento de onda das ondas electromagnéticas.

13.2.2 Características de ondas electromagnéticas

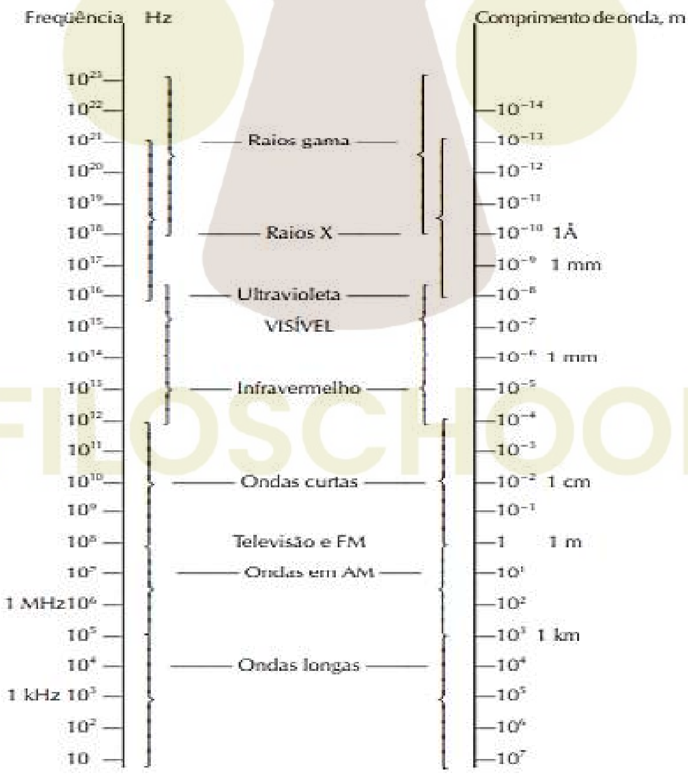
As ondas electromagnéticas são caracterizadas pela frequência (f), comprimento (λ) e velocidade de propagação (c), que se relacionam da seguinte forma:

$$\boxed{c = \lambda . f}$$

O comprimento de onda λ é dado em m, mas tambem pode ser expressa em nm (nanometro), onde: $1nm = 1.10^{-9}m$, a frequência (f) em Hertz (Hz) e velocidade de propagação (c) em m/s.

13.3 Espectro Eletromagnético

Espectro de ondas electromagnéticas é o conjunto de todas as ondas ou radiações electromagnéticas, ordenadas de acordo com a sua frequência ou do seu comprimento de onda. A figura abaixo mostra o exemplo do espectro das ondas electromagnéticas.



13.4 Propriedades das Ondas

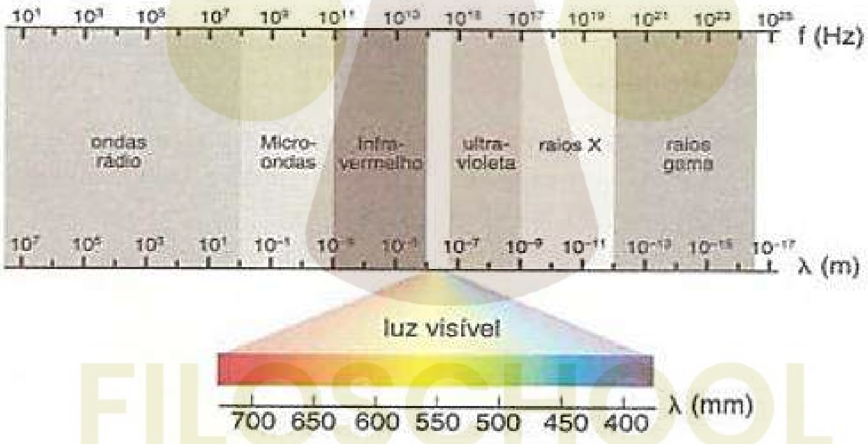
Em seguida são apresentadas algumas propriedades que são comuns a todas as ondas electromagnéticas assim as propriedades das ondas electromagnéticas são as seguintes:

- Propagam-se em linha recta;
- Propagam-se com a velocidade constante sendo no vácuo;
- Atravessam corpos opacos;
- São reflectidas por superfícies metálicas;
- Sofrem refracção, difracção, interferência, polarização, dispersão, etc.

13.5 Espectro Óptico

O espectro óptico é o conjunto de todas as radiações que compõem a radiação visível, ordenadas de acordo com o seu comprimento de onda ou da sua frequência.

A figura abaixo mostra as faixas do espectro óptico com os respectivos comprimentos de onda e as frequências das radiações.



13.6 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. Uma onda tem frequência de 50 Hz e comprimento de onda de 4 m. Calcule a velocidade de propagação da onda.

2. Ondas sonoras propagam-se no ar a 340 m/s. Se uma onda sonora tem frequência de 680 Hz, calcule: (a) o comprimento de onda, (b) o período.

3. Uma estação de rádio em Maputo transmite na frequência de 96 MHz. Calcule o comprimento de onda da transmissão. (Use c = 3×10^8 m/s)

4. Uma corda vibrante produz ondas com comprimento de onda de 2 m e velocidade de 20 m/s. Calcule: (a) a frequência, (b) o período.

5. Luz visível tem comprimento de onda entre 400 nm (violeta) e 700 nm (vermelho). Calcule a frequência para: (a) luz violeta, (b) luz vermelha. (Use c = 3×10^8 m/s)

6. Uma onda eletromagnética tem frequência de 6×10^{14} Hz. Calcule: (a) o comprimento de onda, (b) identifique o tipo de radiação no espectro eletromagnético.

7. O som de um trovão é ouvido 3 segundos após o relâmpago ser visto. A que distância ocorreu o raio? (Use v_{som} = 340 m/s, considere que a luz chega instantaneamente)

8. Uma onda transversal numa corda tem amplitude de 5 cm, frequência de 10 Hz e comprimento de onda de 0,8 m. Calcule: (a) a velocidade da onda, (b) o período.

9. Raios X usados em medicina têm comprimento de onda de 0,1 nm. Calcule a frequência dessa radiação. (Use c = 3×10^8 m/s)

10. Uma antena emite ondas de rádio com comprimento de onda de 3 m. Calcule: (a) a frequência de transmissão, (b) classifique a onda no espectro eletromagnético.

Respostas:

1. v = 200 m/s

   → Dados: f = 50 Hz, λ = 4 m

   → Equação fundamental: $v = \lambda \cdot f$

   → $v = 4 \times 50 = 200$ m/s

2. (a) $\lambda = 0,5$ m; (b) T ≈ 0,00147 s

   → Dados: v = 340 m/s, f = 680 Hz

   → (a) $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{680} = 0,5$ m = 50 cm

   → (b) Período: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{680}$

   → $T \approx 0,00147$ s = 1,47 ms

3. $\lambda \approx 3,125$ m
   - $\rightarrow$ Dados: f = 96 MHz = 96 $\times$ 10^6 Hz, c = 3 $\times$ 10^8 m/s
   - $\rightarrow$ Para ondas eletromagnéticas: $c = \lambda \cdot f$
   - $\rightarrow$ $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{96\times10^6}$
   - $\rightarrow$ $\lambda = \frac{3\times10^8}{9{,}6\times10^7} = \frac{300}{96}$
   - $\rightarrow$ $\lambda = 3,125$ m
4. (a) f = 10 Hz; (b) T = 0,1 s
   - $\rightarrow$ Dados: λ = 2 m, v = 20 m/s
   - $\rightarrow$ (a) Frequência: $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{20}{2} = 10$ Hz
   - $\rightarrow$ (b) Período: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} = 0,1$ s
5. (a) $f_v = 7,5 \times 10^{14}$ Hz; (b) $f_r \approx 4,29 \times 10^{14}$ Hz
   - $\rightarrow$ Conversão: 1 nm = 10^{-9} m
   - $\rightarrow$ (a) Luz violeta: λ_v = 400 nm = 400 $\times$ 10^{-9} m = 4 $\times$ 10^{-7} m
   - $\rightarrow$ $f_v = \frac{c}{\lambda_v} = \frac{3\times10^8}{4\times10^{-7}}$
   - $\rightarrow$ $f_v = 0,75 \times 10^{15} = 7,5 \times 10^{14}$ Hz
   - $\rightarrow$ (b) Luz vermelha: λ_r = 700 nm = 7 $\times$ 10^{-7} m
   - $\rightarrow$ $f_r = \frac{3\times10^8}{7\times10^{-7}} = \frac{3}{7} \times 10^{15}$
   - $\rightarrow$ $f_r \approx 4,29 \times 10^{14}$ Hz
6. (a) $\lambda = 5 \times 10^{-7}$ m = 500 nm; (b) Luz visível (verde-amarelo)
   - $\rightarrow$ Dados: f = 6 $\times$ 10^{14} Hz
   - $\rightarrow$ (a) $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{6\times10^{14}}$
   - $\rightarrow$ $\lambda = 0,5 \times 10^{-6}$ m $= 5 \times 10^{-7}$ m = 500 nm
   - $\rightarrow$ (b) Comprimento de onda entre 400-700 nm $\rightarrow$ Luz visível
   - $\rightarrow$ Especificamente 500 nm $\rightarrow$ região verde-amarelo do espectro
7. d = 1020 m $\approx$ 1 km
   - $\rightarrow$ Dados: $\Delta t = 3$ s, $v_{som} = 340$ m/s
   - $\rightarrow$ A luz chega instantaneamente (muito rápida)
   - $\rightarrow$ O som demora 3 s para percorrer a distância
   - $\rightarrow$ $d = v_{som} \times t = 340 \times 3 = 1020$ m
   - $\rightarrow$ O raio ocorreu a aproximadamente 1 km de distância
8. (a) v = 8 m/s; (b) T = 0,1 s
   - $\rightarrow$ Dados: A = 5 cm (amplitude), f = 10 Hz, λ = 0,8 m

