CORREÇÃO DETALHADA
Exame de Admissão de Matemática
ISCISA / 2016
República de Moçambique

Guião de Correção

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso académico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis académicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões 1-35

Questão 1

Resolução:

Calculemos a equação:

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}=\frac{x}{60}$$

Primeiro, encontramos o MMC de 3, 4 e 5, que é 60:

$$\frac{2}{3}=\frac{40}{60}$$
$$\frac{3}{4}=\frac{45}{60}$$
$$\frac{4}{5}=\frac{48}{60}$$

Somando:

$$\frac{40+45+48}{60}=\frac{x}{60}$$
$$\frac{133}{60}=\frac{x}{60}$$
$$x=133$$

Resposta: A) 133

Questão 2

Resolução:

Calculemos a expressão passo a passo:

$$(-1)^0+(-6)\div(-2)+2^4$$

Resolvendo cada termo:

$$(-1)^0=1$$
$$(-6)\div(-2)=3$$
$$2^4=16$$

Portanto:

$$1+3+16=20$$

Resposta: C) 20

Questão 3

Resolução:

Dadas as expressões:

$$A = -a^2 - 2a + 5$$
$$B = b^2 + 2b + 5$$

Testando cada opção:

Opção A: $a = 2$ e $b = 2$

$$A = -(2)^2 - 2(2) + 5 = -4 - 4 + 5 = -3$$
$$B = (2)^2 + 2(2) + 5 = 4 + 4 + 5 = 13$$
$$A \neq B$$

Opção B: $a = -2$ e $b = 2$

$$A = -(-2)^2 - 2(-2) + 5 = -4 + 4 + 5 = 5$$
$$B = (2)^2 + 2(2) + 5 = 4 + 4 + 5 = 13$$
$$A \neq B$$

Opção C: $a = -2$ e $b = -2$

$$A = -(-2)^2 - 2(-2) + 5 = -4 + 4 + 5 = 5$$
$$B = (-2)^2 + 2(-2) + 5 = 4 - 4 + 5 = 5$$
$$A = B \quad \checkmark$$

Resposta: C) Se $a = -2$ e $b = -2$, então $A = B$

Questão 4

Resolução:

Analisando cada sentença:

I. $(25)^x = 5^{2^x}$

$$(25)^x = (5^2)^x = 5^{2x}$$
$$5^{2^x} \text{ é diferente de } 5^{2x} \text{ (o expoente é } 2^x\text{, não } 2x\text{)}$$

Sentença I é **falsa**.

II. $2^{x-3} = 2^x \div 2^3$

$$2^x \div 2^3 = \frac{2^x}{2^3} = 2^{x-3} \quad \checkmark$$

Sentença II é **verdadeira**.

III. $5^x - 3^x = 2^x$

Esta igualdade não é válida em geral. Por exemplo, para $x = 1$:

$$5^1 - 3^1 = 5 - 3 = 2 = 2^1 \quad \checkmark$$

Mas para $x = 2$:

$$5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \neq 4 = 2^2$$

Sentença III é **falsa**.

Portanto: somente a II é verdadeira.

Resposta: A) somente a II é verdadeira

Questão 5

Resolução:

Para comparar frações, encontramos o MMC de 9, 7 e 11, que é 693:

$$\frac{5}{9} = \frac{385}{693}$$
$$\frac{3}{7} = \frac{297}{693}$$
$$\frac{5}{11} = \frac{315}{693}$$
$$\frac{4}{7} = \frac{396}{693}$$

Ordenando: $\frac{297}{693} < \frac{315}{693} < \frac{385}{693} < \frac{396}{693}$

Portanto:

$$x = \frac{3}{7} \text{ (menor)}$$
$$y = \frac{4}{7} \text{ (maior)}$$

Resposta: C) $x = \frac{3}{7}$ **e** $y = \frac{4}{7}$

Questão 6

Resolução:

Dividir por 0,125 é o mesmo que multiplicar pelo seu inverso:

$$0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$$
$$\text{Inverso} = 8$$

Portanto, dividir por 0,125 equivale a multiplicar por 8.

