CORREÇÃO DETALHADA
Exame Final de Matemática - 10ª Classe
ES1 / 2025 - 1ª Chamada
República de Moçambique

Guião de Correção

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso académico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis académicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões 1-10

Questão 1

Enunciado: Em uma pesquisa com 300 pessoas, sobre hábitos alimentares, foram obtidos os seguintes dados:

- 210 pessoas consomem fruta, diariamente;
- 180 pessoas consomem legumes, diariamente;
- 150 pessoas consomem cereais, diariamente;
- 135 pessoas consomem frutas e legumes, diariamente;
- 120 pessoas consomem frutas e cereais, diariamente;
- 105 pessoas consomem legumes e cereais, diariamente;
- 90 pessoas consomem os três tipos de alimentos.

a) Represente essa situação em um diagrama de Venn. (1,5 valores)
Resolução:
Vamos usar a notação:

- F = conjunto das pessoas que consomem frutas
- L = conjunto das pessoas que consomem legumes
- C = conjunto das pessoas que consomem cereais

Dados:

$$
\begin{aligned}
|F| &= 210 \\
|L| &= 180 \\
|C| &= 150 \\
|F \cap L| &= 135 \\
|F \cap C| &= 120 \\
|L \cap C| &= 105 \\
|F \cap L \cap C| &= 90
\end{aligned}
$$

Para construir o diagrama de Venn, começamos pelo centro e trabalhamos para fora:
Passo 1: Pessoas que consomem os três alimentos:

$$|F \cap L \cap C| = 90$$

Passo 2: Pessoas que consomem apenas frutas e legumes (sem cereais):

$$|F \cap L| - |F \cap L \cap C| = 135 - 90 = 45$$

Passo 3: Pessoas que consomem apenas frutas e cereais (sem legumes):

$$|F \cap C| - |F \cap L \cap C| = 120 - 90 = 30$$

Passo 4: Pessoas que consomem apenas legumes e cereais (sem frutas):

$$|L \cap C| - |F \cap L \cap C| = 105 - 90 = 15$$

Passo 5: Pessoas que consomem apenas frutas:

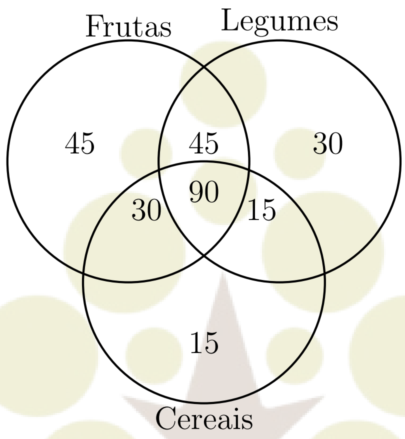
$$|F| - (45 + 90 + 30) = 210 - 165 = 45$$

Passo 6: Pessoas que consomem apenas legumes:

$$|L| - (45 + 90 + 15) = 180 - 150 = 30$$

Passo 7: Pessoas que consomem apenas cereais:

$$|C| - (30 + 90 + 15) = 150 - 135 = 15$$



Resposta: Diagrama de Venn com as seguintes regiões:

- Só Frutas: 45
- Só Legumes: 30
- Só Cereais: 15
- Frutas e Legumes: 45
- Frutas e Cereais: 30
- Legumes e Cereais: 15
- Três alimentos: 90

b) Quantas pessoas não consomem nenhum dos três tipos de alimentos, diariamente? (1,0 valores)

Resolução:

Total de pessoas que consomem pelo menos um tipo de alimento:

$$45 + 30 + 15 + 45 + 30 + 15 + 90 = 270$$

Pessoas que não consomem nenhum alimento:

$$300 - 270 = 30$$

Resposta: 30 pessoas não consomem nenhum dos três tipos de alimentos.

Questão 2 **(2,5 valores)**

Enunciado: Dados os quadrados A e B, com áreas representadas por $A(x) = 4x^4 - 35x^2$ e $B(x) = x^2$, respectivamente, onde x representa a medida do lado. Determine o valor de x, de modo que as áreas sejam iguais.

Resolução:

Para que as áreas sejam iguais:

$$\begin{aligned} A(x) &= B(x) \\ 4x^4 - 35x^2 &= x^2 \\ 4x^4 - 35x^2 - x^2 &= 0 \\ 4x^4 - 36x^2 &= 0 \\ 4x^2(x^2 - 9) &= 0 \end{aligned}$$

Temos dois casos:

Caso 1: $4x^2 = 0$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

Caso 2: $x^2 - 9 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 &= 9 \\ x &= \pm 3 \end{aligned}$$

Como x representa a medida do lado de um quadrado, deve ser positivo e diferente de zero:

Resposta: $x = 3$

Questão 3

Enunciado: Dado o gráfico (contradomínio de -1 a $+\infty$, f(0)=0, decrescente em todo domínio), indique:

a) o contradomínio. **(0,5 valores)**

Resolução:

O contradomínio é o conjunto de todos os valores que a função pode assumir. No gráfico, a função assume valores de -1 até infinito e temos uma assimptota em y=-1.