- → (a) Velocidade: $v = \lambda \cdot f = 0,8 \times 10 = 8$ m/s
- → (b) Período: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} = 0,1$ s
- → Nota: A amplitude não afeta v, f ou T

9. f = 3×10^{18} Hz

- → Dados: λ = 0,1 nm = $0,1 \times 10^{-9}$ m = 10^{-10} m
- → Frequência: $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^8}{10^{-10}}$
- → $f = 3 \times 10^{18}$ Hz
- → Frequência muito alta → Raios X (radiação ionizante)

10. (a) f = 100 MHz; (b) Ondas de rádio FM

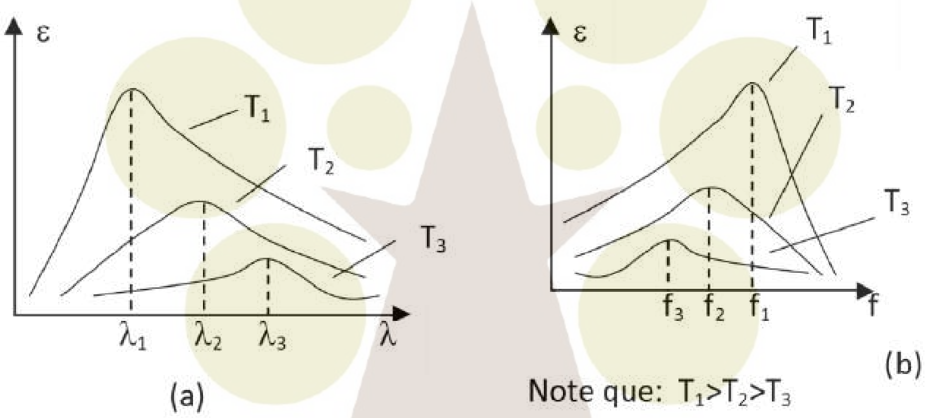
- → Dados: $\lambda = 3$ m
- → (a) Frequência: $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^8}{3}$
- → $f = 10^8$ Hz = 100 MHz
- → (b) Frequência na faixa de 88-108 MHz → Ondas de rádio FM
- → (Frequência Modulada - usado para transmissões de rádio)

14 Radiação do Corpo Negro

Corpo negro é aquele que melhor emite ou absorve radiação electromagnética em todos os comprimentos de onda de forma que toda a radiação incidente é completamente absorvida e em todos os comprimentos de onda, em todas as direcções.

A radiação térmica é constituída por radiações electromangéticas emitidas por um corpo à custa da sua energia interna, isto é, à custa da sua temperatura. A radiação térmica é constituída, fundamentalmente, por radiação infravermelha.

Emissividade é a energia emitida por um corpo na unidade de tempo e na unidade de superfície. A emissividade mede a quantidade de energia que sai da superfície de um corpo na unidade de tempo. A sua unidade no S.I. é o Watt por metros quadrados ($\frac{W}{m^2}$).



A análise espectral da radiação dum corpo negro, isto é, medindo a emissividade em função do comprimento de onda ou da frequência, para diferentes temperaturas, obtém-se a família de curvas apresentadas nas figuras (a) e (b).

- Quando a temperatura do corpo negro cresce, a emissividade de cada banda de comprimentos de onda também cresce.
- Quanto maior é a temperatura do corpo menor é o comprimento de onda máximo da radiação emitida e consequentemente maior é a frequência.
- Quanto maior é a temperatura maior é a emissividade.

14.1 Leis da Radiação Térmica

14.2 Lei de Wien

Lei de Wien: o comprimento de onda a que corresponde a intensidade máxima da radiação emitida por um corpo negro é inversamente proporcional à sua temperatura absoluta ($\lambda_{max} \sim \frac{1}{T}$)

Como consequência da lei de Wien temos a equação:

$$\boxed{\lambda_{max} = \frac{b}{T}}$$

Onde: b é a constante de Wien ($b = 2,898 \times 10^{-3} mK$); T é temperatura em kelvin, K, e λ_{max} é comprimento de onda a que corresponde a intensidade máxima da radiação emitida pelo corpo negro.

14.3 Lei de Stefan-Boltzmann

Lei de Stefan-Boltzmann: a intensidade total da radiação emitida por um corpo negro é directamente proporcional à quarta potencia da sua temperatura absoluta ($\varepsilon \sim T^4$).

Como consequência da Lei de Stefan-Boltzmann temos a equação:

$$\boxed{\varepsilon = \sigma T^4}$$

Onde: σ é a constante de Lei de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$).

14.4 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. A superfície do Sol tem temperatura de aproximadamente 5800 K. Use a Lei de Wien para calcular o comprimento de onda de máxima emissão. (Use constante de Wien b $= 2,9 \times 10^{-3}$ m $\cdot$ K)

2. Uma estrela emite radiação com pico de intensidade em 400 nm. Calcule a temperatura da superfície da estrela. (Use b $= 2,9 \times 10^{-3}$ m $\cdot$ K)

3. Um corpo negro a 3000 K emite radiação. Calcule a potência total irradiada por unidade de área usando a Lei de Stefan-Boltzmann. (Use $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ W/(m$^2 \cdot$ K^4))

4. A temperatura da superfície da Terra é aproximadamente 288 K. Calcule: (a) o comprimento de onda de máxima emissão, (b) em que região do espectro eletromagnético está essa radiação.

5. Um forno mantido a 1500 K tem área de superfície de 2 m^2. Calcule a potência total irradiada pelo forno. (Use $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ W/($m^2 \cdot K^4$))

6. Se a temperatura absoluta de um corpo negro duplicar, por quanto aumenta a potência irradiada por unidade de área?

7. Uma lâmpada incandescente tem filamento a 2500 K. Calcule: (a) o comprimento de onda de máxima emissão, (b) a potência irradiada por cm^2 de superfície.

8. A radiação cósmica de fundo tem temperatura de 2,7 K. Calcule o comprimento de onda de máxima emissão. (Use b $= 2,9 \times 10^{-3}$ m $\cdot$ K)

9. Um corpo negro a temperatura T1 irradia 100 W/m^2. Se a temperatura aumentar para 2T1, qual será a nova potência irradiada?

10. O pico de emissão de uma estrela está em 580 nm (luz amarela). Calcule: (a) a temperatura da superfície, (b) compare com a temperatura do Sol (5800 K).