Resposta: B) 8

Questão 7

Resolução:

Calculemos de dentro para fora:

$$\sqrt{16} = 4$$
$$\sqrt[3]{23+4} = \sqrt[3]{27} = 3$$
$$\sqrt{13+3} = \sqrt{16} = 4$$
$$\sqrt{14+4} = \sqrt{18}$$

Resposta: Nenhuma alternativa correcta

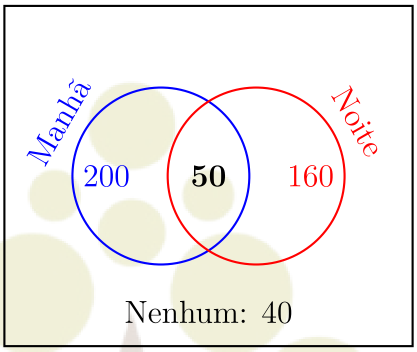
Questão 8

Resolução:

Usando o diagrama de Venn:

- Trabalham de manhã: 250
- Trabalham à noite: 210
- Trabalham manhã E noite: 50
- Não trabalham manhã nem noite: 40

Total = ?



Total de funcionários:

$$\begin{aligned}\text{Total} &= (\text{Só manhã}) + (\text{Ambos}) + (\text{Só noite}) + (\text{Nenhum})\\ &= (250 - 50) + 50 + (210 - 50) + 40\\ &= 200 + 50 + 160 + 40 = 450\end{aligned}$$

Resposta: C) 450

Questão 9

Resolução:

O declive (ou coeficiente angular) da recta que passa pelos pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) é:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Para os pontos $(1, 4)$ e $(0, 1)$:

$$m = \frac{1 - 4}{0 - 1} = \frac{-3}{-1} = 3$$

Resposta: D) 3

Questão 10

Resolução:

Seja x o número procurado:

$$\frac{3}{5}x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x$$
$$\frac{3}{5}x - \frac{2}{3}x = -\frac{1}{2}$$

MMC de 5 e 3 é 15:

$$\frac{9x}{15} - \frac{10x}{15} = -\frac{1}{2}$$
$$\frac{-x}{15} = -\frac{1}{2}$$
$$-x = -\frac{15}{2}$$
$$x = \frac{15}{2}$$

Resposta: D) $\frac{15}{2}$

Questão 11

Resolução:

Seja n o número de meses a partir de Janeiro.
Produção da fábrica A: $3000 + 70n$
Produção da fábrica B: $1100 + 290n$
B supera A quando:

$$1100 + 290n > 3000 + 70n$$
$$290n - 70n > 3000 - 1100$$
$$220n > 1900$$
$$n > \frac{1900}{220} = 8,64$$

Como $n > 8,64$, B superará A a partir do 9º mês, que é Setembro.
Resposta: D) Setembro

Questão 12

Resolução:

Ganho por semana:

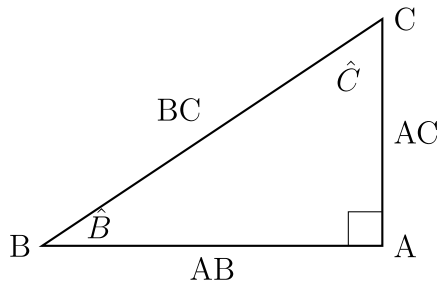
$$\begin{aligned} \text{Ganho} &= 240 \text{ Mt/hora} \times 10 \text{ horas/dia} \times 6 \text{ dias} \\ &= 240 \times 10 \times 6 \\ &= 14.400 \text{ Mt} \end{aligned}$$

Resposta: B) 14.400,00Mt

Questão 13

Resolução:

Num triângulo rectângulo em A, com hipotenusa BC e catetos AB e AC:



A cotangente do ângulo B é:

$$\cot B = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{cateto oposto}} = \frac{AB}{AC}$$

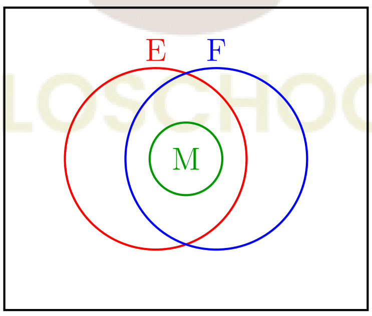
Resposta: A) $\frac{AB}{AC}$

Questão 14

Resolução:

"Todo jovem que gosta de Medicina adora desportos e festas"significa que:

- $M \subset E$ (todos que gostam de Medicina gostam de desporto)
- $M \subset F$ (todos que gostam de Medicina gostam de festa)
- Ou seja: $M \subset (E \cap F)$



O conjunto M está contido na interseção de E e F.
Resposta: C

Questão 15

Resolução:

Seja x o número inicial de bombons.
Primeiro filho tirou metade: restaram $\frac{x}{2}$
Segundo filho tirou metade do que encontrou: restaram $\frac{1}{2} \times \frac{x}{2} = \frac{x}{4}$

Como restaram 10 bombons:

$$\frac{x}{4} = 10$$
$$x = 40$$

Resposta: B) 40

Questão 16

Resolução:

Se $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ têm graus 5, 7 e 9 respectivamente:
$g(x) - h(x)$ tem grau 9 (o termo de maior grau prevalece)
$f(x) \cdot [g(x) - h(x)]$ tem grau $5 + 9 = 14$
Resposta: D) 14

Questão 17

Resolução:

Para que $3^{2x} = 1$:

$$3^{2x} = 3^0$$
$$2x = 0$$
$$x = 0$$

Resposta: A) 0

Questão 18

Resolução:

Dados:

$$\log_3 a = -3$$
$$\log_3 b = 4$$
$$\log_3 c = 2$$

Calculando:

$$\begin{aligned}\log_3 \frac{a\sqrt{b}}{c} &= \log_3 a + \log_3 \sqrt{b} - \log_3 c \\ &= \log_3 a + \frac{1}{2}\log_3 b - \log_3 c \\ &= -3 + \frac{1}{2}(4) - 2 \\ &= -3 + 2 - 2 = -3\end{aligned}$$

Resposta: C) -3

Questão 19

Resolução:

Dados:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 0\} =]-2, 0]$$
$$B = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 4\} =]-1, 4]$$

A interseção $A \cap B$ são os valores que pertencem a ambos:

$$A \cap B =]-1, 0]$$

Resposta: A) $]-1, 0]$

Questão 20

Resolução:

Pela Lei de De Morgan:

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

A negação de uma disjunção é a conjunção das negações.

Resposta: A) $\sim p \wedge \sim q$

Questão 21

Resolução:

Dada $f(x) = \log_3 x$:

$$\begin{aligned} f(x) + f\left(\frac{9}{x}\right) &= \log_3 x + \log_3 \frac{9}{x} \\ &= \log_3 x + \log_3 9 - \log_3 x \\ &= \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2 \end{aligned}$$

Resposta: C) 2

Questão 22

Resolução:

Calculando a média ponderada:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{70 \times 3 + 82 \times 4 + 91 \times 2 + 95 \times 1}{3 + 4 + 2 + 1} \\ &= \frac{210 + 328 + 182 + 95}{10} \\ &= \frac{815}{10} = 81,5 \end{aligned}$$

Resposta: B) 81.5

Questão 23

Resolução:

Usando o Teorema do Resto, o resto da divisão de $P(x)$ por $x+2$ é $P(-2)$:

$$\begin{aligned} P(-2) &= (-2)^4 + 2(-2)^3 + 3(-2)^2 + (-2) - 2 \\ &= 16 + 2(-8) + 3(4) - 2 - 2 \\ &= 16 - 16 + 12 - 2 - 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

Resposta: D) 8

Questão 24

Resolução:

Para $\lg(x^2 - 4)$ existir:

$$\begin{aligned} x^2 - 4 &> 0 \\ (x-2)(x+2) &> 0 \end{aligned}$$

Isto ocorre quando $x < -2$ ou $x > 2$.
Portanto: $x \in]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$
Resposta: C) $x \in]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$

Questão 25

Resolução:

Recta: $x - y + 4 = 0 \Rightarrow y = x + 4$
Interseção com eixo x (y = 0): $x = -4$
Interseção com eixo y (x = 0): $y = 4$
Área do triângulo:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{altura} \\ &= \frac{1}{2} \times |-4| \times 4 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \end{aligned}$$

Resposta: A) 8

Questão 26

Resolução:

Dois conjuntos são disjuntos se não têm elementos em comum, ou seja, $A \cap B = \emptyset$.