Resposta: $CD_f =]-1, +\infty[$

b) a ordenada na origem. **(0,5 valores)**

Resolução:

A ordenada na origem é o valor de $f(0)$, ou seja, o valor da função quando $x = 0$.

Observando o gráfico: $f(0) = 0$

Resposta: A ordenada na origem é 0.

c) o zero da função, se existir. **(0,5 valores)**

Resolução:

O zero da função é o valor de x para o qual $f(x) = 0$.

Como $f(0) = 0$, então $x = 0$ é o zero da função.

Resposta: O zero da função é $x = 0$.

d) a monotonia. **(0,5 valores)**

Resolução:

A monotonia indica se a função é crescente, decrescente ou constante.

Vendo o gráfico, notamos que a função é decrescente em todo o domínio.

Resposta: A função é estritamente decrescente.

Questão 4

Enunciado: Dada a inequação $-x^2 + 6x - 10 < 0$.

a) Esboce o gráfico da função quadrática associada $f(x)$. **(0,5 valores)**

Resolução:

A função quadrática associada é:

$$f(x) = -x^2 + 6x - 10$$

Características:

- Coeficiente de x^2: $a = -1 < 0$ (parábola com concavidade voltada para baixo)
- Vértice:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(-1)} = 3$$
$$y_v = f(3) = -(3)^2 + 6(3) - 10 = -9 + 18 - 10 = -1$$

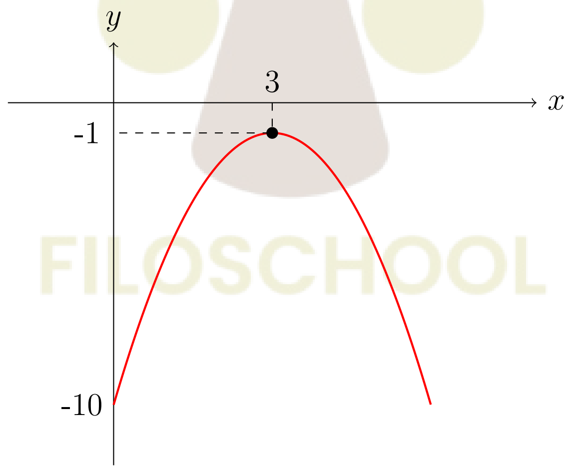
Vértice: $(3, -1)$

Zeros da função:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4(-1)(-10) = 36 - 40 = -4 < 0$$

Como $\Delta < 0$, a função não tem zeros reais. A parábola não intersecta o eixo x.

Resposta: Gráfico é uma parábola com concavidade para baixo, vértice em (3, -1), sem zeros reais, totalmente abaixo do eixo x.



b) Determine o conjunto solução da inequação. **(1,0 valores)**

Resolução:

Queremos resolver: $-x^2 + 6x - 10 < 0$

Como a parábola tem concavidade para baixo ($a = -1 < 0$) e o vértice está em $(3, -1)$ (abaixo do eixo x), e não há zeros reais, a função é sempre negativa.

Portanto:

$$f(x) < 0 \text{ para todo } x \in \mathbb{R}$$

Resposta: $S = \mathbb{R}$ (o conjunto solução é o conjunto de todos os números reais)

Questão 5 (2,0 valores)

Enunciado: Um triângulo rectângulo tem um cateto de 5cm de comprimento e um ângulo de 60°, oposto a esse cateto. Qual é o comprimento da hipotenusa?

Resolução:

Dados:

- Cateto oposto: $c = 5$ cm
- Ângulo: $\alpha = 60°$
- Hipotenusa: $h = ?$

Usamos a razão trigonométrica seno:

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha) &= \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \\
\sin(60°) &= \frac{5}{h} \\
\frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{5}{h} \\
h \cdot \sqrt{3} &= 10 \\
h &= \frac{10}{\sqrt{3}} \\
h &= \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}
\end{aligned}$$

Ou em forma decimal:

$$h \approx \frac{10 \times 1,732}{3} \approx 5,77 \text{ cm}$$

Resposta: A hipotenusa mede $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm ou aproximadamente 5,77 cm.

Questão 6

Enunciado: As idades de 18 alunos da 10ª classe são: 15, 16, 15, 17, 16, 15, 16, 17, 15, 16, 15, 17, 16, 15, 16, 17, 15, 16.

a) Construa uma tabela de frequências (absoluta e relativa) para as idades. (2,7 valores)

Resolução:

Primeiro, contamos quantas vezes cada idade aparece:

- Idade 15: 7 alunos
- Idade 16: 7 alunos
- Idade 17: 4 alunos
- Total: 18 alunos

A frequência relativa é calculada por: $f_r = \frac{f_a}{n}$ onde f_a é a frequência absoluta e n é o total.