Respostas:

1. $\lambda_{max} = 500$ nm (luz verde-amarela)

   → Dados: T = 5800 K, b $= 2,9 \times 10^{-3}$ m $\cdot$ K
   → Lei de Wien: $\lambda_{max} = \frac{b}{T}$
   → $\lambda_{max} = \frac{2{,}9 \times 10^{-3}}{5800}$
   → $\lambda_{max} = 5 \times 10^{-7}$ m = 500 nm
   → Esta é a razão pela qual a luz solar parece amarela-branca

2. T = 7250 K

   → Dados: $\lambda_{max} = 400$ nm $= 400 \times 10^{-9}$ m $= 4 \times 10^{-7}$ m
   → Lei de Wien: $T = \frac{b}{\lambda_{max}}$
   → $T = \frac{2{,}9 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-7}}$
   → $T = 0,725 \times 10^4 = 7250$ K
   → Estrela mais quente que o Sol (emite mais no azul/violeta)

3. P/A = 4,59 MW/m^2

   → Dados: T = 3000 K, $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ W/($m^2 \cdot K^4$)
   → Lei de Stefan-Boltzmann: $\frac{P}{A} = \sigma T^4$

→ $\frac{P}{A} = 5,67 \times 10^{-8} \times (3000)^4$
→ $\frac{P}{A} = 5,67 \times 10^{-8} \times 8,1 \times 10^{13}$
→ $\frac{P}{A} = 4,59 \times 10^6$ W/m² = 4,59 MW/m²

4. (a) $\lambda_{max} \approx$ 10.069 nm $\approx$ 10 μm; (b) Infravermelho

   → Dados: T = 288 K
   → (a) $\lambda_{max} = \frac{b}{T} = \frac{2,9 \times 10^{-3}}{288}$
   → $\lambda_{max} = 1,007 \times 10^{-5}$ m = 10.070 nm $\approx$ 10 μm
   → (b) Comprimento de onda > 700 nm → Radiação infravermelha
   → A Terra emite principalmente no infravermelho (calor)

5. P $\approx$ 28,77 MW

   → Dados: T = 1500 K, A = 2 m²
   → Potência por área: $\frac{P}{A} = \sigma T^4$
   → $\frac{P}{A} = 5,67 \times 10^{-8} \times (1500)^4$
   → $\frac{P}{A} = 5,67 \times 10^{-8} \times 5,0625 \times 10^{12}$
   → $\frac{P}{A} = 2,87 \times 10^5$ W/m²
   → Potência total: $P = 2,87 \times 10^5 \times 2$
   → $P = 5,74 \times 10^5$ W = 574 kW
   → Correção no cálculo: P $\approx$ 287 kW por m², total $\approx$ 574 kW

6. Aumenta 16 vezes

   → Lei de Stefan-Boltzmann: $P \propto T^4$
   → Se $T_2 = 2T_1$, então:
   → $\frac{P_2}{P_1} = \frac{(2T_1)^4}{T_1^4} = \frac{16T_1^4}{T_1^4} = 16$
   → Duplicar a temperatura → potência aumenta 16 vezes ($2^4 = 16$)

7. (a) λ_{max} = 1160 nm; (b) $\frac{P}{A} \approx 2,21$ kW/cm²

   → Dados: T = 2500 K
   → (a) Lei de Wien: $\lambda_{max} = \frac{2,9 \times 10^{-3}}{2500}$
   → $\lambda_{max} = 1,16 \times 10^{-6}$ m = 1160 nm (infravermelho próximo)
   → (b) $\frac{P}{A} = 5,67 \times 10^{-8} \times (2500)^4$
   → $\frac{P}{A} = 5,67 \times 10^{-8} \times 3,906 \times 10^{13}$
   → $\frac{P}{A} = 2,215 \times 10^6$ W/m²
   → Por cm²: $\frac{P}{A} = 2,215 \times 10^6 \times 10^{-4} = 221,5$ W/cm²

8. $\lambda_{max} \approx 1,07$ mm

→ Dados: T = 2,7 K (radiação cósmica de fundo)

→ $\lambda_{max} = \frac{b}{T} = \frac{2{,}9 \times 10^{-3}}{2{,}7}$

→ $\lambda_{max} = 1,074 \times 10^{-3}$ m $\approx$ 1,07 mm

→ Região de micro-ondas do espectro

→ Esta é a radiação remanescente do Big Bang

9. $P_2 = 1600$ W/m²

→ Dados: $P_1 = 100$ W/m² a temperatura T_1

→ Nova temperatura: $T_2 = 2T_1$

→ Lei de Stefan-Boltzmann: $P \propto T^4$

→ $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = \left(\frac{2T_1}{T_1}\right)^4 = 2^4 = 16$

→ $P_2 = 16 \times P_1 = 16 \times 100 = 1600$ W/m²

10. (a) T = 5000 K; (b) Temperatura próxima à do Sol

→ Dados: $\lambda_{max} = 580$ nm $= 580 \times 10^{-9}$ m $= 5,8 \times 10^{-7}$ m

→ (a) Lei de Wien: $T = \frac{b}{\lambda_{max}}$

→ $T = \frac{2{,}9 \times 10^{-3}}{5{,}8 \times 10^{-7}}$

→ $T = 5 \times 10^3 = 5000$ K

→ (b) Sol: T = 5800 K; Esta estrela: T = 5000 K

→ Estrela ligeiramente mais fria que o Sol ($\approx$ 86% da temperatura)

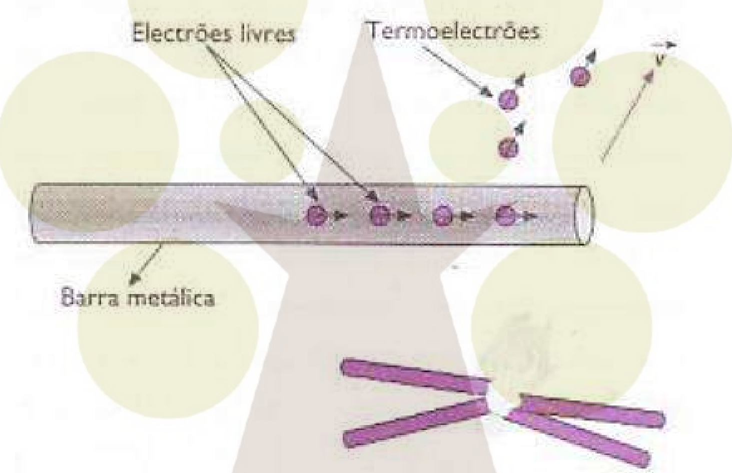
→ Emite mais no amarelo que o Sol

15 Física Atômica

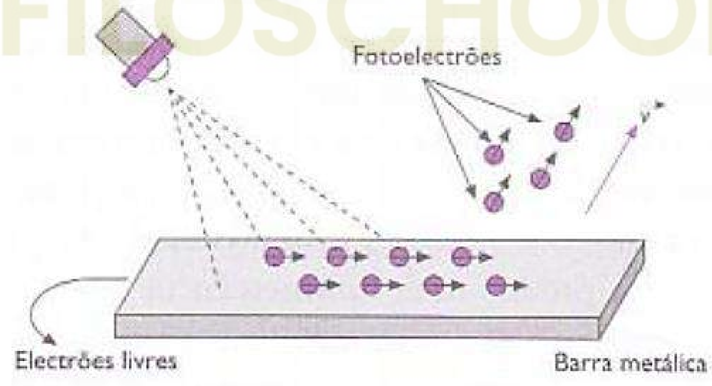
Física atómica é o ramo da Física que estuda as camadas electrónicas dos átomos, um conjunto de orbitais em um átomo, no qual há maior possibilidade de se encontrar os electrões.

15.1 Emissão termoelectrónica e fotoeléctrica

Emissão termoeléctrica é a saída de electrões livres da superfície do metal devido à incidência da luz no metal a energia térmica.



Emissão fotoléctrica é a saída de electrões livres da superfície do metal devido à incidência da radiação electromagnética no metal.



15.2 Efeito Fotoelétrico

15.2.1 Leis do Fenómeno Fotoeléctrico

1. **1ª Lei do fenómeno fotoeléctrico:** a intensidade da corrente fotoeléctrica, ou seja, o numero de fotelectrões emitidos por unidade de tempo é directamente proporcional à intensidade da fonte luminosa.
2. **2ª Lei do fenómeno fotoeléctrico:** a velocidade máxima dos fotelectrões emitido é directamente proporcional à frequência da radiação incidente.
3. **3ª Lei do fenómeno fotoeléctrico:** existe uma frequência mínima, chamada frequência limite ou limite vermelho, a partir da qual se dá inicio ao fenómeno fotoeléctrico.