A reunião de dois conjuntos disjuntos contém todos os elementos de ambos, formando um conjunto que não é necessariamente nenhum dos dados, nem vazio, nem singular, nem sempre o universo.

Na verdade, a reunião resulta num conjunto que contém todos os elementos de A e de B.

Resposta: Nenhuma alternativa correcta

Questão 27

Resolução:

Da equação $\log_x(4-3x) = 2$:

$$x^2 = 4 - 3x$$
$$x^2 + 3x - 4 = 0$$
$$(x+4)(x-1) = 0$$

Soluções: $x = -4$ ou $x = 1$

Mas para logaritmo existir: $x > 0$, $x \neq 1$ e $4 - 3x > 0 \Rightarrow x < \frac{4}{3}$

Verificando $x = 1$: não é válido pois a base não pode ser 1.

Verificando $x = -4$: não é válido pois a base deve ser positiva.

Resposta: Nenhuma solução válida no domínio dos reais

Questão 28

Resolução:

Sucessão: $3, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{3}{16}, \ldots$

$$a_1 = 3 = \frac{3}{1}$$
$$a_2 = \frac{3}{4}$$
$$a_3 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$
$$a_4 = \frac{3}{16}$$

Padrão: $a_n = \frac{3}{n^2}$

Então, o termo geral é $a_n = \frac{3}{n^2}$

Portanto: $a_5 = \frac{3}{25}$

Resposta: C) $\frac{3}{25}$

Questão 29

Resolução:

Dadas $f(x) = x^3$ e $g(x) = \log_3(x+2)$:

$$fog(-1) = f(g(-1))$$
$$g(-1) = \log_3(-1+2) = \log_3 1 = 0$$
$$f(0) = 0^3 = 0$$

Resposta: B) 0

Questão 30

Resolução:

Número de grupos de 3 pessoas escolhidas de 4:

$$C_3^4 = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} = 4$$

Resposta: A) 4

Questão 31

Resolução:

Para $(x, 2x+1, 5x+7)$ ser PA, a diferença entre termos consecutivos deve ser constante:

$$\begin{aligned}(2x+1) - x &= (5x+7) - (2x+1) \\ x + 1 &= 3x + 6 \\ -2x &= 5 \\ x &= -\frac{5}{2}\end{aligned}$$

Resposta: D) $-\frac{5}{2}$

Questão 32

Resolução:

Para $f(x) = \log_3(2x+1)$, usando a regra da cadeia:

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{1}{(2x+1)\ln 3} \cdot \frac{d}{dx}[2x+1] \\ &= \frac{1}{(2x+1)\ln 3} \cdot 2 \\ &= \frac{2}{(2x+1)\ln 3}\end{aligned}$$

Resposta: D) $f'(x) = \frac{2}{(2x+1)\ln 3}$

Questão 33

Resolução:

Para $f(x) = 2^x$, seja $y = 2^x$:

$$\begin{aligned}y &= 2^x \\ \log_2 y &= x\end{aligned}$$

Trocando x e y:

$$f^{-1}(x) = \log_2 x$$

Resposta: A) $f^{-1}(x) = \log_2 x$

Questão 34

Resolução:

Calculando o limite:

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1}$$

Fatorando o numerador:

$$x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1)$$

Portanto:

$$\begin{aligned} \lim_{x \to -1} \frac{(x-4)(x+1)}{x+1} &= \lim_{x \to -1} (x - 4) \\ &= -1 - 4 = -5 \end{aligned}$$

Resposta: Sem alternativa correcta

Questão 35

Resolução:

Para $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ 4 - x, & \text{se } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$

Verificando a continuidade em $x = 2$:

Limite pela esquerda:

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2(2) = 4$$

Limite pela direita:

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = 4 - 2 = 2$$

Como $\lim_{x \to 2^-} f(x) \neq \lim_{x \to 2^+} f(x)$, a função é descontínua em $x = 2$.

Resposta: A) $x = 2$

FIM