Idade	Freq. Absoluta (f_a)	Freq. Relativa (f_r)	Freq. Relativa (%)
15	7	$\frac{7}{18} \approx 0,389$	38,9%
16	7	$\frac{7}{18} \approx 0,389$	38,9%
17	4	$\frac{4}{18} = \frac{2}{9} \approx 0,222$	22,2%
Total	**18**	**1,00**	**100%**

Resposta: Tabela de frequências acima.

b) Qual é a idade mediana dos alunos? **(0,8 valores)**

Resolução:

Para encontrar a mediana, ordenamos os dados e encontramos o valor central.

Dados ordenados: 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17

Como temos 18 valores (número par), a mediana é a média dos dois valores centrais:

- Posição 9: 16
- Posição 10: 16

$$\text{Mediana} = \frac{16 + 16}{2} = 16$$

Resposta: A idade mediana é 16 anos.

Questão 7 (2,0 valores)

Enunciado: Calcule os valores de p na equação $x^2 - px + 24 = 0$, de modo que a soma das raízes seja $\frac{2}{3}$.

Resolução:

Pela relação de Viète (relações entre coeficientes e raízes), para uma equação $ax^2 + bx + c = 0$:

Soma das raízes: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

Na nossa equação: $x^2 - px + 24 = 0$

- $a = 1$
- $b = -p$
- $c = 24$

Portanto:

$$x_1 + x_2 = -\frac{-p}{1} = p$$

Como a soma das raízes deve ser $\frac{2}{3}$:

$$p = \frac{2}{3}$$

Verificação: Para que as raízes existam, o discriminante deve ser ≥ 0:

$$\Delta = p^2 - 4(1)(24) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 96$$
$$= \frac{4}{9} - 96 = \frac{4 - 864}{9} = \frac{-860}{9} < 0$$

Como $\Delta < 0$, não existem raízes reais. Portanto, não existe valor de p que satisfaça a condição com raízes reais.

Resposta: $p = \frac{2}{3}$, mas note que com este valor a equação não possui raízes reais.

Questão 8 (1,0 valores)

Enunciado: Quais das seguintes funções são quadráticas?

A. $f(x) = 9 - 4x$

B. $g(x) = 4x^2 + 2x - 7$

C. $h(x) = \sqrt{x} + x^2$

D. $f(x) = -5x^2$

Resolução:
Uma função quadrática tem a forma geral: $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde $a \neq 0$.
Analisando cada função:
A. $f(x) = 9 - 4x = -4x + 9$

- Esta é uma função afim (do 1º grau), não quadrática.
- NÃO é quadrática.

B. $g(x) = 4x^2 + 2x - 7$

- Tem a forma $ax^2 + bx + c$ com $a = 4 \neq 0$.
- É quadrática.

C. $h(x) = \sqrt{x} + x^2 = x^{1/2} + x^2$

- Contém $\sqrt{x}$, que não é um termo polinomial inteiro.
- NÃO é quadrática.

D. $f(x) = -5x^2$

- Tem a forma ax^2 com $a = -5 \neq 0$ (casos especiais: $b = 0$ e $c = 0$).
- É quadrática.

Resposta: B e D são funções quadráticas.

Questão 9 (2,0 valores)

Enunciado: Encontre a expressão analítica da função quadrática cujo gráfico tem zeros em -3 e 1, e passa pelo ponto $(2, -5)$.

Resolução:

Quando conhecemos os zeros da função quadrática, podemos usar a forma fatorada:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Com $x_1 = -3$ e $x_2 = 1$:

$$f(x) = a(x - (-3))(x - 1) = a(x + 3)(x - 1)$$

Para encontrar a, usamos o ponto $(2, -5)$:

$$\begin{aligned} f(2) &= -5 \\ a(2+3)(2-1) &= -5 \\ a(5)(1) &= -5 \\ 5a &= -5 \\ a &= -1 \end{aligned}$$

Portanto:

$$\begin{aligned} f(x) &= -1(x+3)(x-1) \\ &= -(x+3)(x-1) \\ &= -(x^2 - x + 3x - 3) \\ &= -(x^2 + 2x - 3) \\ &= -x^2 - 2x + 3 \end{aligned}$$

Verificação:

$$\begin{aligned} f(-3) &= -(-3)^2 - 2(-3) + 3 = -9 + 6 + 3 = 0 \quad \checkmark \\ f(1) &= -(1)^2 - 2(1) + 3 = -1 - 2 + 3 = 0 \quad \checkmark \\ f(2) &= -(2)^2 - 2(2) + 3 = -4 - 4 + 3 = -5 \quad \checkmark \end{aligned}$$

Resposta: $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

Questão 10 (1,0 valores)

Enunciado: Simplifique $\log_6 36 + \log_6 1$.

Resolução:

Vamos calcular cada logaritmo separadamente:

Primeiro termo: $\log_6 36$

$$\begin{aligned} 36 &= 6^2 \\ \log_6 36 &= \log_6(6^2) = 2 \end{aligned}$$

Segundo termo: $\log_6 1$

Propriedade: $\log_b 1 = 0$ para qualquer base $b > 0$ e $b \neq 1$.

$$\log_6 1 = 0$$

Porque $6^0 = 1$.
Soma:

$$\log_6 36 + \log_6 1 = 2 + 0 = 2$$

Resposta: 2

FIM