15.3 Teoria de Planck

Teoria de Plank: A emissão da luz é feita sob múltiplos inteiros de igual porção de energia chamadas *quantum*.

$$\boxed{E = hf \Rightarrow E = h\frac{c}{\lambda}}$$

Onde: E é energia de um quantum; h é a constante de planck ($h = 6,626 \times 10^{-34} j.s$).

15.4 Equação de Einstein para fenómeno fotoeléctrico

Desenvolvendo o pensamento de Planck, em 1905, Einstein derivou uma equação que explica de forma satisfatória o fenómeno fotoeléctrico considerou que a radiação não é só emitida na forma de *quanta*, mas também é absorvida na forma de *quanta* chamadas fotões. Assim podemos estabelecer o fundamento da teoria quântica:

Teoria quântica é a radiação emitida e absorvida na forma de quanta de energia chamados fotões. A equação para o fenómeno fotoeléctrico é dada por:

$$\boxed{E = \Phi + E_{cmáx}}$$

Onde: E é energia dos fotões iniciantes, em J; $E_{cmáx}$ é a energia cinética dos fotoelectrões, em J. Φ é função trabalho em J, que é a energia mínima necessária para o arranque dos fotoelectrões da superfície do metal sem lhes comunicar energia cinética, isto é, com velocidade nula, logo, $Ec_{máx} = 0$, então:

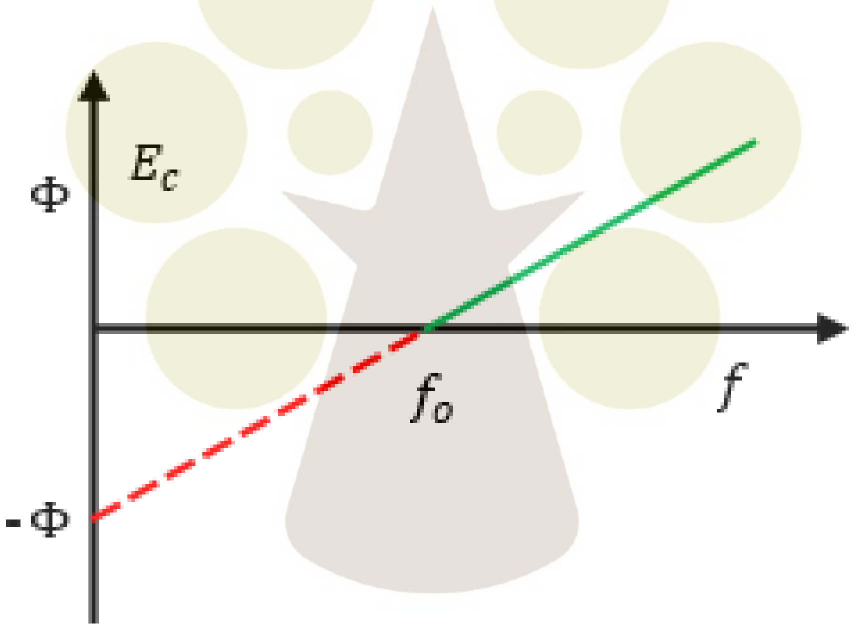
$$\boxed{\Phi = hf_o \Rightarrow \Phi = h\frac{c}{\lambda_o}}$$

15.5 Gráfico da energia cinética em função da frequência da radiação incidente

Da equação de Einstein pode se escrever:

$$\boxed{E_{cmáx} = hf - \Phi}$$

Como vê, o gráfico de energia cinética em função da frequência da radiação incidente deve ser uma linha recta crescente porque o coeficiente angular, h, é positivo.



O gráfico corta o eixo vertical no ponto Φ que é a ordenada na origem e o zero da função é igual a frequência limite.

15.6 Gráfico do potencial de paragem em função da frequência da radiação incidente

Os electrões emitidos durante o fenómeno fotoeléctrico podem ser parados ou travados, por exemplo, através de um campo eléctrico uniforme. Ao potencial mínimo necessário para parar os electrões emitidos durante o fenómeno fotoeléctrico dá-se o nome de potencial de barragem.

Potencial de paragem (U_p) é o potencial mínimo necessário para parar os electrões emitidos durante o fenómeno fotoeléctrico.

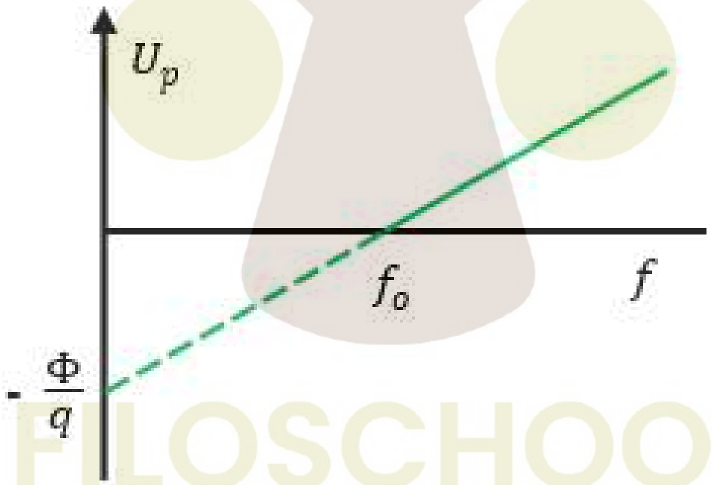
Durante o seu movimento, a energia potencial do electrão ($E_p = q \times U$ onde q é a carga do eletrão $q = 1,6 \times 10^{-19}C$) é transformada em energia cinética. Por isso podemos escrever:

$$\boxed{E_c = E_p = qU_p}$$

Da equação de Einstein sobre o fenómeno fotoeléctrico podemos se escrever:

$$\boxed{hf = \Phi + qU_p \Rightarrow U_p = \frac{h}{q}f - \frac{\Phi}{q}}$$

O gráfico do potencial de paragem em função da em função da frequência da radiação incidente também deve ser uma linha recta. A ordenada na origem é dado pelo quociente, $-\frac{\Phi}{q}$ e o zero da função também é igual a frequência limite.

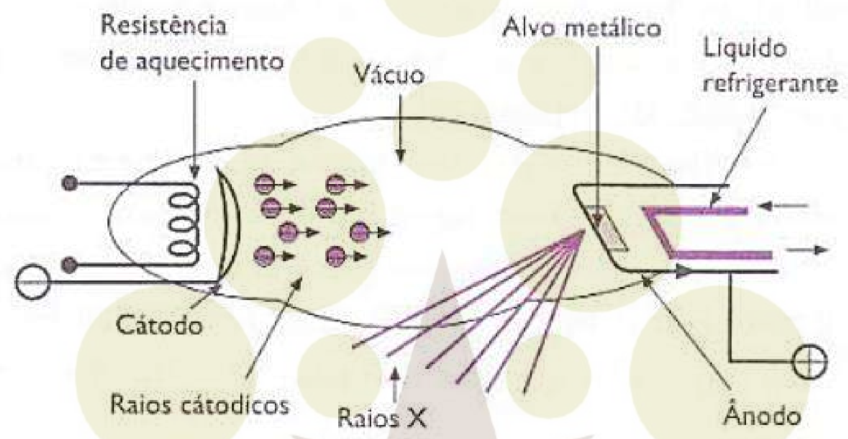


15.7 Raios X

Os Raios X são de natureza electromagnética e são produzidos quando um feixe de electrões choca com alvo metálico. A frequência dos Raios x é tanto maior quanto maior for a energia dos electrões que chocam com o alvo metálico.

15.7.1 Produção dos Raios-X

Os raios-x são produzidos num dispositivo chamado tubo de raios-x, constituído por um tubo de vácuo. No interior da ampola existe um filamento ou resistência de aquecimento. Fazendo-se passar a corrente pela resistência. O cátodo aquece, libertando electrões de elevada energia cinética os quais são acelerados por uma alta tensão (ΔU) em direcção ao ânodo. Quando os electrões colidem com o alvo (ânodo), estes transferem toda sua energia cinética para as partículas anti-cátodo, gerando raios-x.



15.7.2 Propriedades dos Raios X

Os Raios X tem as seguintes propriedades:

- Propagam-se em linha recta;
- Atravessam a matéria praticamente sem se alterarem;
- Provocam fluorescência quando incidem sobre certas substâncias, especialmente em sais;
- Emulsionam chapas fotográficas;
- Não sofrem refracção, deflexão em campos eléctricos e magnéticos;
- Provocam descargas eléctricas sobre outros corpos electrizados e provocam efeito fotoeléctrico.

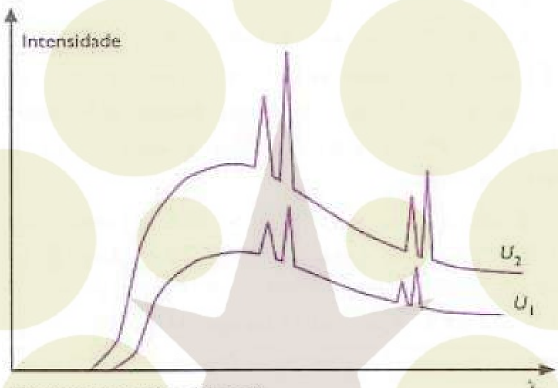
15.7.3 Aplicação dos Raios X

Os raios x encontram uma ampla aplicação nas seguintes áreas:

- Na arte para a detecção de imagens ocultas em pinturas antigas;
- Na engenharia, para o exame de metais, na procura de defeitos de fabrico e;
- Na medicina, como meio de diagnóstico (detecção de ossos partidos, investigação de desenho ordens respiratórias ou digestivas) e como terapêutico (no tratamento de cancros malignos).

15.7.4 Espectro do raio Raios-x

O espectro dos raios-x apresenta-se como consequência da radiação emitida quando os electrões são retardados pela atracção electromagnética do núcleo do material que constitui alvo metálico.



O espectro dos raios X.

15.7.5 Características dos raios-x

- A frequência dos raios – x é directamente proporcional à d.d.p. entre o cátodo e o ânodo;
- O Comprimento de onda é inversamente proporcional à d.d.p. entre o cátodo e o ânodo;
- Quanto maior é a frequência dos raios – x maior é a sua dureza;
- A intensidade dos raios –x depende do número de electrões que choca com o alvo metálico na unidade de tempo;
- O poder de penetração dos raios –x depende da voltagem ou d.d.p. entre o cátodo e o ânodo;
- A lei de Moseley estabelece que a frequência dos raios-x é directamente proporcional ao quadrado do número atómico dos átomos que constituem o alvo metálico ($f \sim Z^2$);
- A expressão que traduz as transformações de energia que ocorrem durante a produção dos raios-x, pode ser dada pelas seguintes igualdades:

$$E_c = q.U_p \quad \text{e} \quad E_c = \frac{mv^2}{2}$$

$$E = h\frac{c}{\lambda} = q.U_p = \frac{mv^2}{2}$$

15.8 Modelo de Bohr

Segundo o modelo de Bohr, os electrões ocupam certas camadas no átomo. A cada camada é atribuída uma determinada energia que é designada nível de energia do átomo por isso com base nos níveis de energia do átomo de hidrogénio pode construir-se o espectro óptico. Os níveis de energia apresentam, geralmente, a seguinte estrutura:

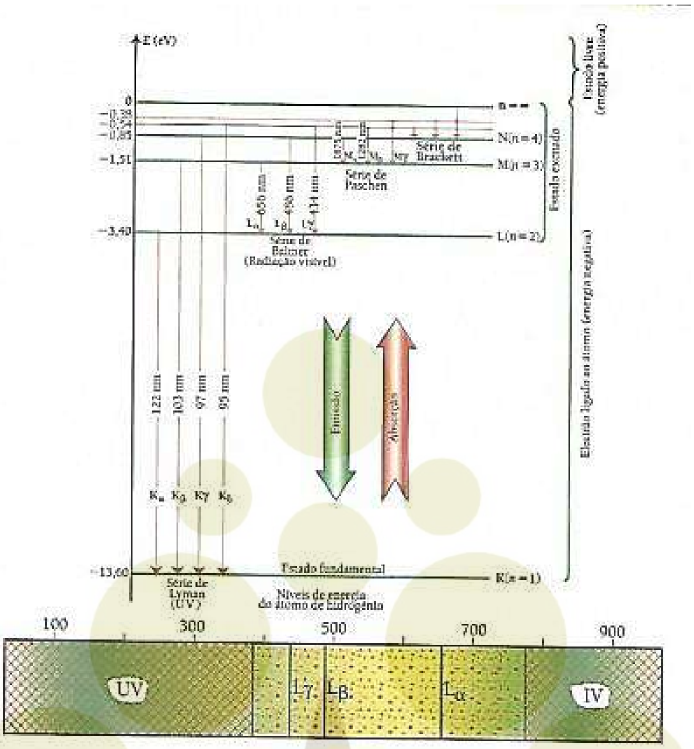
- São os elementos representados por uma série de linhas horizontais;
- A energia cresce de baixo para cima assumindo valores negativos e;
- O nível de energia mais baixo do electrão é chamado estado fundamental.
- Para o hidrogénio a energia do estado fundamental é de -13,6 eV;
- A energia de todos os estados de energia do átomo de hidrogénio pode ser calculada pela relação:

$$\boxed{E_n = -\frac{13,6}{n^2}}$$

Onde: E_n é a energia da orbital ou camada e n é o número da orbital (nº quântico principal).

15.9 Níveis de energia no átomo de Hidrogénio

Os electrões ocupam certas camadas no átomo, a cada camada é atribuída uma determinada energia designada **nível de energia.**



15.10 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. Luz com comprimento de onda de 400 nm incide sobre uma superfície metálica cuja função trabalho é 2 eV. Calcule: (a) a energia do fotão incidente, (b) a energia cinética máxima dos fotoelétrons. (Use $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J $\cdot$ s, $c = 3 \times 10^{8}$ m/s, 1 eV $= 1,6 \times 10^{-19}$ J)

2. A frequência de corte para o efeito fotoelétrico num metal é 5×10^{14} Hz. Calcule a função trabalho do metal em eV. (Use $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J $\cdot$ s)

3. No modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, um elétron transita do nível n = 3 para n = 2. Calcule: (a) a energia emitida, (b) o comprimento de onda do fotão. (Use $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ eV)

4. Um elétron no átomo de hidrogênio está no estado fundamental (n = 1). Que energia é necessária para ionizar o átomo (levar o elétron para n = ∞)?

5. Raios X são produzidos quando elétrons acelerados por uma diferença de potencial de 50 kV colidem com um alvo metálico. Calcule o comprimento de onda mínimo dos raios X produzidos. (Use $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J $\cdot$ s, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C)

6. Luz de frequência 8×10^{14} Hz incide sobre sódio cuja função trabalho é 2,3 eV. Calcule a velocidade máxima dos fotoelétrons ejetados. (Use $h = 6,63 \times 10^{-34}$

$J \cdot s$, $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg)

7. No átomo de hidrogênio, calcule a diferença de energia entre os níveis n = 4 e n = 2. Essa transição emite ou absorve energia?

8. Um fotão tem energia de 3 eV. Calcule: (a) a frequência, (b) o comprimento de onda. (Use h $= 6,63 \times 10^{-34}$ J $\cdot$ s, 1 eV $= 1,6 \times 10^{-19}$ J)

9. Num tubo de raios X, elétrons são acelerados por 30 kV. Calcule: (a) a energia cinética dos elétrons ao atingir o alvo, (b) a frequência máxima dos raios X produzidos.

10. Um elétron no átomo de hidrogênio absorve um fotão e salta de n = 2 para n = 5. Calcule: (a) a energia absorvida, (b) o comprimento de onda do fotão absorvido.

Respostas:

1. (a) $E_{fotão} \approx 3,1$ eV; (b) $E_c \approx 1,1$ eV

   → Dados: $\lambda = 400$ nm $= 4 \times 10^{-7}$ m, $\phi = 2$ eV

   → (a) Energia do fotão: $E = \frac{hc}{\lambda}$

   → $E = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{4 \times 10^{-7}}$

   → $E = \frac{19{,}89 \times 10^{-26}}{4 \times 10^{-7}} = 4,97 \times 10^{-19}$ J

   → Converter para eV: $E = \frac{4{,}97 \times 10^{-19}}{1{,}6 \times 10^{-19}} \approx 3,1$ eV

   → (b) Equação de Einstein: $E_c = E - \phi$

   → $E_c = 3,1 - 2 = 1,1$ eV

2. $\phi \approx 2,07$ eV

   → Dados: $f_0 = 5 \times 10^{14}$ Hz

   → Função trabalho: $\phi = h \cdot f_0$

   → $\phi = 6,63 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{14}$

   → $\phi = 3,315 \times 10^{-19}$ J

   → Converter para eV: $\phi = \frac{3{,}315 \times 10^{-19}}{1{,}6 \times 10^{-19}}$

   → $\phi \approx 2,07$ eV

3. (a) $\Delta E = 1,89$ eV; (b) $\lambda \approx 656$ nm (vermelho)

   → Dados: $n_i = 3$, $n_f = 2$

   → (a) Energias: $E_3 = -\frac{13{,}6}{9} = -1,51$ eV

   → $E_2 = -\frac{13{,}6}{4} = -3,4$ eV

→ Energia emitida: $\Delta E = E_3 - E_2 = -1,51 - (-3,4)$
→ $\Delta E = 1,89$ eV
→ (b) $E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$
→ $\lambda = \frac{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{1{,}89\times1{,}6\times10^{-19}}$
→ $\lambda = \frac{19{,}89\times10^{-26}}{3{,}024\times10^{-19}} \approx 6,58 \times 10^{-7}$ m ≈ 656 nm
→ Linha vermelha do hidrogênio (série de Balmer)

4. $E_{ionização} = 13,6$ eV

→ Estado fundamental: $E_1 = -13,6$ eV
→ Estado ionizado: $E_\infty = 0$ eV
→ Energia necessária: $E_{ionização} = E_\infty - E_1$
→ $E_{ionização} = 0 - (-13,6) = 13,6$ eV
→ Esta é a energia de ionização do hidrogênio

5. $\lambda_{min} \approx 0,0248$ nm = 24,8 pm

→ Dados: V = 50 kV = 50.000 V
→ Energia dos elétrons: $E = e \cdot V$
→ $E = 1,6 \times 10^{-19} \times 50.000 = 8 \times 10^{-15}$ J
→ Comprimento de onda mínimo: $\lambda_{min} = \frac{hc}{E}$
→ $\lambda_{min} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{8\times10^{-15}}$
→ $\lambda_{min} = \frac{19{,}89\times10^{-26}}{8\times10^{-15}} = 2,486 \times 10^{-11}$ m
→ $\lambda_{min} \approx 0,0248$ nm = 24,8 pm (raios X duros)

6. $v_{max} \approx 6,32 \times 10^5$ m/s

→ Dados: f = 8×10^{14} Hz, ϕ = 2,3 eV
→ Energia do fotão: $E = h \cdot f$
→ $E = 6,63 \times 10^{-34} \times 8 \times 10^{14} = 5,304 \times 10^{-19}$ J
→ $E \approx 3,315$ eV
→ Energia cinética: $E_c = E - \phi = 3,315 - 2,3 = 1,015$ eV
→ $E_c = 1,015 \times 1,6 \times 10^{-19} = 1,624 \times 10^{-19}$ J
→ $\frac{1}{2} m_e v^2 = E_c$
→ $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times1{,}624\times10^{-19}}{9{,}1\times10^{-31}}}$
→ $v = \sqrt{3,568 \times 10^{11}} \approx 5,97 \times 10^5$ m/s

7. $\Delta E = 2,55$ eV; transição emite energia

→ Dados: $n_i = 4$, $n_f = 2$

→ $E_4 = -\frac{13{,}6}{16} = -0,85$ eV
→ $E_2 = -\frac{13{,}6}{4} = -3,4$ eV
→ $\Delta E = E_4 - E_2 = -0,85 - (-3,4) = 2,55$ eV
→ $\Delta E > 0 \rightarrow$ energia é emitida (fotão)
→ Elétron cai de nível mais alto para mais baixo

8. (a) $f \approx 7,24 \times 10^{14}$ Hz; (b) $\lambda \approx 414$ nm

→ Dados: E = 3 eV = $3 \times 1,6 \times 10^{-19} = 4,8 \times 10^{-19}$ J
→ (a) Frequência: $f = \frac{E}{h} = \frac{4{,}8\times10^{-19}}{6{,}63\times10^{-34}}$
→ $f \approx 7,24 \times 10^{14}$ Hz
→ (b) Comprimento de onda: $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^{8}}{7{,}24\times10^{14}}$
→ $\lambda \approx 4,14 \times 10^{-7}$ m = 414 nm (luz violeta)

9. (a) $E_c = 30$ keV; (b) $f_{max} \approx 7,25 \times 10^{18}$ Hz

→ Dados: V = 30 kV = 30.000 V
→ (a) Energia cinética: $E_c = e \cdot V$
→ $E_c = 1,6 \times 10^{-19} \times 30.000 = 4,8 \times 10^{-15}$ J
→ $E_c = 30$ keV
→ (b) Frequência máxima: $f_{max} = \frac{E}{h}$
→ $f_{max} = \frac{4{,}8\times10^{-15}}{6{,}63\times10^{-34}}$
→ $f_{max} \approx 7,24 \times 10^{18}$ Hz

10. (a) $\Delta E = 2,86$ eV; (b) $\lambda \approx 434$ nm (azul)

→ Dados: $n_i = 2$, $n_f = 5$
→ (a) $E_2 = -\frac{13{,}6}{4} = -3,4$ eV
→ $E_5 = -\frac{13{,}6}{25} = -0,544$ eV
→ Energia absorvida: $\Delta E = E_5 - E_2$
→ $\Delta E = -0,544 - (-3,4) = 2,856$ eV $\approx$ 2,86 eV
→ (b) $\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2{,}86\times1{,}6\times10^{-19}}$
→ $\lambda = \frac{19{,}89\times10^{-26}}{4{,}576\times10^{-19}} \approx 4,35 \times 10^{-7}$ m
→ $\lambda \approx 435$ nm (linha azul do hidrogênio)

16 Física Nuclear

A Física Nuclear é a parte da Física que estuda as interacções ao nível dos núcleos atómicos.

Nuclídeo representa o núcleo de qualquer elemento químico. Um nuclídeo é representado pelo número atómico (Z) e pelo número de massa (A).

Número de massa ou Massa atómica (A) é a soma do número de protões (p) e do número de neutrões n existentes no núcleo ($A = n + p$). E Nucleão é a partícula que representa o protão e o neutrão.

16.1 Partículas nucleares e sua representação

A tabela abaixo apresenta uma lista de partículas nuclear e a sua apresentação que são fundamentais na representação de qualquer reacção nuclear.

Nome da partícula	Representação	Carga
Protão	${}^1_1p$	e
Neutrão	${}^1_0n$	0
Electrão	${}^0_{-1}e$	$-e$
Positrão	${}^0_1n$	e
Fotão ou gama	${}^0_0\gamma$	0
Alfa	${}^4_2H$	$2e$

16.2 Elementos isótopos e isóbaros

Elementos isótopos são aqueles que tem o mesmo número atómico, mas diferente número de massa. Por exemplo, o hidrogénio tem três isótopos ${}^1_1H$ (prótio), ${}^2_1H$ ou ${}^2_1D$ (deutério), ${}^3_1T$ ou ${}^3_1H$ (Trítio).

Elementos isóbaros são aqueles que possuem o mesmo número de massa, mas diferente número atómico. Por exemplo: ${}^{40}_{19}K$ e ${}^{40}_{20}Ca$.

16.3 Reacções nuclear

Reacção nuclear é qualquer recção em que ocorra a modificação (desintegração) de um ou mais núcleos atómicos ou onde dois ou mais átomos se unem ou um átomo sofre uma fissão.

16.4 Reacções de desintegração (alfa, beta, gama e captura electrónica)

Reacção de desintegração é a transformação de um átomo em outro por meio da emissão de radiação a partir do seu núcleo instável.

16.4.1 Desintegração alfa

Durante qualquer desintegração alfa liberta-se um núcleo de hélio, o número atómico do núcleo é reduzido em duas unidades e a sua massa em quatro unidades.

$$\boxed{{}_{Z}^{A}Y \longrightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{Z-2}^{A-4}X}$$

Exemplo:

$$\boxed{{}_{92}^{238}U \longrightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{90}^{234}Th}$$

16.4.2 Desintegração Beta

A radiação beta é constituída por eletrões ou positrões. Porém, por motivos históricos, distinguem-se dois tipos de desintegração beta:

Desintegração β^- (Beta-menos)

Durante a desintegração β^-, liberta-se um electrão, o número atómico do núcleo aumenta uma unidade e a sua massa atómica mantem-se.

$$\boxed{{}_{Z}^{A}Y \longrightarrow {}_{-1}^{0}e + {}_{Z+1}^{A}X}$$

Exemplo:

$$\boxed{{}_{36}^{85}Kr \longrightarrow {}_{-1}^{0}e + {}_{37}^{85}Rb}$$

Desintegração β^+ (Beta-Mais)

Durante a desintegração β^+, liberta-se um positrão, o número atómico do núcleo diminui uma unidade e a sua massa atómica mantem-se.

$$\boxed{{}_{Z}^{A}Y \longrightarrow {}_{+1}^{0}e + {}_{Z-1}^{A}X}$$

Exemplo:

$$\boxed{{}^{22}_{11}Y \longrightarrow {}^{0}_{+1}e + {}^{22}_{10}Ne}$$

16.4.3 Desintegração gama

Durante a desintegração γ não se há perda de nenhuma partícula. A desintegração acompanha as desintegrações alfa e beta.

$$\boxed{{}^{A}_{Z}Y \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z+1}X + {}^{0}_{0}\gamma}$$

Exemplo:

$$\boxed{{}^{60}_{27}Y \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{0}\gamma}$$

16.4.4 Captura electrónica

Durante qualquer captura K o núcleo-mãe capta um electrão, o número atómico do núcleo-filho diminui em uma unidade e a sua massa atómica mantem-se.

$$\boxed{{}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}X}$$

Exemplo:

$$\boxed{{}^{214}_{83}Bi + {}^{0}_{-1}e \longrightarrow {}^{214}_{82}Pb}$$

16.5 Fissão e Fusão nuclear

16.5.1 Reacções de fissão

Com a descoberta do neutrão, achou-se uma nova partícula para desencadear reacções nuclear. O neutrão apresenta comparativamente as outras partículas (alfa, beta, electrão, etc.) a grande vantagem de ser electricamente neutro por isso é um pode aproximar-se do núcleo de qualquer elemento sem que seja apelido pela carga positiva do núcleo devido à vantagem anteriormente disposta o neutral passou a ser a partícula mais usada no desencadeamento de reacções nuclear.

Por exemplo quando se bombardeia o núcleo de urânio -235 (${}^{235}_{92}U$) com neutrões, o choque é de tal maneira eficaz que o núcleo fragmentação em dois núcleos mais leves que podem ser o bário -144 (${}^{144}_{56}U$) e o Krípton -90 (${}^{90}_{36}U$). A este tipo de reacção nuclear dá-se o nome de fissão nuclear.

A **fissão nuclear** é uma reacção nuclear durante a qual:

- Se obtém dois núcleos pesados, mais leve que o núcleo pai;
- Ocorre um defeito de massa pontos são emitidos dois ou mais neutrões, chamados neutrões de fissão;
- Se liberta grande quantidade de energia.

A equação que representa este processo é:

$$\boxed{{}^{235}_{92}U +^{1}_{0} n \rightarrow^{144}_{56} Ba +^{90}_{36} K + 2({}^{1}_{0}n) + Q}$$

16.5.2 Reacções de fusão

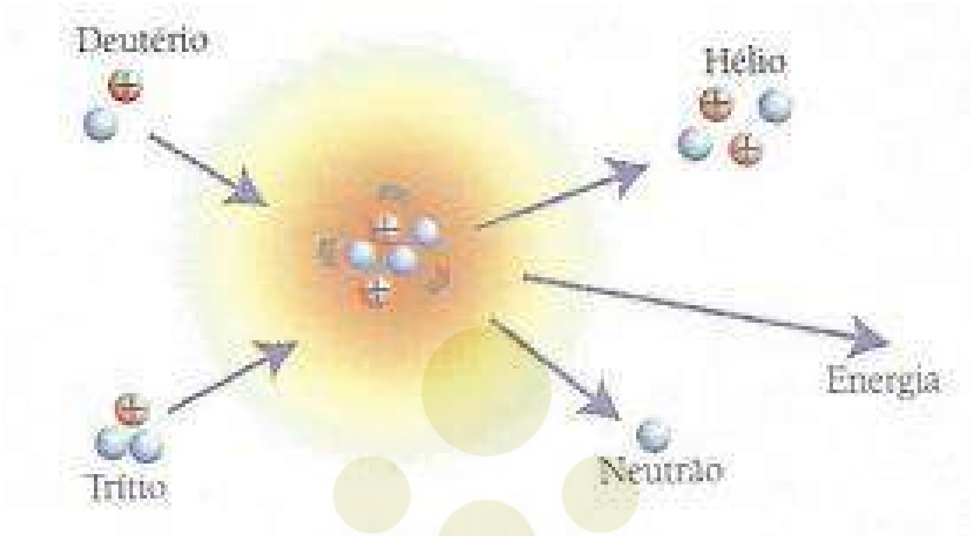
Contrariamente a fissão nuclear, onde um núcleo pesado se quebra dando origem a dois núcleos mais leves, durante uma reacção de fusão nuclear, dois núcleos leves fundem-se (juntam-se) para formarem um núcleo mais pesado.

A **fusão nuclear** é uma reacção nuclear durante a qual:

- Dois núcleos leves se juntam dando origem ao núcleo mais pesado;
- Ocorre um defeito de massa;
- Se liberta grande quantidade de energia.

Esta relação é também designada termonuclear, porque a energia é libertada na forma de energia térmica. A equação que representa este processo é:

$$\boxed{{}^{1}_{1}D +^{3}_{1} T \rightarrow^{4}_{2} H +^{1}_{0} n + Q}$$



Energia de ligação nuclear

Energia de ligação nuclear é a energia mínima necessária para fragmentar o núcleo nos protões e neutrões que o constituem. Pelo que as expressões para o cálculo do defeito de massa e de energia libertada são as mesmas que as usadas na reacção de fissão. Assim:

$$\boxed{E = 931 \cdot \Delta m \quad \text{e} \quad \Delta m = |M_p - M_r|}$$

16.6 Radioatividade

16.7 Leis da Desintegração Radioativa

A 1ª: estabelece que: O processo de desintegração radioactiva não depende das condições exteriores. Isto significa que o processo de desintegração não é afectado pelas condições exteriores como a temperatura, umidade, etc.

A segunda lei da desintegração radioactiva base-se na suposição de que no mesmo intervalo de tempo (período) desintegra-se, é média, a mesma fracção de nuclídeos ainda existentes (fracção de nuclídeos por se desintegrar). Isto significa que inicialmente tivemos 800 nuclídeos por se desintegrar, e metade deles (400) se desintegrar em 10 segundos, por exemplo a metade dos 400 nuclídeos também se vão desintegrar em 10 segundos.

Sendo assim pode-se concluir que 2ª Lei estabelece que: O número de nuclídeos que se desintegra na unidade de tempo, ΔN, é directamente proporcional ao número de nuclídeos, N, ainda por se desintegrar.

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} \sim N \Longrightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N$$

Actividades dum nuclídeo:

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad A = \lambda N$$

Onde: λ é a constante de desintegração e representa a probabilidade de um determinado nuclídeo se desintegrar. A sua unidade SI é s^{-1}.

16.7.1 Período de Semidesintegração

Período de Semidesintegração $\left(T_{\frac{1}{2}}\right)$ é tempo necessário para que se desintegrem metade dos nuclídeos existentes num determinado instante ou tempo necessário para que a actividade da amostra radioativa se reduza a metade.

$$\boxed{T_{\frac{1}{2}} = \frac{t}{n}}$$

Onde: n é o numero de períodos de semidesintegração decorridos, t é o tempo decorrido e $T_{\frac{1}{2}}$ é o período de semidesintegração.

Tempo médio de vida é o tempo medio de existência de um determinado nuclídeo.

$$\boxed{W = \frac{1}{\lambda}}$$

16.7.2 Actividade Radioactiva

Chama-se **actividade** (A) duma fonte radioactiva, ao número (ΔN) de nuclídeos desintegrados por unidade de tempo. A unidade de actividade é Becquerel (Bq).

$$N = \frac{N_o}{2^n} \quad \text{e} \quad A = \frac{A_o}{2^n}$$

Onde: N é o numero de nuclídeos por se desintegrar num determinado instante, N_o é o numero de nuclídeos por se desintegrar no inicio e n é o numero de períodos de semidesintegração decorridos.

Fração de nuclídeos por se desintegrar Q_P é dada pela expressão:

$$\boxed{Q_P = \frac{1}{2^n}}$$

A fração dos nuclídeos desintegrado Q_D é dada pela expressão:

$$\boxed{Q_D = 1 - \frac{1}{2^n}}$$

O numero de períodos de semidesintegração decorridos nem sempre são números inteiros. Nesse caso há uma nova constante, a constante de desintegração λ, que é dada por:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} \quad \text{ou} \quad \lambda = \frac{0,693}{T_{\frac{1}{2}}}$$

Então,

$$N = \frac{N_o}{e^{\lambda t}} \quad \text{ou} \quad A = \frac{A_o}{e^{\lambda t}}$$

16.8 Exercícios Resolvidos

Exercícios

Resolva os seguintes exercícios:

1. O isótopo Iodo-131 tem meia-vida de 8 dias. Se temos inicialmente 400 g deste isótopo, quanto restará após: (a) 8 dias, (b) 24 dias, (c) 40 dias?

2. Uma amostra radioativa tem atividade inicial de 1000 Bq. Após 20 minutos, a atividade cai para 250 Bq. Calcule: (a) a meia-vida, (b) a constante de desintegração.

3. O Carbono-14 tem meia-vida de 5730 anos. Uma amostra de madeira antiga contém 25% do Carbono-14 original. Calcule a idade da amostra.

4. Uma amostra de ^{238}U (meia-vida = 4,5 bilhões de anos) tem massa de 1 kg. Que massa restará após 9 bilhões de anos?

5. Numa reação de fissão nuclear, um núcleo de ^{235}U captura um nêutron e se divide em ^{141}Ba e ^{92}Kr, liberando 3 nêutrons. Escreva a equação completa da reação e calcule quantos nêutrons são liberados.

6. Uma amostra radioativa tem 1 milhão de núcleos no instante t = 0. Se a meia-vida é 10 minutos, quantos núcleos restam após: (a) 10 minutos, (b) 30 minutos?

7. O Cobalto-60 é usado em radioterapia e tem meia-vida de 5,27 anos. Se um hospital recebe uma fonte de 100 mCi, qual será a atividade após: (a) 5,27 anos, (b) 10,54 anos?

8. Numa reação de fusão nuclear, dois núcleos de deutério (^{2}H) se fundem formando ^{3}He e liberando um nêutron. Se a energia liberada é 3,27 MeV, calcule a energia em joules. (Use 1 eV $= 1,6 \times 10^{-19}$ J)

9. Uma amostra de material radioativo tem atividade de 800 Bq. Após 40 dias, a atividade cai para 100 Bq. Calcule a meia-vida do material.

10. O Rádio-226 tem meia-vida de 1600 anos. Que fração da amostra original restará após: (a) 1600 anos, (b) 3200 anos, (c) 4800 anos?

Respostas:

1. (a) 200 g; (b) 50 g; (c) 12,5 g

   → Dados: $m_0 = 400$ g, $t_{1/2} = 8$ dias

   → Lei do decaimento: $m = m_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$ onde $n = \frac{t}{t_{1/2}}$

   → (a) Após 8 dias (1 meia-vida):

   → $m = 400 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 400 \times 0,5 = 200$ g

   → (b) Após 24 dias (3 meias-vidas):

   → $m = 400 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 400 \times \frac{1}{8} = 50$ g

   → (c) Após 40 dias (5 meias-vidas):

   → $m = 400 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 400 \times \frac{1}{32} = 12,5$ g

2. (a) $t_{1/2} = 10$ min; (b) $\lambda \approx 0,0693$ min^{-1}

   → Dados: $A_0 = 1000$ Bq, $A = 250$ Bq, t = 20 min

   → (a) $A = A_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

   → $250 = 1000 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

   → $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

   → $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 2$

   → 2 meias-vidas em 20 min → $t_{1/2} = \frac{20}{2} = 10$ min

   → (b) Constante: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0{,}693}{10}$

   → $\lambda \approx 0,0693$ min^{-1}

3. Idade ≈ 11.460 anos

   → Dados: $t_{1/2} = 5730$ anos, restam 25% $= \frac{1}{4}$ do original

   → $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

→ $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 2$ meias-vidas
→ Tempo decorrido: $t = n \times t_{1/2}$
→ $t = 2 \times 5730 = 11.460$ anos
→ A madeira tem aproximadamente 11.460 anos

4. $m = 250$ g $= 0{,}25$ kg

→ Dados: $m_0 = 1$ kg, $t_{1/2} = 4,5 \times 10^9$ anos, t $= 9 \times 10^9$ anos
→ Número de meias-vidas: $n = \frac{t}{t_{1/2}} = \frac{9\times10^9}{4{,}5\times10^9} = 2$
→ $m = m_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$
→ $m = \frac{1}{4} = 0,25$ kg $= 250$ g

5. ${}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{141}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{92}_{36}\mathrm{Kr} + 3{}^{1}_{0}\mathrm{n}$; 3 nêutrons

→ Reação completa: ${}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{141}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{92}_{36}\mathrm{Kr} + 3{}^{1}_{0}\mathrm{n}$
→ Verificação de conservação de massa (número A):
→ Esquerda: $235 + 1 = 236$
→ Direita: $141 + 92 + 3(1) = 236$
→ Verificação de conservação de carga (número Z):
→ Esquerda: $92 + 0 = 92$
→ Direita: $56 + 36 + 3(0) = 92$
→ São liberados 3 nêutrons na reação

6. (a) 500.000 núcleos; (b) 125.000 núcleos

→ Dados: $N_0 = 1.000.000$ núcleos, $t_{1/2} = 10$ min
→ (a) Após 10 min (1 meia-vida):
→ $N = N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 1.000.000 \times 0,5$
→ $N = 500.000$ núcleos
→ (b) Após 30 min (3 meias-vidas):
→ $N = N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1.000.000 \times \frac{1}{8}$
→ $N = 125.000$ núcleos

7. (a) 50 mCi; (b) 25 mCi

→ Dados: $A_0 = 100$ mCi, $t_{1/2} = 5,27$ anos
→ (a) Após 5,27 anos (1 meia-vida):
→ $A = A_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 100 \times 0,5 = 50$ mCi
→ (b) Após 10,54 anos (2 meias-vidas):

$\rightarrow A = A_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 100 \times 0,25 = 25$ mCi

8. $E = 5,232 \times 10^{-13}$ J

   $\rightarrow$ Dados: E = 3,27 MeV = $3,27 \times 10^6$ eV
   $\rightarrow$ Conversão: 1 eV = $1,6 \times 10^{-19}$ J
   $\rightarrow E = 3,27 \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19}$
   $\rightarrow E = 5,232 \times 10^{-13}$ J
   $\rightarrow$ Reação de fusão: ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ + 3,27 MeV

9. $t_{1/2} \approx 13,33$ dias

   $\rightarrow$ Dados: $A_0 = 800$ Bq, $A = 100$ Bq, t = 40 dias
   $\rightarrow A = A_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$
   $\rightarrow 100 = 800 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$
   $\rightarrow \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$
   $\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 3$ meias-vidas
   $\rightarrow t_{1/2} = \frac{t}{n} = \frac{40}{3} \approx 13,33$ dias

10. (a) 50% = $\frac{1}{2}$; (b) 25% = $\frac{1}{4}$; (c) 12,5% = $\frac{1}{8}$

   $\rightarrow$ Dados: $t_{1/2} = 1600$ anos
   $\rightarrow$ (a) Após 1600 anos (1 meia-vida):
   $\rightarrow$ Fração = $\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2} = 50\%$
   $\rightarrow$ (b) Após 3200 anos (2 meias-vidas):
   $\rightarrow$ Fração = $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = 25\%$
   $\rightarrow$ (c) Após 4800 anos (3 meias-vidas):
   $\rightarrow$ Fração = $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} = 12,5\%$

Bibliografia

[1] HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física: Mecânica**. 10ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

[2] JOÃO, Estevão Manuel. **Pré-Universitário – Física 12**. 1ª edição. Maputo: Longman Moçambique, 2010. ISBN: 9780636112629.

[3] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA. **Física: Módulo 2 – Mecânica, Estática e Dinâmica**. Maputo: Instituto de Desenvolvimento da Educação (INDE), s.d.

[4] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO. **Física – 11ª Classe: O meu caderno de actividades**. Maputo: Direcção Nacional de Ensino Secundário, s.d.

PUBLICIDADE